

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАЛМЫЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Б. Б. ГОРОДОВИКОВА»

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

Труды VI научно-практической конференции

Элиста, Калмыцкий государственный университет

9-11 декабря 2014 г.

**ББК ВЗ(2Рос.Калм)я431+ВЗя431+В1(2Рос.Калм)я431+В1я431
А 437**

«Актуальные проблемы современной физики и математики», VI региональная науч.-практ. конф. (2014, Элиста). VI региональная науч.-практ. конф. «Актуальные проблемы современной физики и математики», 9-11 ноября 2014 г. [Текст]: труды / отв. ред. Б. Б. Михалеев. – Элиста: Изд-во КалмГУ, 2015. 85 с.

В настоящее издание включены труды VI региональной научно-практической конференции «Актуальные проблемы современной физики и математики», проводившейся на факультете математики, физики и информационных технологий Калмыцкого государственного университета с 9 по 11 декабря 2014 г. В сборник вошли работы, выполненные сотрудниками, аспирантами и студентами Калмыцкого университета и сотрудниками Республиканского института повышения квалификации работников образования и преподавателями общеобразовательных школ Республики Калмыкия. Сборник представляет интерес для ученых, работающих в ряде направлений современной науки, студентов и аспирантов, преподавателей учреждений высшего и среднего профессионального образования, преподавателей и учащихся общеобразовательных школ, интересующихся вопросами современной науки и образования.

Ответственный редактор Б. Б. Михалеев

Подписано в печать 29.12.2015. Формат 60×84/8
Печать офсетная. Бумага тип. №1. Усл. печ. л. 5.13
Тираж 100 экз. Заказ 3005

Издательство Калмыцкого университета.
358000, г. Элиста, ул. Пушкина, 11

© ФГБОУ ВПО «Калмыцкий государственный университет», 2015
© Авторы, 2015

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
I. ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА	
<i>Бисенгалиев Р. А., Ольдеева Е. А.</i> Об одном дисперсионном уравнении	6
<i>Дертеев С.Б., Манкаева Г.А., Бадмаева О.В.</i> Влияние диссипативных и радиационных эффектов на дисперсионные свойства звуковых волн	7
<i>Джимбеева Л. Н., Агапова О. Е., Смирнов А. В.</i> Методика триангуляционного анализа фотосферы солнца в математическом пакете MatLab	13
<i>Копейко В. И., Михайлова А. Б.</i> Неархимедова геометрия	20
<i>Кочетков В. К., Задорожная О. В., Шактар О. О.</i> Однолистные вещественнозначные функции в терминах логарифмических функций	26
<i>Манджиев Х. О., Джанаев Э. Б., Гольдварг Т. Б.</i> Об излучении солнечной вспышки 11.06.2014 в различных волновых диапазонах	28
<i>Mikhalyaev B. B., Ruderman M. S., Naga Varun.Y.</i> Nonlinear Schrödinger equation and Benjamin-Feir instability of fast sausage waves in homogenous magnetic flux tubes	32
<i>Радачинская Ю. Н.</i> Матричный метод построения двумерной линейной регрессионной модели	40
II. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ	
<i>Агапова Л.В., Агапова О.Е., Джимбеева Л.Н.</i> Развитие базовых компетенций методом проектно-исследовательской деятельности	46
<i>Боваева М. Д.</i> Интегративный подход в преподавании физики	48
<i>Богаев Д. П.</i> Этнокультурная коннотация при изучении физики	52
<i>Голуб И. Н.</i> Изучение вопросов сельского хозяйства на уроках физики	56
<i>Ковязина Н. Н.</i> Реализация требований ФГОС в преподавании физики	59
<i>Манджиева Т. С.-Г.</i> Применение системно-деятельностного подхода на уроках физики	63
<i>Муева И. А.</i> Конструирование заданий на основе тестов физического содержания для уроков физики	68
<i>Мучкаева С. С.</i> Геометрия треугольника	73
<i>Смирнов А. Б., Джимбеева Л. Н., Тугульчиева В. С.</i> Разработка сайта с применением asp технологий	79
ПРИЛОЖЕНИЕ	
Правила подготовки статей для сборника трудов конференции	83

ПРЕДИСЛОВИЕ

Ежегодная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы современной физики и математики» проводится в Калмыцком государственном университете с 2009 года. В ее работе принимают участие сотрудники, аспиранты и студенты Калмыцкого государственного университета, а также других высших учебных заведений из соседних регионов России и соседних государств. В конференции активно участвуют преподаватели и учащиеся общеобразовательных школ.

Основными задачами проведения данного научного мероприятия являются активизация научно-исследовательской работы сотрудников факультета математики, физики и информационных технологий КалмГУ, привлечение к исследовательской работе студентов факультета и преподавателей общеобразовательных школ. Следует отметить, что в настоящее время эта работа находит реальную поддержку со стороны руководства университета, по инициативе которого налажено взаимодействие с Российским фондом фундаментальных взаимодействий, среди преподавателей, молодых ученых и студентов проводятся конкурсы на проведение поисковых научно-исследовательских работ. Кроме того, постоянно обновляются образовательные стандарты, появляются новые направления подготовки специалистов. Получают развитие педагогические и методические школы по отдельным группам направлений, что ведет к необходимости обмена мнениями по разработке новых образовательных технологий. Издание сборников, подобных данному, может в определенной степени удовлетворить необходимость обеспечения новых направлений соответствующими методическими и научными материалами. Работа ведется в тесном взаимодействии с Республиканским институтом повышения квалификации работников образования РК.

По решению Редакционно-издательского совета Калмыцкого государственного университета сборники трудов конференций публикуются в электронном виде на сайте университета. Это дает дополнительные возможности по более широкому освещению научных и методических результатов. Для удобства участников конференции следующих лет в Приложении к сборнику приведены правила подготовки статей.

*Заведующий кафедрой теоретической физики
ФГБОУ ВО «КалмГУ»,
доктор физико-математических наук,
профессор Михалев Б. Б.*

I. ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА

ОБ ОДНОМ ДИСПЕРСИОННОМ УРАВНЕНИИ

Р. А. Бисенгалиев, Е. А. Ольдеева

Калмыцкий государственный университет, Элиста

При решении многих задач теоретической астрофизики приходится исследовать как алгебраические, так и трансцендентные уравнения, которые, как правило, имеют достаточно громоздкий вид и решать их аналитически известными методами довольно трудоемко. Поэтому в этих случаях лучше использовать численные методы для исследования таких уравнений. В работе [1] было получено дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{c_s^2} \left(k_y - i \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} \right) \omega^4 + \left(k_{\perp}^2 k_y - \frac{4i\Omega_z f_{\Omega}}{c_s^2} - ik_y^2 \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} + \left(k_y - i \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} \right) \left(\frac{4\Omega_z^2}{c_s^2} - \frac{ik_y}{\gamma} \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} \right) + \right. \\
 & + \frac{k_{\perp}^2 k_y}{c_s^2} U^2 - \frac{ik_{\perp}^2}{c_s^2} U^2 \sin^2 \alpha \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} + \frac{k_x \sin \alpha \cos \alpha - 3k_y \sin^2 \alpha}{8\pi \rho c_s^2} \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} \frac{\partial B^2}{\partial y} + \\
 & + \left. \frac{i(2k_{\perp}^2 + k_y^2) \cos^2 \alpha - 3ik_y^2 \sin^2 \alpha}{8\pi \rho c_s^2} \frac{\partial B^2}{\partial y} \right) \omega^2 + \left(2k_x k_y \Omega_z \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} + \frac{f_{\Omega}}{\Omega_z} \right) - \right. \\
 & - \frac{2k_{\perp}^2}{c_s^2} \left(f_{\Omega} + \Omega_z \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} \right) U^2 \sin \alpha \cos \alpha + \frac{ik_y}{2\pi \rho c_s^2} \left(f_{\Omega} + \Omega_z \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} \right) \sin \alpha \cos \alpha \frac{\partial B^2}{\partial y} + \\
 & + \left. \Omega_z \frac{2k_{\perp}^2 \sin \alpha \cos \alpha - k_x k_y}{4\pi \rho c_s^2} \frac{\partial B^2}{\partial y} \right) \omega - k_{\perp}^2 k_y (k_x \sin \alpha + k_y \cos \alpha)^2 U^2 + \\
 & + \frac{ik_{\perp}^2 k_y}{\gamma} (k_x \sin \alpha + k_y \cos \alpha) \cos \alpha U^2 \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} + \frac{ik_{\perp}^2}{4\pi \rho c_s^2} (k_x k_y \sin^2 \alpha - (2k_{\perp}^2 + k_y^2) \sin \alpha \cos \alpha) \times \\
 & \times \sin \alpha \cos \alpha U^2 \frac{\partial B^2}{\partial y} + \frac{ik_y}{8\pi \rho} (k_{\perp}^2 k_x \sin \alpha \cos \alpha - k_x^2 k_y - 4k_y^3 \cos^2 \alpha + 3k_y (k_x \sin \alpha + k_y \cos \alpha)^2 - \\
 & - 2k_{\perp}^2 k_y \cos^2 \alpha) \frac{\partial B^2}{\partial y} + \frac{k_y}{8\pi \rho \gamma} (3k_x k_y \sin \alpha \cos \alpha - (2k_{\perp}^2 + k_y^2) \cos^2 \alpha) \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} \frac{\partial B^2}{\partial y} = 0.
 \end{aligned}$$

Отметим, что в работе [1] был рассмотрен частный случай $B_y = 0$. При этом $\sin \alpha = 1, \cos \alpha = 0$, все термодинамические равновесные параметры однородны по y и дисперсионное уравнение принимает довольно простой вид. Предварительный анализ общего дисперсионного уравнения показывает, что структура дисперсионных кривых несколько отличается от результатов, полученных в [1]. Это говорит о возможном наличии мод более сложной природы, имеющих гибридный характер. Суперпозиция таких мод может приводить к долгопериодическим биениям. Представляется, что такие биения могут влиять на формирование магнитной цикличности Солнца [1].

Литература

1. Р. А. Бисенгалиев, Я. В. Есина, Н. М. Кузьмин, В. В. Мусцовой, С. С. Храпов. Биения МГД-волн и волн Россби и их возможное влияние на формирование магнитной цикличности Солнца // Астрофиз. бюллетень, 2010, Т. 65. № 3, С. 270-282.

ВЛИЯНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ И РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ НА ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА ЗВУКОВЫХ ВОЛН

С. Б. Дертеев, Г. А. Манкаева, О. В. Бадмаева

Калмыцкий государственный университет, Элиста

Коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности. Рассматривается одножидкостная модель плазмы, в МГД приближении, где принято, что $n = n_e = n_p = Zn_i$, в данном случае $Z=1$. Все расчеты проводятся в системе единиц измерения СГС. Одним из свойств жидкости является вязкость, рассмотрим более подробно одну из них – динамическую вязкость. В солнечной атмосфере основной вклад в вязкость вносят ионы, поэтому в обзор берется только коэффициент динамической вязкости, который можно представить в таком виде (Брагинский, 1965):

$$\eta = 0,96 \cdot n_i \cdot k_B \cdot T_i \cdot \tau_i, \quad (1)$$

где n_i – концентрация ионов, k_B – постоянная Больцмана, T_i – температура ионов, τ_i – время столкновения, при этом

$$\tau_i = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{m_i}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{k_B^{3/2} \cdot T_i^{3/2}}{Z^4 n_i \cdot \Lambda \cdot e^4}. \quad (2)$$

В уравнении (2) через m_i обозначена масса иона, ион водорода это есть протон, так что $m_i = m_p$, при таком условии у нас получается полностью ионизованная водородная плазма, e – элементарный электрический заряд, а Λ означает кулоновский логарифм:

$$\Lambda = \ln \frac{r_{max}}{r_{min}}. \quad (3)$$

Так как плазма является сгустком заряженных частиц, протонов, электронов и ионов, то там всегда происходит рассеяние, где в качестве r_{min} можно выбрать то прицельное расстояние, при котором происходит рассеяние на угол $\pi/2$. В уравнении (3) – r_{max} эквивалентно дебаевскому радиусу экранирования, то есть:

$$r_{max} \sim r_D = \left(\frac{k_B \cdot T_e}{4 \cdot \pi \cdot n_e \cdot e^2} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

а r_{min} можно рассчитать примерно по такой формуле:

$$r_{min} \approx \frac{e^2}{3 \cdot k_B \cdot T_e}. \quad (5)$$

Далее подставляя (4) и (5) в уравнение (3) получим, что кулоновский логарифм принимает такую форму:

$$\Lambda = \ln \frac{3 \cdot (k_B \cdot T_e)^{3/2}}{2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot e^3 \cdot \sqrt{n_e}}. \quad (6)$$

Еще одной важной характеристикой любого вещества является теплопроводность, которая в верхней хромосфере и короне, или в любой другой полностью ионизованной среде, определяется электронной теплопроводностью и наибольший вклад вносит продольная составляющая коэффициента теплопроводности (Spitzer, 1962):

$$\kappa_{||}^e \approx 1,8 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{T_e^{5/2}}{\Lambda}. \quad (7)$$

Итак, перейдем непосредственно к расчетам, но, в начале, запишем используемые физические константы:

$$\begin{aligned}k_E &= 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг} \cdot \text{К}^{-1}, \\e &= -4,803 \cdot 10^{-10} \text{ эрг}^{1/2} \cdot \text{см}^{3/2} \cdot \text{с}^{-1}, \\m_p &= 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ эрг}.\end{aligned}$$

Также нужно определить такие постоянные как температура рассматриваемой области, т.е. T_e , T_i и концентрацию ионов n_i . Возьмем в расчеты среднюю концентрацию $\sim 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Несмотря на то, что температура атмосферы Солнца очень сильно варьируется, будем также брать во внимание среднюю температуру по всей области, т.е. положим, что $T=T_i=T_e=10^6 \text{ К}$. Далее подставляя значения температуры и концентрации в уравнение (6) получим, что кулоновский логарифм равен:

$$\Lambda \approx 16,333. \quad (8)$$

Найденное значение кулоновского логарифма далее подставим в (7) и получим значение для продольной составляющей коэффициента теплопроводности:

$$\kappa_{||}^e \approx 1,102 \cdot 10^{-6} \cdot T^{5/2}. \quad (9)$$

После того как найден кулоновский логарифм можно подставить его значение в формулу для определения времени столкновения ионов, и после вычислений получим:

$$\tau_i \approx 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot T^{3/2}. \quad (10)$$

После замены получившего значения для времени столкновения (10) в уравнении (1), коэффициент динамической вязкости окончательно будет выглядеть так:

$$\eta \approx 1,35 \cdot 10^{-16} \cdot T^{5/2}. \quad (11)$$

Вывод дисперсионного уравнения для звуковых волн. Основные уравнения газовой динамики с учетом эффектов вязкости, теплопроводности и радиационных потерь.

Движение плазмы определяется уравнениями непрерывности, движения и энергии. Одно из основных уравнений, которое показывает вид рассматриваемого процесса, в данном случае нашей модели, это уравнение движения, при условии, что вещество электрически нейтрально (De Moortel, Hood, 2003; Macnamara, Roberts, 2010):

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \frac{\eta}{3} \nabla \text{div} \vec{v}, \quad (12)$$

где ρ – плотность, η – коэффициент вязкости, p – давление, $\vec{v}$ – скорость. Далее следует записать уравнение непрерывности, которое в различных разделах физики выглядит по-разному, но смысл всегда остается один и тот же – это непрерывное изменение какой-то величины, в гидродинамике, и вследствие в теории МГД этот закон выглядит так:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div} \vec{v} = 0. \quad (13)$$

Перейдем теперь к уравнению, которое показывает связь между физическими параметрами какой-либо системы – уравнение состояния:

$$p = \rho \frac{RT}{\mu}. \quad (14)$$

Любая физическая система это взаимодействие тел, из которых состоит эта система, посредством обмена частицами или энергией, в данном случае этим мостом служит энергия, которая обеспечивает взаимосвязь между частицами, в нашем случае плазмы, и выражается при помощи уравнения переноса тепла или уравнения теплопереноса (De Moortel, Hood, 2004):

$$\frac{dp}{dt} - \frac{\gamma p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -(\gamma - 1)(Q_{ther} + Q_{rad}). \quad (15)$$

Как видно функция энергетических потерь состоит из двух слагаемых – Q_{ther} и Q_{rad} , где нагрев за счет теплопроводности выглядит так

$$Q_{ther} = -\nabla \cdot (\kappa \nabla T), \quad (16)$$

κ – это есть коэффициент теплопроводности, а охлаждение происходит из-за радиационного излучения, для оптически тонкой плазмы, которой является корона, уравнение выглядит таким образом (Field, 1965; Прист, 1985):

$$Q_{rad} = \rho L(\rho, T) - H = \rho^2 \chi T^\alpha - H, \quad (17)$$

где величина $\Lambda(T) = \chi T^\alpha$ называется функцией радиационных потерь, H – неизвестная функция нагрева, которая чаще всего считается постоянной (Parker, 1953; Weymann, 1960; Прист, 1985; Михалев и др., 2013).

Данная модель, используемая нами, включает в себя рассмотрение малых возмущений $\vec{v}_1, p_1, T_1, \rho_1$ на фоне однородного равновесного распределения $\vec{v}_0 = 0, p_0, T_0, \rho_0$:

$$\vec{v} = \vec{v}_1, p = p_0 + p_1, T = T_0 + T_1, \rho = \rho_0 + \rho_1. \quad (18)$$

Учитывая (18) выражение (16) и (17) переписываются в виде, соответственно:

$$Q_{ther} \approx -\nabla_{||} \cdot (\kappa_{||} \nabla_{||} T_1), \quad (19)$$

$\kappa_{||}$ – коэффициент электронной теплопроводности вдоль оси OZ, в данном случае при $T=T_0$ и

$$Q_{rad} = (L_\rho \rho_1 + L_T T_1) \rho_0, \quad (20)$$

выражения для значений L_ρ и L_T выглядят таким образом (Carbonell, Oliver, Ballester, 2004):

$$L_\rho = \left(\frac{\partial L}{\partial \rho} \right)_T, \quad (21)$$

$$L_T = \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_\rho, \quad (22)$$

при $T = T_0, \rho = \rho_0$ (21) и (22) примут такой вид

$$L_\rho = \left(\frac{\partial L}{\partial \rho} \right)_T = \chi T_0^\alpha = \Lambda(T_0), \quad (23)$$

$$L_T = \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_\rho = \alpha \chi \rho_0 T_0^{\alpha-1} = \frac{\alpha \rho_0 \Lambda(T_0)}{T_0}. \quad (24)$$

Для введенных нами возмущений получим линеаризованные МГД уравнения

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -\nabla p_1 + \eta_0 \Delta \vec{v}_1 + \frac{\eta_0}{3} \nabla \operatorname{div} \vec{v}_1, \quad (25)$$

η_0 – коэффициент динамической вязкости, при $T=T_0$,

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \vec{v}_1 = 0, \quad (26)$$

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{\rho_1}{\rho_0} + \frac{T_1}{T_0}, \quad (27)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} - c_s^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = (\gamma - 1) \nabla_{\parallel} \cdot (\kappa_{\parallel} \nabla_{\parallel} T_1) - (\gamma - 1) \rho_0 (\Lambda(T_0) \rho_1 + \alpha \rho_0 \Lambda(T_0) T_1 / T_0), \quad (28)$$

через $c_s = \sqrt{\gamma p_0 / \rho_0}$ обозначена адиабатическая звуковая скорость.

Далее перепишем систему уравнений (25) – (28) для одномерного случая, когда распространение энергии происходит вдоль оси OZ:

$$\rho_0 \frac{\partial v_{1z}}{\partial t} = - \frac{\partial p_1}{\partial z} + \frac{4}{3} \eta_0 \frac{\partial^2 v_{1z}}{\partial z^2}, \quad (29)$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v_{1z}}{\partial z} = 0, \quad (30)$$

$$\frac{p_1}{\rho_0} = \frac{\rho_1}{\rho_0} + \frac{T_1}{T_0}, \quad (31)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} - c_s^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = (\gamma - 1) \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_{\parallel} \frac{\partial T_1}{\partial z} \right) - (\gamma - 1) \rho_0 (\Lambda(T_0) \rho_1 + \alpha \rho_0 \Lambda(T_0) T_1 / T_0). \quad (32)$$

Решение системы уравнений (29) – (32) будет искаться в виде функций:

$$f(\vec{r}, t) = f \cdot \exp(i(k_z \cdot z - \omega t)). \quad (33)$$

Окончательным результатом решения системы уравнений (29) – (32) с использованием (33) будет искомое дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned} & \omega^3 + i\omega^2(d_v k_z^2 + (\gamma - 1)d_t k_z^2 + (\gamma - 1)\alpha d_r / c_i^2) - \\ & - \omega(\alpha(\gamma - 1)d_v d_r k_z^2 / c_i^2 + (\gamma - 1)d_v d_t k_z^4 + c_s^2 k_z^2) + \\ & + i(\gamma - 1)(d_r k_z^2(1 - \alpha) - d_t c_i^2 k_z^4) = 0, \end{aligned} \quad (34)$$

где $c_i = \sqrt{p_0 / \rho_0}$ – изотермическая звуковая скорость, $p_0 = \rho_0 R T_0 / \mu$, $d_v = 4\eta_0 / (3\rho_0)$, $d_t = \kappa_{\parallel} T_0 / p_0$, $d_r = \rho_0 \Lambda(T_0)$.

Решение дисперсионного уравнения. Прежде чем перейти к нахождению частоты ω , нужно задать используемые нами постоянные. Температура берется $T_0 \sim 1$ МК, показатель адиабаты γ в солнечной атмосфере равен $5/3$, плотность находится таким образом $\rho = 1.3 \cdot m_p \cdot n \approx 2.1736 \cdot 10^{-12}$ г/см³, где 1.3 – это поправочный коэффициент, учитывающий присутствие гелия, давление при заданной плотности и температуре $p_0 \approx 301.188$ дин/см², $d_v \approx 8.281 \cdot 10^{10}$, $d_t \approx 3.658 \cdot 10^{12}$, $d_r \approx 0.46 \cdot 10^{14.06}$. Последнее значение d_r , отвечающее за радиационную составляющую, находится из аппроксимации, которую провел Rosner (Rosner и др., 1978). Рассмотрим длинноволновые возмущения, при которых $k_z \cdot L = 0.17$, $L = 10^8$ см (Михаляев и др., 2013), тогда получается, что длина волны $\lambda = 2\pi / k_z = 3.7 \cdot 10^9$ см. Решение дисперсионного уравнения (34) при нулевой аппроксимации, т.е. $\alpha = 0$, в математическом пакете Maple, с учетом всех коэффициентов, дает, что частота колебаний $\omega \approx 0.0446 - 0.021i$ (с⁻¹), период колебаний при этом $P = 2\pi / \text{Re}(\omega) \approx 141$ с, время затухания $\tau = -1 / \text{Im}(\omega) \approx 47$ с. Рассмотрим теперь поведение частоты при различных волновых числах, сразу оговоримся, что альфвеновская скорость $V_A = 10 \cdot c_s$, при данных значениях давления и плотности, $c_s \approx 152$ км/с, и пространственный масштаб L введены для сравнения. Результаты расчетов показаны на рисунках 1 и 2.

Заключение. Рассмотренное здесь поведение звуковых волн, когда имеют место длинноволновые возмущения, при нулевой аппроксимации, практически идентично поведению медленных магнитозвуковых волн, наблюдаемых в солнечной короне в крайнем ультрафиолете (Михаляев и др., 2013).

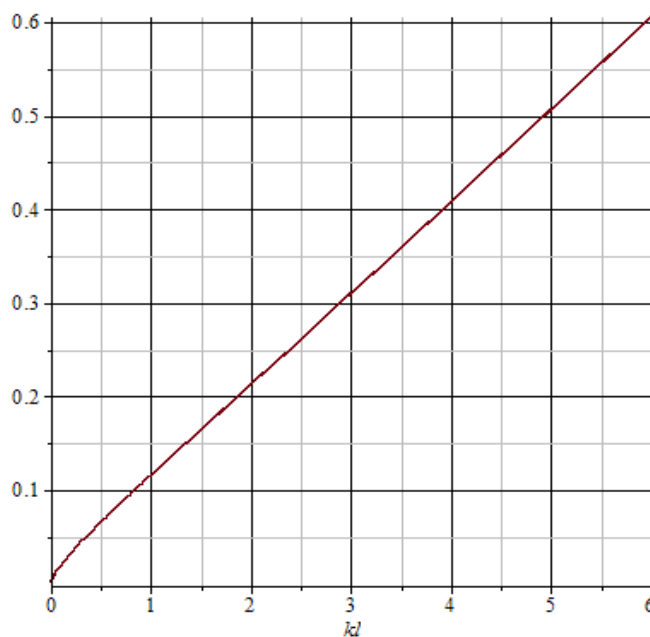


Рис. 1. График зависимости $Re(\omega) \cdot L/V_A$ от волнового числа.

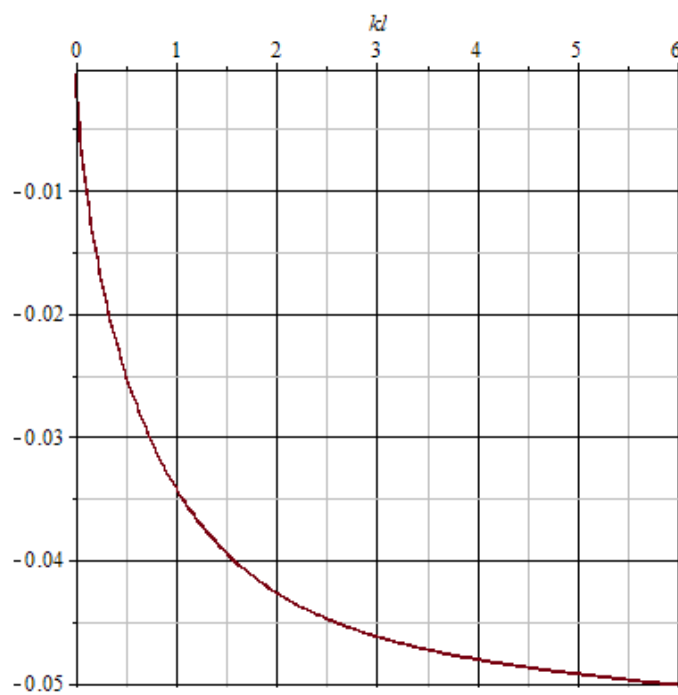


Рис. 2. График зависимости $Im(\omega) \cdot L/V_A$ от волнового числа.

Зависимость вещественной части частоты от волнового числа (дисперсионная кривая), показанная на рисунке 1, в длинноволновой области ($kl < 1$) заметно отличается от аналогичной зависимости частоты звуковой волны в отсутствие энергетических потерь, которая имеет линейный вид: $\omega = c_s k$. В коротковолновой области ($kl \gg 1$) различие небольшое, то есть здесь звуковая волна практически не имеет дисперсии.

Литература

Бембитов Д.Б., Михалев Б.Б. // Вестник Калмыцкого ун-та. 2012. Т. 16. № 4. С. 53-56.

- Брагинский С.И. Вопросы теории плазмы. Вып. 1. Под ред. Леонтовича М.А. -М.: ГОСАТОМИЗДАТ. 1963. 287 с.
- Михаляев Б.Б., Веселовский И.С., Хонгорова О.В. // Астрон. вестник. 2013. Т. 47. №1. С. 53-60.
- Прист Э. Солнечная магнитогидродинамика. М.: Мир, 1985.
- Спитцер Л. Физика полностью ионизованного газа. М.: Изд-во «МИР». 1965. 212 с.
- Хонгорова О.В., Бембитов Д.Б., Будиев Э.Г., Михаляев Б.Б. // Труды 3-й Регион. научно-практ. конференции «Актуальные проблемы современной физики и математики», Элиста, (22-25 ноября 2011), 2012. С. 49-56.
- Aschwanden M.J., Terradas J. // *Astrophys. J.* 2008. V. 686. P. L127–L130.
- Carbonell M., Oliver R., Ballester J.L. // *Astron. and Astrophys.* 2004. V. 415. P. 739–750.
- De Moortel I., Hood A. W. // *Astron. and Astrophys.* 2003. V. 408. P. 755-765.
- De Moortel I., Hood A. W. // *Astron. and Astrophys.* 2004. V. 415. P. 705-715.
- Kumar N., Kumar P., Singh S. // *Astron. and Astrophys.* 2006. V. 453. P. 1067–1078.
- Landi E., Landini M. // *Astron. and Astrophys.* 1999. V. 347. P. 401–408.
- Macnamara C. K., Roberts B. // *Astron. and Astrophys.* 2010. V. 515. A. 41.
- Parker E.N. // *Astrophys. J.* 1953. V. 117. P. 431–436.
- Rosner R., Tucker W.H., Vaiana G.S. // *Astrophys. J.* 1978. V. 220. P. 643–665.
- Weymann R. // *Astrophys. J.* 1960. V. 132. P. 452–460.

МЕТОДИКА ТРИАНГУЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА ФОТОСФЕРЫ СОЛНЦА В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПАКЕТЕ MATLAB

Джимбеева Л.Н.¹, Агапова О.Е.¹, Смирнов А.Б.²

¹ Калмыцкий государственный университет

² Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

В последние годы редкое научное исследование обходится без использования современных технологий. Задача пространственной интерполяции – получить (с минимально возможной погрешностью) значения изучаемой пространственной переменной в произвольных точках области исследования на основе обработки и анализа ее значений, измеренных в ограниченном числе выборочных точек. Для оценки значения переменной в точке, где она не измерена, применяют различные методы пространственной интерполяции. Принято различать два основных подхода к интерполяции: детерминированный и геостатистический. Методы детерминированной интерполяции аппроксимируют неизвестную переменную параметрической функцией, чья форма задается либо явно (например, полином), либо неявно (условие минимальной кривизны). Параметры выбираются так, чтобы оптимизировать некоторый критерий наилучшего приближения в точках выборки (например, наименьшие квадраты, точное совпадение). Для описания поведения пространственно-распределенных явлений используется понятие пространственная переменная – это числовая переменная $Z = Z(X, Y)$, которая принимает значение в произвольной точке области исследования; X, Y – координаты точки в пространстве (на плоскости). Значения этих переменных, в силу различных причин, обычно известны лишь в некоторых точках исследуемой области. Эти точки называют точками выборки (точками измерений, точками наблюдений, постами, выборочными точками).

Для представления результатов пространственной интерполяции используется прямоугольная регулярная сетка, в узлах которой вычисляется интерполяционная оценка изучаемой переменной. То есть в качестве точки (X_0, Y_0) последовательно рассматриваются узлы этой сетки. Такое представление называют моделью пространственной переменной (пространственной моделью, моделью поверхности, интерполяционной поверхностью, растровой моделью). Расстояние между узлами сетки задают существенно меньше характерного размера изучаемого пространственного явления, а сама сетка должна полностью покрывать территорию исследования.

В данной статье мы проведем геометрический анализ солнечной фотосферы, используя математический пакет MATLAB. Такой анализ не относится к достаточно распространенным средствам анализа данных, но для специалистов он представляет несомненный интерес. На рисунке 1 представлен снимок фотосферы Солнца и выделенная область для нашего исследования. Для исследования нами был выбран снимок фотосферы Солнца за 29 апреля 2012 года.

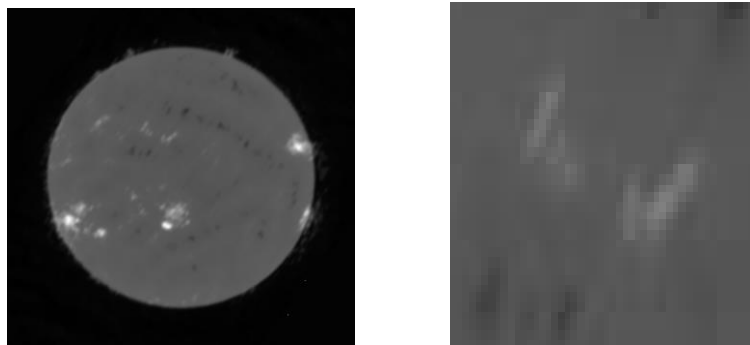


Рис. 1. Снимок фотосферы и выделенная область фотосферы Солнца за 29 апреля 2012 года

Точечные распределения могут характеризоваться с помощью **полигонов Тиссена** (Thiessen polygons) (называемых также **диаграммами Дирихле** (Dirichlet diagrams) и диа-

граммами Вороного (Voronoi diagrams) или полигонами Вороного). Они основаны на идее, что мы можем нарастить полигоны вокруг точек, чтобы показать их возможные зоны влияния на другие точки покрытия. Большинство случаев применения полигонов связано с определением влияния точечных данных, представляющих объекты исследования. Если мы изменим положение общей границы смежных полигонов в зависимости от размера или иного параметра очерчиваемых ими точек, то полученное разбиение будет еще лучше представлять реальное влияние объектов на окружающее пространство. На самом деле, использование данной методики скорее всего будет расти с расширением функциональных возможностей программ и известности среди пользователей. В отношении диаграмм Вороного выполняются следующие теоремы. Каждая вершина диаграммы Вороного является точкой пересечения в точности трех ребер диаграммы. Для каждой вершины v диаграммы Вороного множества S окружность $C(v)$ не содержит других точек множества S . Каждый ближайший сосед точки p_i в S определяет ребро в многоугольнике Вороного $V(i)$. Многоугольник $V(i)$ является неограниченным тогда и только тогда, когда точка p_i лежит на границе выпуклой оболочки множества S .

Если нет четырех точек расположенных в одну линию, то можно построить сеть треугольников, двойственную диаграмме Вороного. Три центра ячеек образуют треугольник, если внутри этого треугольника не содержится ячейки. Диаграмма Вороного множества из N точек имеет не более $2N-5$ вершин и $3N-6$ ребер.

Для построения выпуклой области в Matlab служит функция `convhull`. Ее входными аргументами являются вектора с координатами абсцисс и ординаты точек, а выходными аргументами являются номера точек, образующих вершины выпуклой оболочки. Для построения выпуклой оболочки более высоких размерностей используется функция `convhulln`. Для визуализации выпуклой оболочки применяется функция `trimesh`, которая строит полигональный объект (Patch) и возвращает указатель на него. Вид этого полигонального объекта можно изменять по своему усмотрению, включая прозрачность и цвет граней, маркеры в вершинах и так далее.

Пусть есть некоторое число точек. *Триангуляция Делоне* — это множество линий, соединяющих каждую точку с ее ближайшими соседними точками. Триангуляцией Делоне для множества точек S на плоскости называют триангуляцию $DT(S)$, такую, что никакая точка A из S не содержится внутри окружности, описанной вокруг любого треугольника из $DT(S)$, такого, что ни одной из вершин его не является точка A . *Диаграммой Вороного* называют многоугольник, вершины которого — центры окружностей, описанных вокруг треугольников Делоне. *Триангуляцией* называется планарный граф, все внутренние области которого являются треугольниками [1].

Свойства:

- Триангуляция Делоне взаимно однозначно соответствует диаграмме Вороного для того же набора точек.
- Как следствие: если никакие четыре точки не лежат на одной окружности, триангуляция Делоне единственна.
- Триангуляция Делоне максимизирует минимальный угол среди всех углов всех построенных треугольников, тем самым избегаются "тонкие" треугольники.
- Триангуляция Делоне максимизирует сумму радиусов вписанных шаров.
- Триангуляция Делоне минимизирует дискретный функционал Дирихле.
- Триангуляция Делоне минимизирует максимальный радиус минимального объемлющего шара.

Триангуляция Делоне на плоскости обладает минимальной суммой радиусов окружностей, описанных около треугольников, среди всех возможных триангуляций. *Задачей построения триангуляции по заданному набору двумерных точек* называется задача соединения заданных точек непересекающимися отрезками так, чтобы образовалась триангуляция.

Говорят, что триангуляция удовлетворяет *условию Делоне*, если внутри окружности, описанной вокруг любого построенного треугольника, не попадает ни одна из заданных точек триангуляции. Пусть на плоскости задано множество S , содержащее N точек. Для каждой точки p_i множества S определим геометрическое место точек (x,y) на плоскости, для которых расстояние до p_i меньше, чем до любой другой точки множества S . Решение такой задачи вполне логично искать следующим образом. Оно будет представлять собой некоторое разбиение плоскости на области, каждая из которых является геометрическим местом точек (x,y) , более близких к некоторой точке множества S , чем к любой другой точке S . Если такое разбиение плоскости известно, то, применив процедуру поиска, определяющую, какой из областей разбиения принадлежит некоторая точка q , можно непосредственно получить решение задачи о поиске ближайшего соседа. В системе MATLAB [2] определены функции триангуляции Делоне, триангуляции Делоне для ближайшей точки и поиска наилучшей триангуляции. Рассмотрим функции, реализующие триангуляцию Делоне, $TRI = \text{delaunay}(x,y)$ — возвращает матрицу множества треугольников (триангуляция Делоне), такую что ни одна из точек данных, содержащихся в векторах x и y , не попадают внутрь окружностей, проходящих через вершины треугольников. Каждая строка матрицы TRI определяет один такой треугольник. В Matlab функция $TRI = \text{delaunay}(x,y,'sorted')$ вычисляет триангуляцию, при расчетах предполагается, что точки векторов x и y отсортированы сначала по y , затем по x и двойные точки уже устранены; функция $\text{tsearch}(x,y,TRI,x_i,y_i)$ выполняет поиск наилучшей триангуляции, возвращает индексы строк матрицы триангуляции TRI для каждой точки с координатами (x_i,y_i) . Триангуляция трехмерных и n -мерных массивов ($n \geq 2$) осуществляется при помощи функций delaunayS и delaunayn соответственно. Нами составлена программа в математическом пакете Matlab для проведения данного анализа.

На рисунке 2 представлен вид полигонального объекта выбранного участка фотосферы Солнца, когда выпуклая оболочка найдена, то все исходное множество точек разбивается на два подмножества — точки, которые являются вершинами выпуклой оболочки, и внутренние точки. Можно выделить номера точек, попавших в вершины выпуклой оболочки. В результате на графике получается выпуклая оболочка, ее пронумерованные вершины, которые отмечены квадратами.

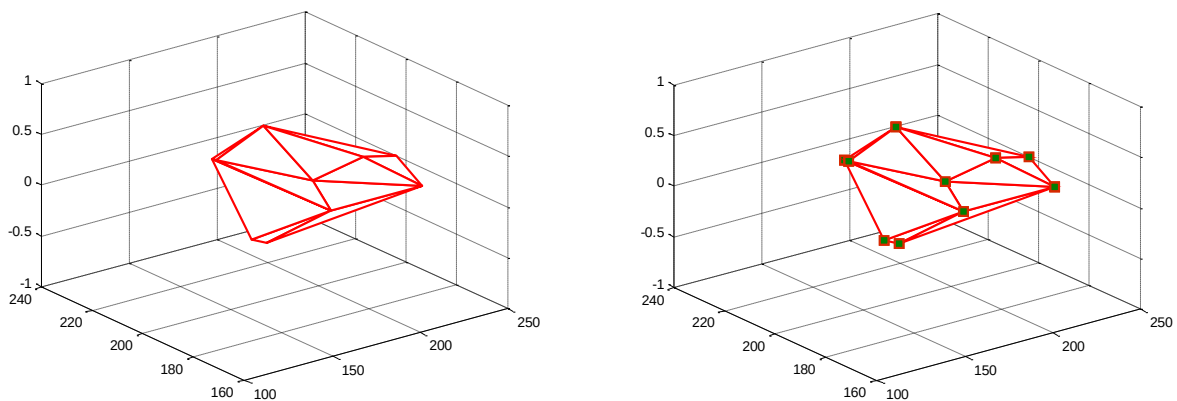


Рис.2. Полигональный вид выбранной области

Рисунок 2 иллюстрирует применение функции convhulln для построения выпуклой оболочки. Функция convhulln вычисляет n -мерную выпуклую поверхность, основана на алгоритме $qhull$. Таким образом, каждый треугольник триангуляции может быть проклассифицирован по принципу принадлежности к той или иной области. Функция convhulln возвращает матрицу из трех столбцов, каждый из которых содержит номера точек исходного множества, образующих некоторую грань выпуклой оболочки. Когда выпуклая оболочка найдена, то все

исходное множество точек разбивается на два подмножества – точки, которые являются вершинами выпуклой оболочки, и внутренние точки. Возникает вопрос, как определить номера точек, попавших внутрь выпуклой оболочки исходного множества, и тех, которые принадлежат вершинам выпуклой оболочки. Номера вершин записаны в выходном аргументе функции `convhulln` (двумерном массиве с тремя столбцами). Однако, они встречаются в разных строках этого массива и не по одному разу. Поэтому для выделения номеров точек, попавших в вершины выпуклой оболочки, можно поступить так: последовательно объединить содержимое столбцов матрицы с номерами вершин, воспользовавшись функцией `union`. Поскольку данная функция производит объединение в смысле объединения множеств, то повторные элементы исключаются. Аналогично, для нахождения номеров точек, попавших внутрь выпуклой оболочки, можно применить функцию `setdiff`, которая находит разность множеств. В нашем случае из множества номеров всех точек следует вычесть номера точек, образующих вершины выпуклой оболочки. В результате выполнения этих команд на оси графического окна выводится выпуклая оболочка, ее вершины и точки, попавшие внутрь выпуклой оболочки, в соответствии с их номерами в исходном множестве.

В системе MATLAB [3] определены функции, вычисляющие площадь полигона и анализирующие нахождение точек внутри полигона. Для вычисления площади полигона используется функция `polyarea`.

Если задан набор точек на плоскости, то задача триангуляции такого набора состоит в соединении всех точек непересекающимися отрезками так, чтобы новых отрезков уже нельзя было добавить без пересечения с другими отрезками, на рисунке указаны внутренние точки для данного треугольника.

Рисунок 3а иллюстрирует построение одного из треугольников Делоне, зеленым цветом показаны точки, попавшие внутрь выпуклой области, на рисунке 3б красным цветом указана точка, которая не является внутренней точкой, а зеленым цветом указана точка, принадлежащая данному полигональному объекту.

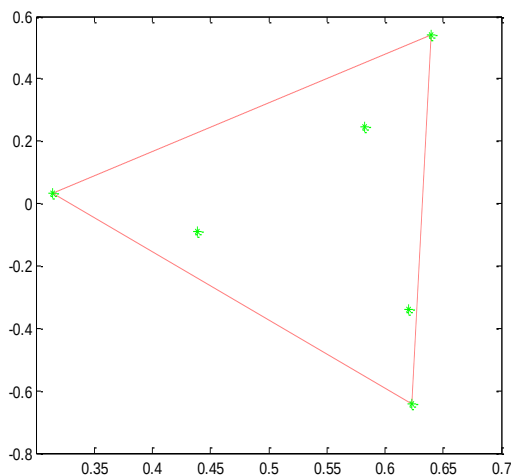


Рис. 3а. Триангуляционный треугольник

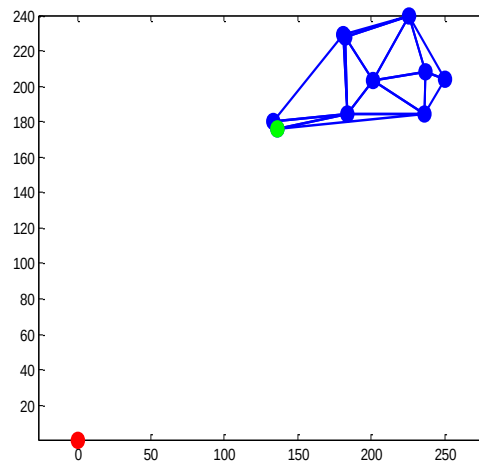


Рис. 3б. Внутренние и внешние точки

Триангуляция Делоне может быть неединственной (в случае, когда все точки множества лежат на одной окружности). Для доказательства, что построенная триангуляция действительно подходит под определение триангуляции Делоне, построим вокруг треугольников описанные окружности. Для этого обойдем треугольники в цикле, нарисуем окружности при помощи функции `rectangle`, которая позволяет округлить углы для получения эллипсов и кругов, на рисунке представлена триангуляция Делоне и соответствующие окружности.

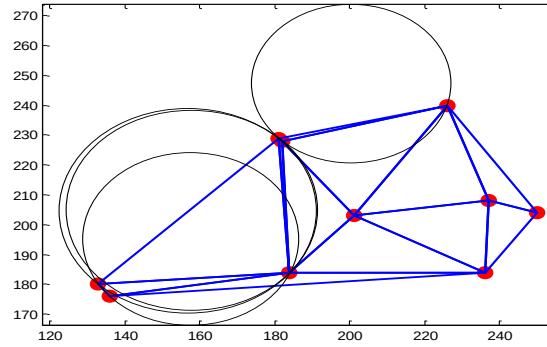


Рис. 4. Доказательство триангуляции Делоне

В результате убеждаемся, что триангуляция является триангуляцией Делоне.

В трехмерном случае триангуляция определяется аналогично, только строятся тетраэдры, а сферы, описанные вокруг каждого тетраэдра не должны содержать внутри себя точек из триангуляционного множества.

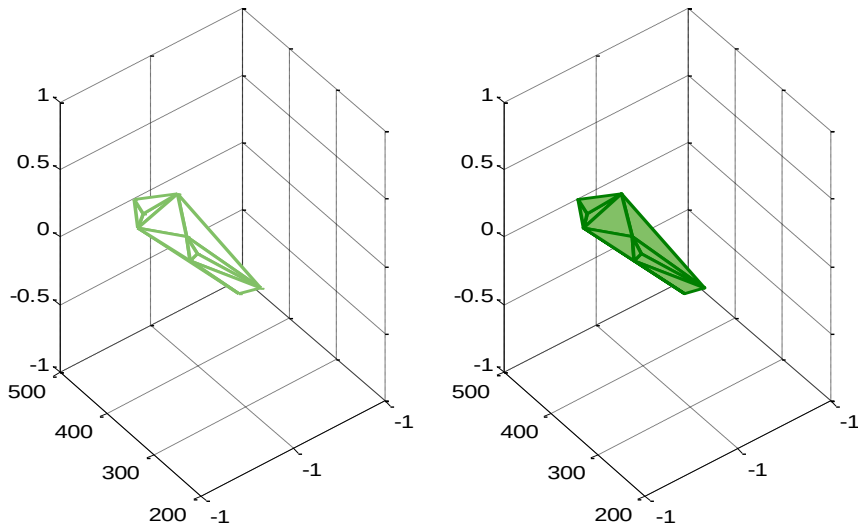


Рис.5. Трехмерная триангуляция Делоне

Для построения триангуляции точек трехмерного пространства используется функция `delaunay3`, во входных аргументах которой задаются векторы с координатами точек триангулируемого множества. Выходным аргументом функции `delaunay3` является матрица из четырех столбцов, каждый из которых содержит номера вершин симплекса (тетраэдра) триангуляции.

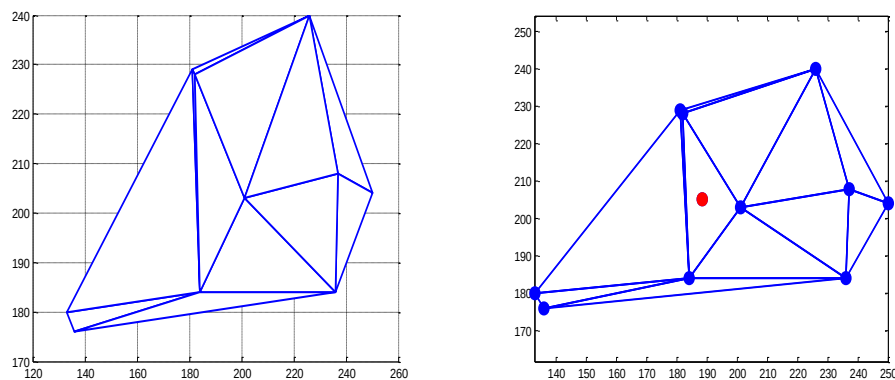


Рис.6. Триангуляция Делоне и ее симплекс

Задали точку в трехмерном пространстве, требуется определить симплекс, которому принадлежит заданная точка, триангуляция Делоне построена, в Matlab данную задачу решают с помощью функции `tsearchn`. Результат представлен на рисунке 6, заданную точку указали красным цветом на рисунке 6.

На рисунке 7 изображены знаками «плюс» центры окружностей, проведенных вокруг треугольников Делоне. Функция `[V,C] = voronoin(X)` служит для построения диаграмм Вороного n -мерных данных, где V — массив граней, C — массив клеток диаграмм. При $n=2$ вершины граней Вороного возвращаются в порядке смежности, при $n>2$ — в порядке убывания. На рисунке 7 показана связь триангуляции Делоне с диаграммой Вороного

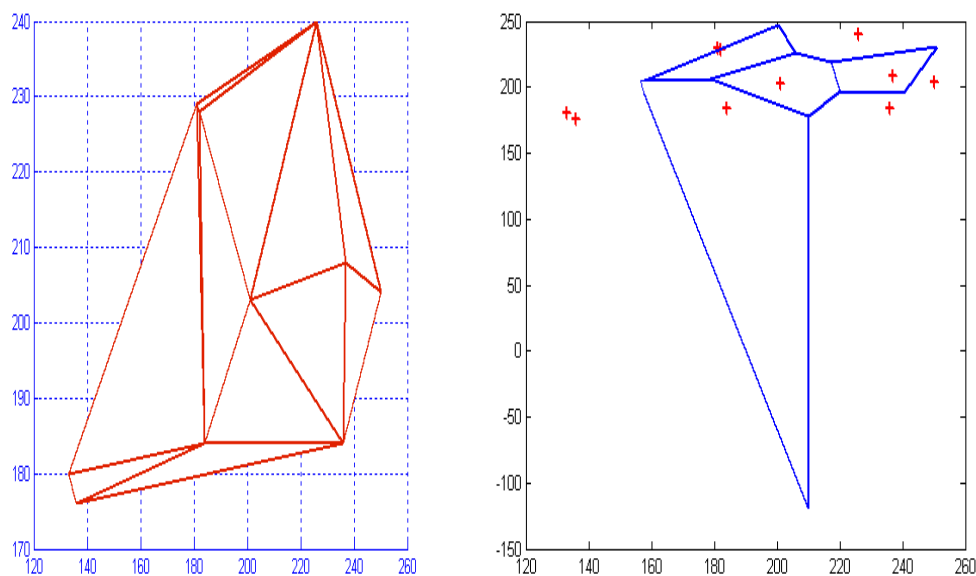


Рис. 7. Связь триангуляции Делоне с диаграммой Вороного

Для выбранной области фотосферы Солнца проведен триангуляционный анализ в математическом пакете Matlab. Существует тесная взаимосвязь между формой (очертаниями) и такими мерами, как периметр и площадь для полигонов и длина для линейных объектов. Во многих случаях очертания полигонов и меры извилистости линейных объектов обеспечивают понимание взаимоотношений между объектами и их окружением. В свою очередь, эти функциональные отношения существенно связаны в данном случае с состоянием фотосферы: происходит ли возникновение солнечных образований, находится ли фотосфера в состоянии равновесия или нет. Практическая значимость данного исследования важна для прогнозирования солнечной активности, для анализа пространственного распределения и возникновения солнечных образований.

Литература

1. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и ее применение. - Томск: Изд-во Томского ун-та, 2012. – 128 с.
2. Попов С.А. Вычислительные методы и программирование. - Москва: Изд-во МГУ, 2008, - 24 с.
3. Медведев Н.Н. Метод Вороного - Делоне в исследовании структуры некристаллических систем. - Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2009, - 214 с.

НЕАРХИМЕДОВА ГЕОМЕТРИЯ

В. И. Копейко, А. Б. Михайлова
Калмыцкий государственный университет

Abstract

In this paper we consider the field of the p -adical numbers and its non-archimedean geometry.

Основой математического анализа является теория действительных чисел, при этом поле $\mathbf{R}$ рассматривается как пополнение поля рациональных чисел $\mathbf{Q}$ относительно нормы, задаваемой абсолютной величиной. Основой p -адического анализа, активно разрабатываемого с начала 70-х годов 20-го века, является поле p -адических чисел $\mathbf{Q}_p$, определяемого как пополнение поля $\mathbf{Q}$ относительно p -адической нормы, где p – заданное простое число. С основами p -адического анализа и его применениями как в математике, так и в теоретической физике можно познакомиться по книгам [3, 4, 5, 7].

p -адические числа были введены немецким математиком К. Гензелем в 1897 году для решения конкретных задач теории алгебраических чисел. С современной точки зрения, при решении арифметической задачи переход от поля $\mathbf{Q}$ к полям $\mathbf{R}$ и $\mathbf{Q}_p$ для произвольного простого числа p означает локализацию задачи, обратный переход (глобализация) осуществляется, как правило, с использованием кольца аделей, введенного в 1936 году французским математиком К.Шевалле. Для примера приведём классическую теорему Минковского-Хассе: Для того, чтобы две рациональные квадратичные формы были эквивалентны необходимо и достаточно, чтобы они были эквивалентны над полем $\mathbf{R}$ и над полями $\mathbf{Q}_p$ для всех простых чисел p . С основами современной теории чисел, включающей как локальные, так и глобальные методы, можно познакомиться, например, по книге [2].

Имеется достаточно большая аналогия между p -адическим анализом и классическим математическим анализом, но имеются и существенные различия, связанные с неархимедовостью p -адической нормы. Целью данной заметки является изложение основ теории p -адических чисел и особенностей её геометрии, и, в частности, полное доказательство ряда свойств неархимедовой геометрии, приведенных в [3] либо без доказательства, либо с неполными доказательствами.

Поле p -адических чисел. Приведем основные определения. Пусть $\mathbf{Q}$ - поле рациональных чисел. Сопоставление любому рациональному числу x его абсолютной величины $|x|$ удовлетворяет следующим свойствам:

1. $|x| \geq 0$ для любого $x \in \mathbf{Q}$, причем $|x| = 0$ тогда и только тогда, когда $x = 0$,
2. $|xy| = |x||y|$ для любых $x, y \in \mathbf{Q}$,
3. $|x + y| \leq |x| + |y|$ для любых $x, y \in \mathbf{Q}$.

Определение 1. Пусть P – поле. Отображение $\|\cdot\|: P \rightarrow \mathbf{R}$, удовлетворяющее условиям 1-3 называется (архимедовой) нормой на поле P .

Введем еще один тип норм на поле рациональных чисел.

Определение 2: Пусть p - произвольное простое число. Введем

p -адическую норму на поле $\mathbf{Q}$, положив $\|0\|_p = 0$, $\|x\|_p = p^{-k}$, если ненулевое рациональное число x записано в виде: $x = p^k \frac{m}{n}$, где целые числа m и n не делятся на p .

Отметим, что образ p -адической нормы $\|\cdot\|_p: \mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{Q}$ есть счетное множество $\{p^k, k \in \mathbf{Z}\}$.

Предложение 1. p -адическая норма удовлетворяет свойствам 1 и 2, а также следующему более сильному условию чем свойство 3, называемое в литературе условием ультраметрики:

$$3'. \|x + y\|_p \leq \max(\|x\|_p, \|y\|_p).$$

Более того, если $\|x\|_p \neq \|y\|_p$, то справедливо равенство:

$$3''. \|x + y\|_p = \max(\|x\|_p, \|y\|_p).$$

Свойства 1 и 2 очевидны. Докажем свойства 3' и 3''. Если одно из чисел $= 0$, то доказывать нечего. Предположим, что $x, y \neq 0$ и пусть $x = p^k \frac{m}{n}$, $y = p^s \frac{a}{b}$, причем числа a, b, m и n не делятся на p . Для определенности предположим, что $k \leq s$. Тогда $x + y = p^k \frac{m}{n} + p^s \frac{a}{b} = p^k \frac{bm + p^{s-k}na}{bn}$. Если $k \neq s$, то числа $bm + p^{s-k}na$ не делятся на p и, следовательно, по определению $\|x + y\|_p = p^{-k} = \max(\|x\|_p, \|y\|_p)$ и свойство 3'' доказано. Предположим, что $k = s$. Тогда

$$x + y = p^k \frac{bm + na}{bn}. \text{ Если } bm + na \text{ не делится на } p, \text{ то } \|x + y\|_p = p^{-k} = \|x\|_p = \|y\|_p \text{ и свойство 3' доказано.}$$

Предположим, что $bm + na$ делится на p . В этом случае $x + y = p^r \frac{c}{bn}$, причём $r > k$ и c не делится на p . Следовательно,

$$\|x + y\|_p = p^{-r} < p^{-k} = \|x\|_p = \|y\|_p. \text{ Таким образом, и в этом случае свойство 3' доказано.}$$

Определение 3. Пусть P – поле. Отображение $\|\cdot\|: P \rightarrow \mathbf{R}$, удовлетворяющее свойствам 1, 2, 3' называется (неархимедовой) нормой на поле P .

Докажем, что произвольная неархимедова норма удовлетворяет свойству 3''. Пусть $\|x\| \neq \|y\|$, тогда нам нужно доказать, что $\|x + y\| = \max(\|x\|, \|y\|)$. Для определенности, предположим, что $\|x\| < \|y\|$. Тогда, в силу свойства 3',

$\|x + y\| \leq \|y\|$. С другой стороны, имеем: $\|y\| = \|-y\| = \|x + (-x - y)\| \leq \max(\|x\|, \|x + y\|)$. Если предположить, что $\|x\| > \|x + y\|$, то $\|y\| \leq \|x\|$ и получаем противоречие с условием. Следовательно, $\|x\| \leq \|x + y\|$ и значит $\|y\| \leq \|x + y\|$. Так как неравенство в другую сторону также справедливо, то $\|x + y\| = \|y\|$ и, следовательно, $\|x + y\| = \max(\|x\|, \|y\|)$.

Поле действительных чисел $\mathbf{R}$ получается пополнением поля рациональных чисел $\mathbf{Q}$ относительно нормы, задаваемой абсолютным значением. Используя p -адическую норму, можно дать аналогичное определение.

Определение 4. Пополнение поля рациональных чисел $\mathbf{Q}$ относительно p -адической нормы обозначается $\mathbf{Q}_p$ и называется полем p -адических чисел. Так как поле $\mathbf{Q}_p$ содержит поле $\mathbf{Q}$, то характеристика поля $\mathbf{Q}_p$ равна 0.

Предложение 1. Любое ненулевое p -адическое число представляется и притом единственным образом в виде (абсолютно) сходящегося ряда:

$$x = p^k (a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n + \dots) \text{ при некотором целом } k \text{ и целых } a_n \text{ таких, что } 0 \leq a_n \leq (p-1) \text{ при всех целых } n \geq 0, \text{ причём } a_0 > 0.$$

Наличие нормы на поле $\mathbf{Q}_p$ позволяет ввести метрику: $d(x, y) = \|x - y\|_p$ и, в частности, поле $\mathbf{Q}_p$ является топологическим полем с метрической топологией. Наличие топологии позволяет ввести основные понятия анализа: сходимости, непрерывности, сходимости и абсолютной сходимости ряда относительно p -адической нормы.

Полученное представление произвольного ненулевого p -адического числа в виде p -адического ряда аналогично представлению любого ненулевого вещественного числа в виде бесконечной десятичной дроби и получается аналогично.

Рассмотрим ряд примеров.

Пример 1. Для любого нечетного простого числа p число -1 имеет следующее разложение в поле $\mathbf{Q}_p$:

$$-1 = (p-1) + (p-1)p + (p-1)p^2 + (p-1)p^3 + \dots + (p-1)p^n + \dots$$

Пример 2. Найдем разложение $\sqrt{2}$ в 7-адический ряд в поле $\mathbf{Q}_7$.

В силу предложения 1, если в поле $\mathbf{Q}_7$ существует $\sqrt{2}$, то $\sqrt{2}$ имеет разложение вида: $\sqrt{2} = a_0 + a_1 7 + a_2 7^2 + \dots + a_n 7^n + \dots$, где коэффициенты $0 \leq a_n \leq 6$. На первом шаге найдём целое число $1 \leq a_0 \leq 6$ такое, что число $a_0^2 - 2$ делится на 7. Таких чисел имеется два: $a_0 = 3$, $a_0 = 4$. Пусть, для определенности, $a_0 = 3$. На втором шаге найдём целое число $0 \leq a_1 \leq 6$ такое, что число $(3 + a_1 7)^2 - 2$ делится на 7^2 , откуда следует, что число $(6a_1 + 1)7$ должно делиться на 7^2 . Следовательно, $a_1 = 1$. На третьем шаге найдём целое $0 \leq a_2 \leq 6$ такое, что число $(3 + 1 \cdot 7 + a_2 7^2)^2 - 2$ делится на 7^3 , откуда следует, что число $(6a_2 + 2)7^2$ должно делиться на 7^3 . Следовательно, $a_2 = 2$. Аналогично продолжая дальше, получаем несколько первых членов разложения: $\sqrt{2} = 3 + 1 \cdot 7 + 2 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7^3 + 1 \cdot 7^4 + 2 \cdot 7^5 + \dots$ и, следовательно,

$$\|(3 + 1 \cdot 7 + 2 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7^3 + 1 \cdot 7^4 + 2 \cdot 7^5)^2 - 2\|_7 \leq \left(\frac{1}{7}\right)^6. \text{ Как видим, сходимость ряда к } \sqrt{2}$$

достаточно быстрая. Мы выписали один из двух корней. Второй корень находится аналогично, только на первом шаге нужно будет взять $a_0 = 4$. Отметим, что на первом шаге мы фактически решаем квадратичное сравнение $a_0^2 \equiv 2 \pmod{7}$. Из курса теории чисел известно, что не любое квадратичное сравнение по простому модулю имеет решение. Например, квадратичное сравнение $a_0^2 \equiv 3 \pmod{7}$ не имеет решения и значит $\sqrt{3}$ в поле $\mathbf{Q}_7$ не существует. Начиная со второго шага, мы решаем линейные сравнения по простому модулю, которые всегда имеют и притом единственное решение.

Введем аналог кольца целых чисел в поле p -адических чисел $\mathbf{Q}_p$. Для простого числа p положим $\mathbf{Z}_p = \{x \in \mathbf{Q}_p : \|x\|_p \leq 1\}$. Докажем, что множество $\mathbf{Z}_p$ является кольцом. Для этого нужно показать, что если $x, y \in \mathbf{Z}_p$, то $x+y$,

$xy \in \mathbf{Z}_p$. Так как $x, y \in \mathbf{Z}_p$, то, по определению, $\|x\|_p \leq 1$, $\|y\|_p \leq 1$ и, следовательно, $\|x+y\|_p \leq \max(\|x\|_p, \|y\|_p) \leq 1$, $\|xy\|_p = \|x\|_p \|y\|_p \leq 1$. Кольцо $\mathbf{Z}_p$ называется кольцом целых p -адических чисел. Так как $\mathbf{Z}_p$ подкольцо поля $\mathbf{Q}_p$, то $\mathbf{Z}_p$ - область целостности, в котором обратимыми элементами являются только те элементы $x \in \mathbf{Z}_p$, для которых $\|x\|_p = 1$. В частности, $\mathbf{Z}_p$ - локальное кольцо с единственным максимальным идеалом $\mu_p = \{x \in \mathbf{Z}_p : \|x\|_p < 1\}$, причем идеал μ_p - главный, порождённый числом p .

Предложение 2. Любое ненулевое целое p -адическое число представляется и притом единственным образом в виде (абсолютно) сходящегося ряда: $x = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n + \dots$, при некотором целом k и целых a_n таких, что $0 \leq a_n \leq (p-1)$ при всех целых $n \geq 0$.

Рассмотренные выше два примера в действительности дают примеры разложений в кольце целых $\mathbf{Z}_p$ и $\mathbf{Z}_7$ соответственно.

В заключение данного пункта приведём другие описания поля p -адических чисел $\mathbf{Q}_p$. Кольцо целых p -адических чисел $\mathbf{Z}_p$ можно определить как проективный предел $\varprojlim (\mathbf{Z}/p^n \mathbf{Z})$ (см., например, [1, глава 10]). Хотя фактор-кольца $\mathbf{Z}/p^n \mathbf{Z}$ при всех $n \geq 2$ имеют делители нуля, но кольцо $\mathbf{Z}_p$ является областью целостности, поле частных которого и есть поле p -адических чисел $\mathbf{Q}_p$. Данный подход применяется в коммутативной алгебре для определения пополнения кольца по произвольному идеалу (см. указанную выше главу в [1]).

При другом подходе, для произвольного коммутативного кольца A с единицей определяется кольцо векторов Витта $W(A)$ (см., например, [5, глава 8, упражнения 21-25]). Тогда $W(\mathbf{F}_p) = \mathbf{Q}_p$, где $\mathbf{F}_p$ обозначает конечное поле из p элементов.

Неархимедова геометрия. Наличие нормы на поле P позволяет ввести метрику: $d(x, y) = \|x - y\|$ и, в частности, любое нормированное поле P является топологическим полем с метрической топологией. Наличие топологии позволяет ввести основные понятия анализа: сходимости, непрерывности и т.д. и строить некоторый анализ.

Одной из аксиом системы действительных чисел $\mathbf{R}$ является аксиома Архимеда, которая утверждает, что для любой пары положительных действительных чисел $a, b > 0$ найдётся натуральное число n такое, что $na > b$. Так как для любого натурального n в поле $\mathbf{Q}_p$ $\|n \cdot 1\|_p = 1$, если n не делится на p и $\|n \cdot 1\|_p < 1$, если n делится на p , то p -адическая норма не удовлетворяет аксиоме Архимеда. Более общо, если для любого натурального n на пространстве $\mathbf{Q}_p^n$ n -мерных p -адических векторов ввести норму, положив $\|x\|_p = \max \|x_i\|_p$, то построенная норма также удовлетворяет ультраметрическому свойству 3', а значит и свойству 3''. Относительно введенной нормы $\mathbf{Q}_p^n$ является полным нормированным пространством и, более того, является банаховой алгеброй над полем $\mathbf{Q}_p$. Геометрия пространств, в которых не выполняется аксиома Архимеда, называется неархимедовой. Приведём ряд свойств геометрии пространств $\mathbf{Q}_p^n$, показывающих их отличие от свойств евклидовых пространств $\mathbf{R}^n$.

Предложение 3. В неархимедовой геометрии любой треугольник является равнобедренным.

Возьмем любые три различные точки a, b, c на p -адической плоскости и пусть x (соответ. y) вектор, соединяющий точки a и b (соответ. b и c). Тогда $x+y$ - вектор, соединяющий точки a и c . Если $\|x\|_p = \|y\|_p$, то треугольник abc - равнобедренный и доказывать нечего. В противном случае, если предположить, для определённости, что $\|x\|_p < \|y\|_p$, то, в силу аксиомы 3', $\|x+y\|_p = \max(\|x\|_p, \|y\|_p) = \|y\|_p$ и значит треугольник abc - равнобедренный.

В евклидовом пространстве $\mathbf{R}^n$ для любого положительного действительного числа r можно определить замкнутый шар $B_r(a)$ радиуса r с центром в точке $a (\in \mathbf{R}^n)$ и его граничную сферу $S_r(a)$. Так как p -адическая норма принимает только дискретное множество значений $\{p^k, k \in \mathbf{Z}\}$, то в пространстве $\mathbf{Q}_p^n$ не существует сфер, радиус которых отличен от p^k , где k - целое число. В связи с этим введём следующие обозначения. Для целого числа r обозначим через $B_r(a)$ замкнутый шар в пространстве $\mathbf{Q}_p^n$ радиуса p^r с центром в точке $a (\in \mathbf{Q}_p^n)$ и обозначим через $S_r(a)$ его граничную сферу. Таким образом, по определению $B_r(a) = \{x \in \mathbf{Q}_p^n : \|x - a\|_p \leq p^r\}$, $S_r(a) = \{x \in \mathbf{Q}_p^n : \|x - a\|_p = p^r\}$. В частности, $B_r(a) = B_{r-1}(a) \cup S_r(a)$ и, следовательно, $B_{r-1}(a)$ является внутренностью шара $B_r(a)$. Таким образом, при любом

целом r шар $B_r(a)$ является открыто-замкнутым множеством. С другой стороны, так как $B_{r-1}(a)$ – замкнуто и $S_r(a) = B_r(a) \setminus B_{r-1}(a)$, то сфера $S_r(a)$ также является открыто-замкнутым множеством. Если мы обозначим через S_r сферу радиуса r с центром в точке 0 , то $Q_p^n = \bigcup S_r$, где объединение берется по всем целым r . Так как множества S_r открыто-замкнутые при всех целых r , то пространство Q_p^n вполне несвязно, то есть любое его подмножество, состоящее более чем из одной точки – не связно. Таким образом, мы доказали следующие свойства неархимедовой геометрии.

1°. При любом целом r и для любой точки $a(\in Q_p^n)$ шар $B_r(a)$ и сфера $S_r(a)$ являются открыто-замкнутыми множествами в пространстве Q_p^n .

В евклидовом пространстве R^n для произвольных положительного действительного числа r и точки $a(\in R^n)$ шар $B_r(a)$ и сфера $S_r(a)$ являются замкнутыми множествами в пространстве R^n .

2°. Пространство Q_p^n вполне несвязно.

Евклидово пространство R^n – связно.

3°. Пространство Q_p^n имеет иерархическую структуру, состоящую из сфер с центром в 0 , бесконечную в обе стороны, при этом в сторону возрастания радиус следующей сферы увеличивается в p раз, а в сторону убывания радиус следующей сферы уменьшается в p раз.

4°. В пространстве Q_p^n любая точка шара $B_r(a)$ является его центром.

Нам нужно доказать, что для любой точки $b \in B_r(a)$ справедливо равенство $B_r(b) = B_r(a)$. Так как $b \in B_r(a)$, то, по определению, $\|b-a\|_p \leq r$. Возьмем любую точку $x \in B_r(b)$. Тогда $\|x-b\|_p \leq r$. Имеем: $\|x-a\|_p = \|(x-b) + (b-a)\|_p \leq \max(\|x-b\|, \|b-a\|) \leq r$ и, следовательно, $x \in B_r(a)$. Таким образом мы доказали включение $B_r(b) \subseteq B_r(a)$. Включение в обратную сторону доказывается аналогично.

5°. Любые два шара в пространстве Q_p^n либо не имеют общих точек, либо один шар содержится в другом.

Предположим, что пересечение $B_s(b) \cap B_r(a)$ – не пусто и пусть, для определенности, $s \leq r$. Тогда докажем, что $B_s(b) \subseteq B_r(a)$. Так как пересечение $B_s(b) \cap B_r(a)$ – не пусто, то найдется $x \in B_s(b) \cap B_r(a)$. Используя предыдущее свойство, получаем: $B_s(b) = B_s(x) \subseteq B_r(x) = B_r(a)$, что и требовалось доказать.

В заключение приведем два свойства, которыми также обладает евклидово пространство R^n .

6°. Для любого целого числа r и произвольной точки $a(\in Q_p^n)$ шар $B_r(a)$ и сфера $S_r(a)$ являются компактными множествами в пространстве Q_p^n .

7°. Пространство Q_p^n – локально-компактно для любого натурального n и простого числа p .

Литература

1. Атья М., Макдональд И. Введение в коммутативную алгебру. - М.: Мир, 1972.
2. Вейль А. Основы теории чисел. - М.: Мир, 1972.
3. Владимиров В.С., Волович И.В., Зеленов Е.И. p -адический анализ и математическая физика. - М.: Физматлит, 1994.

4. Каток С.Б. p -адический анализ в сравнении с вещественным- М.: МЦНМО, 2004.
5. Коблиц Н. p -адические числа, p -адический анализ и дзета-функция — М.: Мир, 1982.
6. Ленг С. Алгебра. - М.: Мир, 1968.
7. Хренников А.Ю., Шелкович В.М. Современный p -адический анализ и математическая физика: Теория и приложения- М.:Физматлит, 2012.

ОДНОЛИСТНЫЕ ВЕЩЕСТВЕННОЗНАЧНЫЕ ФУНКЦИИ В ТЕРМИНАХ ЛОГАРИФИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

В. К. Кочетков, О. В. Задорожная, О. О. Шактар
Калмыцкий государственный университет, Элиста

Abstract

The article explains that on the set of real-valued functions univalent holds the structure of a linear space. Here real-valued one-leaved functions are expressed in terms of logarithmic functions.

Проблемным моментом при исследовании однолистных функций комплексного переменного, функционалов на классах комплекснозначных однолистных функций является отсутствие на множестве комплекснозначных однолистных функций структуры линейного пространства.

В статье обосновывается, что на множестве вещественнозначных однолистных функций имеет место структура линейного пространства. Здесь же вещественнозначные однолистные функции выражаются в терминах логарифмических функций.

Под логарифмической функцией будем подразумевать однозначную ветвь, удовлетворяющую условию $\ln 1 = 0$.

Введем вещественнозначные однолистные функции $g(x)$ в терминах интеграла от знакоположительных вещественных функций $p(x)$, $x \in R$:

$$g(x) = \int p(x)dx, \quad x \in R. \quad (1)$$

Как правило, изучаются локально однолистные функции в областях $G \subset R$. В данной статье считаем, что $G = R$.

Обозначим через F_+ множество дифференцируемых в R функций $p(x) > 0$ в R , через F_0 – множество $p(x) \in F_+$ и удовлетворяющих условию $p(x) \geq 0$ в R . Через F_δ – множество биективных в R функций. Заметим, что графики функций $p(x) \in F_+$ расположены в верхней полуплоскости, а графики функций $p(x) \in F_0$ касаются действительной оси в точках, в которых $p(x) = 0$.

Пусть $p_i(x) \in F_+$, $i = \overline{1, n}$. Тогда $p(x) = p_1(x) + \dots + p_n(x) \in F_+$ и

$$g(x) = \int p(x)dx = \int p_1(x)dx + \dots + \int p_n(x)dx = g_1(x) + \dots + g_n(x).$$

Так как с учетом (1),

$$g_k(x) = \int p_k(x)dx \in F_\delta, \quad g_1(x) + \dots + g_n(x) \in F_\delta,$$

то

$$g(x) = g_1(x) + \dots + g_n(x) \in F_\delta.$$

Последнее означает, что в классе F_δ имеет место структура линейного пространства.

Пусть $p_i(x) \in F_+$ в R , $i = \overline{1, n}$. Тогда $p(x) = p_1(x) \cdot \dots \cdot p_n(x) \in F_+$ и

$$\int p_i(x)dx = \int g_i(x)dx, \quad i = \overline{1, n},$$

а также

$$\int p(x)dx = \int p_1(x) \cdot \dots \cdot p_n(x)dx = g(x) \in F_\delta.$$

Утверждение 1. Функция $g(x) = \int \ln(1 + (x - x_0)^2)dx \in F_\delta$.

Доказательство. Так как $1+(x-x_0)^2 > 1$ при $x \neq x_0$, и $1+(x-x_0)^2 = 1$ при $x = x_0$, то $1+(x-x_0)^2 \in F_+$, а $\ln(1+(x-x_0)^2) \geq 0$ в R , поэтому $\ln(1+(x-x_0)^2) \in F_0$.

В общем, если $h(x) \in F_0$, то $1+h(x) \geq 1$, $\ln(1+h(x)) \geq 0$ в R . Поэтому $g(x) = \int \ln(1+h(x))dx \in F_\delta$.

В частности, если $h(x) \in F_+$, то $(x-x_0)^2 h(x) \in F_0$, $1+(x-x_0)^2 h(x) \geq 0$, $\ln(1+(x-x_0)^2 h(x)) = g(x) \in F_0$.

Утверждение 2. Функция $g(x) = \int \ln(1+(x-x_0)^2 \cdot h(x))dx \in F_\delta$.

Доказательство следует из вышеизложенного.

Утверждение 3. Пусть $h(x) \in F_+$. Тогда функция $g(x) = \int \ln(1+(x-x_1)^2 \cdot \dots \cdot (x-x_n)^2 h(x))dx$ принадлежит классу F_δ .

График подынтегральной функции $p(x)$ расположен в верхней полуплоскости и касается оси OX в точках $x = x_i, i = \overline{1, n}$.

Утверждение 4. Пусть $h_k(x) \in F_+, k = \overline{1, m}$. Тогда функция

$$g(x) = \int \prod_{n=1}^m \ln(1+(x-x_{1,n})^2 \dots (x-x_{s_n,n})^2 h(x))dx$$

принадлежит классу F_δ . Точками касания графика подынтегральной функции $p(x)$ и оси OX являются точки $x_{1,1}, \dots, x_{s_m,m}$.

Заключение. В статье рассмотрены общие вопросы, касающиеся всего класса знакоположительных в R функций $p(x)$ и соответствующих им, этим функциям, всего класса однолистных в R вещественнозначных в R функций $g(x)$, указаны геометрические свойства знакоположительных функций, а также введены в рассмотрение подклассы этих классов в терминах логарифмических функций.

Заметим, что можно строить подклассы классов F_+, F_0, F_δ и в терминах других элементарных функций. Возникает проблема: существует ли единая структура функций всего класса F_δ , из которой получают структуру подклассов как частный случай.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочетков В.К., Задорожная О.В. Некоторые вопросы аналитической теории дифференциальных уравнений и геометрической теории функций комплексного переменного. – Элиста: Изд-во Калм. ун-та, 2014. – 160 с.

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ СОЛНЕЧНОЙ ВСПЫШКИ 11.06.2014 В РАЗЛИЧНЫХ ВОЛНОВЫХ ДИАПАЗОНАХ

Манджиев Х. О., Джанаев Э. Б., Гольдварг Т. Б.
Калмыцкий государственный университет, Элиста

Введение. Солнечная вспышка – одно из самых интересных явлений активности Солнца. Процесс изучения возникновения и эволюции вспышки насчитывает не один десяток лет. За это время с помощью наземных и космических наблюдений, были введены различные классификации вспышек, предложены теоретические модели и сделаны расчеты, которые в большей или меньшей степени описывают результаты наблюдений. Но до сих пор вопрос определения параметров плазмы солнечных вспышек является актуальным.

В данной статье приводятся результаты обработки данных радио и рентгеновского диапазона, которые были получены на спутнике GOES и радиотелескопе NoRH для выбранной вспышки 11.06.2014 года с целью определения, а затем, сравнения таких физических параметров плазмы, как температура, плотность и напряженность магнитного поля.

Подобное сравнение уже проводилось в статье (Степанов А. В. и др., 2008) для другой вспышки, которая наблюдалась более 20 лет назад, поэтому появилась необходимость повторной диагностики параметров плазмы для другого вспышечного события.

Определения параметров плазмы по мягкому рентгеновскому диапазону. Данные наблюдений космического спутника GOES X-Ray солнечной вспышки 11.06.2014 года (с 05:30 до 05:40 ч) были взяты на специализированном Интернет-сайте.

На рисунке 1 приведен график излучения солнечной вспышки в мягком рентгеновском диапазоне в двух каналах.

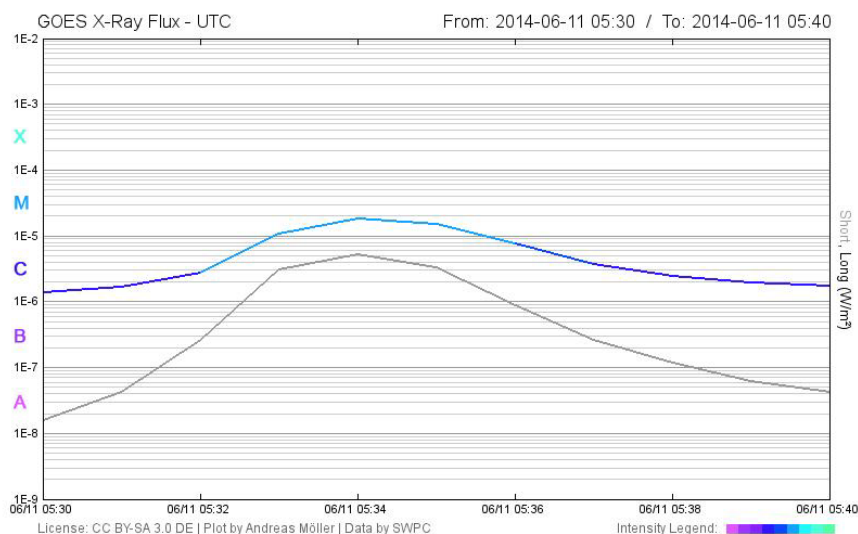


Рис. 1. Интенсивность мягкого рентгеновского излучения солнечной вспышки 11.06.2014 в двух каналах

Эти данные были оцифрованы, использовалась программа Grafula, которая предназначена для оцифровки отсканированных графиков (из книг, статей и т.д.). Затем, с полученными данными можно работать в любом табличном процессоре (EXEL, ORIGIN, и т.д.). Для работы была выбрана программа ORIGIN, которая специально разработана для создания двумерной, трёхмерной научной графики, здесь же можно проводить числовой анализ данных, подключая разные статистические операции, обработку сигналов и т.д.

Наконец, с помощью экспериментальной методики (Thomas R. J., et. al., 1985) были рассчитаны значения температуры и меры эмиссии плазмы, искомые параметры представлены на одном графике (рис.2)

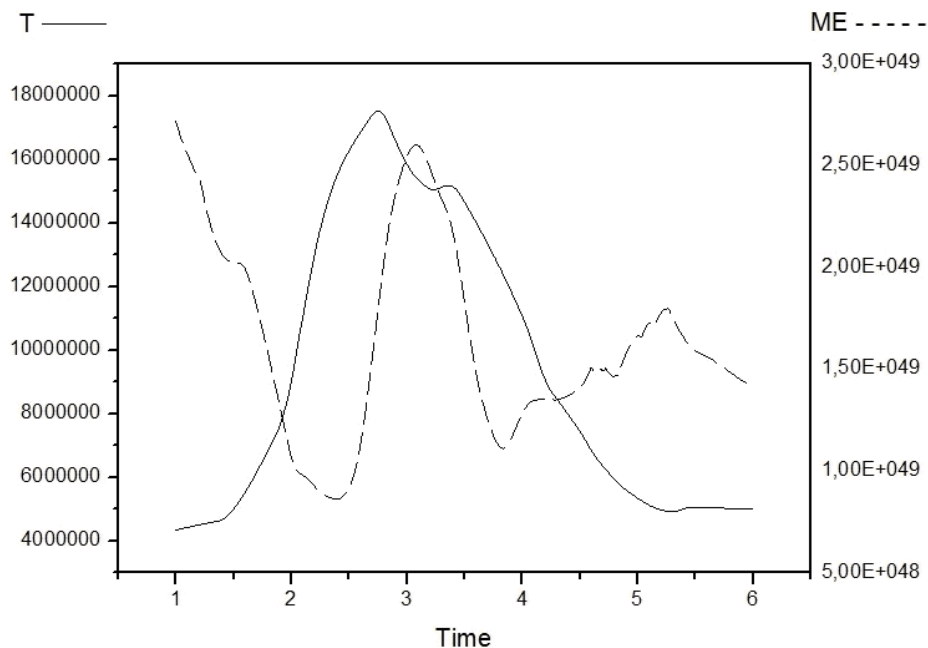


Рис. 2. Экспериментальные графики изменения со временем (в минутах) температуры T [K] и меры эмиссии ME [см³]

Здесь видно, что характерные значения меры эмиссии около $ME \approx 2,5 \times 10^{49} \text{ см}^{-3}$, а температуры плазмы $T \approx 1,7 \times 10^7 \text{ K}$. Зная величину меры эмиссии можно теперь оценить концентрацию плазмы по формуле: $ME = n^2 V$. Полагая, вспышечную петлю цилиндрической, можно посчитать ее объем, как $V \approx \pi r^2 L$, где длина петли по наблюдениям составляет около $L \approx 10^{10} \text{ см}$, а ее радиус $r \approx 10^9 \text{ см}$. Теперь подставляя эти значения, получим концентрацию плазмы $n \approx 9 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$.

Эти значения можно сравнить с результатами, полученными по независимым наблюдениям этого вспышечного события в другом волновом диапазоне.

Диагностика вспышечной плазмы по данным радиодиапазона. По наблюдениям интенсивности радиоизлучения (рис.3) радиогелиографа Нобеяма можно оценить значения температуры, величины магнитного поля и концентрации частиц по методике, описанной в работе (Копылова Ю. Г., и др. 2002).

Как видно на рисунке, выбранное событие отличалось большим количеством пульсаций, что позволило использовать данную методику, так как в ней используются параметры пульсаций, в том числе, количество колебаний, период, глубина модуляций и др. Кроме этого, сделаны предположения об основном механизме затухания колебаний вспышечных петель и используются результаты наблюдений этого события в различных волновых диапазонах.

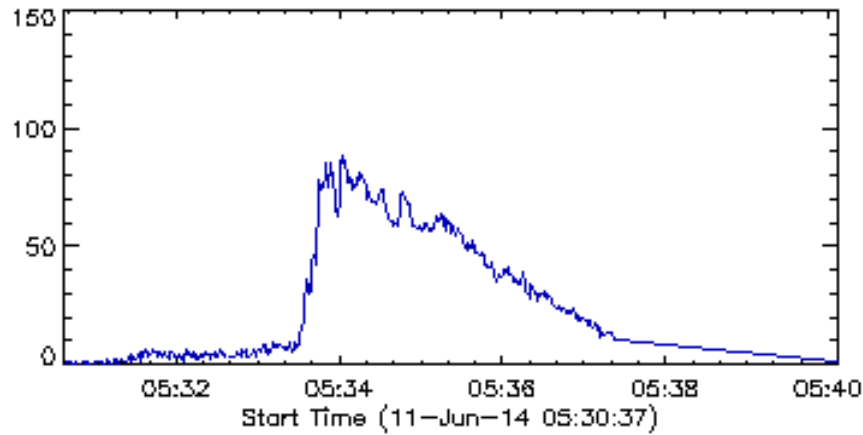


Рис. 3. Интенсивность радиоизлучения вспышки 11.06.2014 г. по данным наблюдения радиогелиографа Нобейма.

Период пульсаций был определен с помощью Фурье-анализа. Теория спектрального анализа базируется на равносильности представления сигнала во временной и частотной областях с помощью преобразования Фурье. Это обстоятельство позволяет строить эффективные методы анализа сигнала в частотной области, когда это сложно сделать во временной области. Математической основой анализа является преобразование Фурье (ПФ), которое разлагает исследуемый процесс $y(t)$ на простые гармонические колебания с разными частотами.

Для определения периода пульсаций радиоизлучения, полученного из наблюдений на радиогелиографе Нобейма, графики были оцифрованы и определен период с помощью Фурье-анализа (рис. 4).

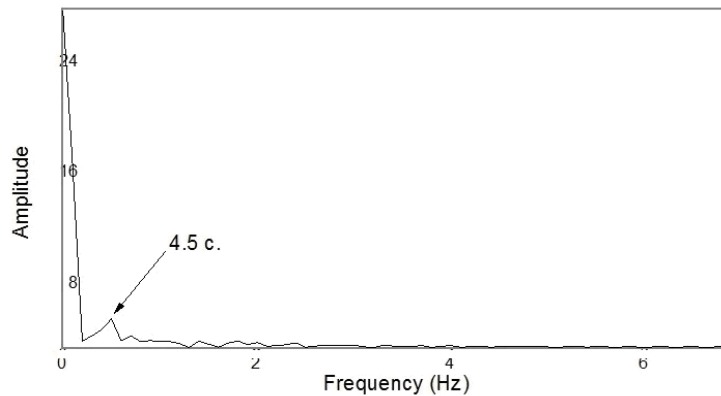


Рис. 4. Амплитудно-частотный спектр Фурье

Как видно, максимум амплитуды соответствует периоду около $P = 4,5 \text{ c}$. Далее, используя параметры вспышки: глубину модуляции $\Delta = (F_{\max} - F_{\min}) / F_{\max} = 0,25$, добротность колебаний: $Q \approx \pi s \approx 22$ (s – число колебаний, r – радиус петли) и считая колебания радиальными, используя выражения, полученные в статье с параметрами задачи $\varepsilon \approx 0,1$, $\chi \approx 2,2$, $\theta < 78^\circ$:

$$T = 1.2 \times 10^{-8} \frac{r^2 \varepsilon}{P^2 \chi} \quad n = 2 \times 10^{-11} \frac{Q r^3 \varepsilon^{7/2} \sin^2 2\theta}{P^4 \chi^{3/2}} \quad B = 2.9 \times 10^{-17} \frac{Q^{1/2} r^{5/2} \varepsilon^{7/4} \sin 2\theta}{P^3 \chi^{5/4}}$$

находим значения температуры $T \approx 3 \cdot 10^7 \text{ K}$, концентрации частиц $n \approx 4 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$ и величину магнитного поля $B \approx 190 \text{ Гс}$ в области вспыхивающего энергосвечения.

Как видно, из оценок параметров плазмы порядок величин, полученных из наблюдений в различных волновых диапазонах совпадает.

Заключение. Рассмотрено вспыхивающее событие 11.06.2014 г. С помощью Фурье – анализа этих наблюдательных данных, полученных на радиогелиографе Нобеля NoRH (17 ГГц), были обнаружены пульсации микроволнового излучения с периодом 4.5 с. Используя метод диагностики по параметрам пульсаций микроволнового излучения (периоду, добротности, глубине модуляции), определены значения температуры, концентрации частиц и величины магнитного поля вспыхивающей плазмы. Для выбранной вспышки сделаны оценки этих же параметров по наблюдениям в мягком рентгеновском диапазоне на спутнике GOES.

Диапазон Параметры плазмы	Мягкий рентген	Радиоволны
Температура плазмы	$T \approx 3 \cdot 10^7 \text{ K}$	$T \approx 1,7 \times 10^7 \text{ K}$
Концентрация частиц	$n \approx 4 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$	$n \approx 9 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$
Магнитная индукция	$B \approx 190 \text{ Гс}$	-

Сравнение оценок температуры и концентрации плазмы, полученных по мягкому рентгену и по параметрам пульсаций микроволнового излучения для избранной вспышки, показало, что результаты обоих методов диагностики хорошо согласуются между собой.

Литература

1. Копылова Ю. Г., Степанов А. В., Цап Ю. Т. *Радиальные колебания корональных петель и микроволновое излучение солнечных вспышек* // Письма в Астон. Журн. 2002. Т.28.№11. С. 870 - 879.
2. Степанов А. В., Гольдварг Т. Б., Копылова Ю.Г., Цап Ю. Т. *Радио и рентгеновское излучение солнечной вспышки 5 ноября 1992 года.* // Сборник трудов IV-го Всероссийской конференции «Физика Солнца и звезд» 2008 г, с. 14 - 23.
3. Thomas R. J., Starr R., Crannell C. J. *Expressions to determine temperatures and emission measures for solar X-ray events from GOES measurements* // Solar Phys. 1985. V. 95. №1 P. 323 - 329.

NONLINEAR SCHRÖDINGER EQUATION AND BENJAMIN-FEIR INSTABILITY OF FAST SAUSAGE WAVES IN HOMOGENOUS MAGNETIC FLUX TUBES

Mikhalyaev B.B.¹, Ruderman M.C.^{2,3}, Naga Varun.Y¹

¹Kalmyk State University, Elista, Russia

²University of Sheffield, Sheffield, U.K

³Space Research Institute (IKI), Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract: In this article we derive an expression for the Nonlinear Schrödinger wave equation (NLS) of fast sausage waves in homogenous magnetic flux tubes. We use the equations of ideal magnetohydrodynamics (MHD) in cold plasma approximation and the method of multiple scales. The coefficients of the NLS equation are evaluated numerically. Finally we investigate the possibility of Benjamin-Feir instability which is also known as modulational instability in fast sausage waves.

Introduction. Linear theory of sausage waves in homogenous magnetic flux tubes is already a saturated domain due to the extensive theoretical work carried out in the past few decades. Most of the phenomena observed in the solar atmosphere like coronal loops and Quasi-periodic pulsations (QPPs) of electromagnetic radiation during solar flares have been to an extent explained by the linear theory. So it seems necessary to analyze the nonlinear effects corresponding to these phenomena. As a first step we in the present article develop the theory of nonlinear fast sausage waves in magnetic flux tubes. The fast sausage waves are highly dispersive, as a result in the case of moderate wave amplitude the main nonlinear effect is the nonlinear wave modulation described by the Nonlinear Schrödinger (NLS) wave equation. By evaluating the coefficients of the NLS equation for a wide range of parameters, we finally conclude the possibility of Benjamin-Feir instability in the case of fast sausage waves. The emergence of this instability results in the appearance of phenomena like envelop solitons and spontaneous splitting of wave train into pulse jets.

Problem formulation, governing equations, boundary conditions and equation for the radial velocity. We consider a static equilibrium that consists of a straight homogeneous magnetic tube. The equilibrium magnetic field is $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{n}$, where B_0 is a constant and $\mathbf{n}$ is the unit vector parallel to the tube axis. The equilibrium density ρ_0 is constant inside and outside the tube. Hence, in cylindrical coordinates (r, φ, z) with the z-axis coinciding with the tube axis, the density and the magnetic flux are given by

$$\rho_0 = \begin{cases} \rho_{0i}, & r < a \\ \rho_{0e}, & r > a \end{cases} \quad \text{and} \quad B_0 = \begin{cases} B_{0i}, & r < a \\ B_{0e}, & r > a \end{cases} \quad (2.1)$$

where “ a ” is the tube radius and the subscripts “ i ” and “ e ” indicate the internal and external equilibrium values of the parameters. To describe the plasma motion we use the ideal MHD equations in the cold plasma approximation,

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (2.2a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \frac{1}{\mu_0 \bar{\rho}} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad (2.2b)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = (\nabla \times \mathbf{V}) \times \mathbf{B}. \quad (2.2c)$$

Here $\mathbf{V} = (V_r, V_\varphi, V_z)$ is the plasma velocity, $\mathbf{B} = (B_r, B_\varphi, B_z)$ the magnetic field, $\bar{\rho}$ the plasma density, and μ_0 the magnetic permeability of empty space. Now we introduce the plasma density and magnetic field perturbations as follows,

$$\tilde{\rho} = \bar{\rho} - \rho_0, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{B} - \mathbf{B}_0. \quad (2.3)$$

To simplify the mathematical notations we use the following dimensionless variables,

$$\rho = \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}, \quad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{V}}{V_A}, \quad \mathbf{b} = \frac{\tilde{\mathbf{B}}}{B_0}, \quad (2.4)$$

where $V_A = B_0 / \sqrt{\mu_0 \rho_0}$ is the Alfvén speed and rewriting the system of equations (2.2) in cylindrical coordinates by keeping quadratic and cubic nonlinearities and taking into consideration that for sausage modes, all the variables are independent of the azimuthal coordinate “ φ ”, we have the following system of equations

$$\frac{1}{V_A} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v_r}{\partial r} - \frac{\partial \rho v_z}{\partial z}, \quad (2.5a)$$

$$\frac{1}{V_A} \frac{\partial v_r}{\partial t} - \frac{\partial b_r}{\partial z} + \frac{\partial b_z}{\partial r} = (1 - \rho)(b_z - \rho) \left(\frac{\partial b_r}{\partial z} - \frac{\partial b_z}{\partial r} \right) - v_r \frac{\partial r v_r}{\partial r} - v_z \frac{\partial v_r}{\partial z}, \quad (2.5b)$$

$$\frac{1}{V_A} \frac{\partial v_z}{\partial t} = (1 - \rho) b_r \left(\frac{\partial b_z}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial z} \right) - v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} - v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad (2.5c)$$

$$\frac{1}{V_A} \frac{\partial b_r}{\partial t} - \frac{\partial v_r}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} (v_z b_r - v_r b_z), \quad (2.5d)$$

$$\frac{1}{V_A} \frac{\partial b_z}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v_r}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r (v_z b_r - v_r b_z). \quad (2.5e)$$

By using the method of successive self consistent approximation we obtain from equations (2.5) the expressions for ρ , v_z , b_r and b_z in terms of v_r as follows:

$$\rho = V_A^2 I \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(v_r I \frac{\partial r v_r}{\partial r} \right) - \frac{V_A}{r} I \frac{\partial r v_r}{\partial r} + V_A^4 I^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(I \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) I \Delta_2 v_r + O(\epsilon^3), \quad (2.6a)$$

$$v_z = -V_A^3 I \left(I \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) I \Delta_2 v_r + O(\epsilon^3), \quad (2.6b)$$

$$b_r = V_A I \frac{\partial v_r}{\partial z} - V_A^2 I \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_r}{r} I \frac{\partial r v_r}{\partial r} \right) + O(\epsilon^3), \quad (2.6c)$$

$$b_z = -\frac{V_A}{r} I \frac{\partial r v_r}{\partial r} + \frac{V_A^2}{r} I \frac{\partial}{\partial r} \left(v_r I \frac{\partial r v_r}{\partial r} \right) + O(\epsilon^3), \quad (2.6d)$$

where $I = \int dt$: (integration with respect to time) and $\Delta_2 = \nabla^2 - \frac{1}{r^2}$. Parameter $\epsilon \ll 1$ is a dimensionless perturbation order parameter. We can take the order of magnitude of $\frac{\tilde{\rho}}{\rho_0} \sim \frac{\mathbf{V}}{V_A} \sim \frac{\tilde{\mathbf{B}}}{B_0} \sim \epsilon$.

Now the differential equation for the radial component v_r is obtained by differentiating equation (2.5b) with respect to time t , and then substituting the expressions for b_r , b_z , ρ and v_z from (2.6). Also we express $\frac{\partial v_r}{\partial t}$ in terms of spatial derivatives of v_r and collect all the spatial derivatives on the right hand side to give a second order partial differential equation expressed only in terms of v_r as follows:

$$\frac{1}{V_A^2} \cdot \frac{\partial^2 v_r}{\partial t^2} - \Delta_2 v_r = T_2(v_r) + T_3(v_r) + O(\epsilon^4), \quad (2.7)$$

where $T_2(v_r)$ contains quadratic and $T_3(v_r)$ cubic terms. We have the following expressions for them:

$$T_2(v_r) = -V_A \cdot \Delta_2 \left(\frac{v_r}{r} I \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} \right) - V_A \cdot \frac{\partial(v_r I \Delta_2 v_r)}{\partial r}, \quad (2.8a)$$

$$T_3(v_r) = V_A^2 \Delta_2 \left[V_A^2 \left(I \frac{\partial(v_r)}{\partial z} \right) I \left(I \frac{\partial(v_r)}{\partial z} \right) I \Delta_2 v_r + \frac{v_r}{r} I \frac{\partial}{\partial r} \left(v_r I \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} \right) \right]$$

$$+V_A^4 \left\{ \left[I \left(I \frac{\partial(v_r)}{\partial z} \right) I \Delta_2 v_r \right] \frac{\partial}{\partial z} - \left[\frac{\partial}{\partial z} I \left(I \frac{\partial(v_r)}{\partial z} \right) I \Delta_2 v_r \right] \right\} I \Delta_2 v_r - V_A^4 (\Delta_2 v_r) I^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(I \frac{\partial(v_r)}{\partial z} \right) I \Delta_2 v_r \\ + V_A^2 \frac{\partial(v_r)}{\partial z} \left(I \frac{\partial(v_r)}{\partial z} \right) I \Delta_2 v_r + \frac{\partial}{\partial r} [v_r^2 \frac{\partial v_r}{\partial r} + V_A^2 v_r I \Delta_2 \left(\frac{v_r}{r} I \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} \right)]. \quad (2.8b)$$

Equation (2.8) is our starting equation for obtaining NLS equation. To solve the equation (2.8) we need to supplement it with necessary boundary conditions. To do this at first we define the perturbed boundary as " $r = a(1 + \eta(t, z))$ ", where a is the radius and " $\eta(t, z)$ " is the radial perturbation function, which is independent of " φ ".

Now the two boundary conditions which are called kinematic and dynamic boundary conditions are as follows:

$$V_{ri} = V_{re} \text{ at } r = a(1 + \eta(t, z)), \quad V_r = a \frac{\partial \eta}{\partial t} + a \mathbf{V} \cdot \nabla \eta, \quad (2.9a)$$

$$\mathbf{B}_i^2 = \mathbf{B}_e^2 \text{ at } r = a(1 + \eta(t, z)). \quad (2.9b)$$

Where the subscripts i and e indicate that the quantity is evaluated inside and outside the tube respectively. Now defining the jump of a function by the expression

$$[[f(r)]] = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} [f(a + a\eta + \varepsilon) - f(a + a\eta - \varepsilon)]$$

and rewriting the equations (2.9) in dimensionless form by using expressions (2.4), we have the following simplified version of the boundary conditions:

$$[[v_r]] = \left[\left[a \frac{\partial \eta}{\partial t} + a v_z \frac{\partial \eta}{\partial z} \right] \right] = 0 \text{ at } r = a(1 + \eta), \quad (2.10a)$$

$$[[2b_z + b_r^2 + b_z^2]] = 0 \text{ at } r = a(1 + \eta). \quad (2.10b)$$

Now we use the equation for v_r from (2.10a) and apply the method of successive self consistent approximation to obtain η in terms of v_r up to second order terms. The resultant expression for η is given by the following expression

$$\eta = \frac{V_A}{a} I v_r + \frac{V_A^2}{a} I \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r. \quad (2.11)$$

Substituting the value of η from (2.11) in (2.10a) and (2.10b) and substituting the values of b_z , b_r and v_z from equations (2.6) we have the following kinematic and dynamic boundary conditions only in terms of " v_r ":

$$\left[\left[V_A v_r + V_A^2 \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r + V_A^3 \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} I \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} (I v_r)^2 \right) \right] \right] = 0, \quad (2.12a)$$

$$\left[\left[\left[\frac{2V_A}{a} I \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} - V_A^2 \left(I \frac{\partial(v_r)}{\partial z} \right)^2 - \frac{V_A^2}{a^2} \left(I \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} \right)^2 - \frac{2V_A^2}{a} I \frac{\partial}{\partial r} \left(v_r I \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} \right) + \frac{2V_A^2}{a} I (I v_r) \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \right. \right. \\ \left. \frac{V_A^5}{a} \left\{ I (I v_r)^2 \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + 2I \left(I \frac{\partial(v_r)}{\partial z} I v_r \right) \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial v_r}{\partial r} - 2I \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} I v_r \right) I \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} - 2I \frac{\partial v_r}{\partial r} I \left((I v_r) \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) - \right. \right. \\ \left. 2I \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r \right) I \frac{\partial^2 r v_r}{\partial r^2} - 2I v_r I \left(\frac{\partial(v_r)}{\partial r^2} r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) - 2 \left(I \frac{\partial(v_r)}{\partial z} \right) \left(a I \frac{\partial^2 v_r}{\partial r \partial z} I v_r - I \frac{\partial}{\partial z} v_r I \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} \right) + \right. \\ \left. \left. \frac{2I \partial}{\partial r} r \left[V_A^2 \left(I \frac{\partial(v_r)}{\partial z} \right) I \left(I \frac{\partial(v_r)}{\partial z} \right) I \Delta_2 v_r + \frac{v_r}{a} I \frac{\partial}{\partial r} \left(v_r I \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} \right) \right] - \frac{2}{a} \left(I \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} \right) \left(I (I v_r) \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. I \frac{\partial}{\partial r} v_r r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \right] \right] \right] = 0 \quad (2.12b)$$

All the quantities in these equations are evaluated at $r = a$.

Review of linear fast sausage waves. The linearized equation for the sausage waves is obtained by setting the right hand side of the equation (2.8) equal to zero. Corresponding kinematic

and dynamic boundary conditions are likewise obtained by neglecting the second and higher order terms from the nonlinear boundary conditions (2.11) and (2.12). Now considering a plane wave solution of the form $v_r = v_{r1}(r)\exp(ikz - i\omega t)$, we obtain the following Bessel equation for v_{r1} :

$$\frac{d^2 v_{r1}}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dv_{r1}}{dr} - \left(\lambda^2 + \frac{1}{r^2} \right) v_{r1} = 0, \quad \lambda^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{V_A^2}. \quad (3.1)$$

The linearized boundary condition from (2.11) and (2.12) takes the form

$$[V_A v_{r1}] = 0, \quad \left[V_A \frac{\partial v_{r1}}{\partial r} \right] = 0 \quad \text{at } r = a. \quad (3.2)$$

Now when $\lambda^2 < 0$ then we have equation (3.1) as an ordinary Bessel equation and when $\lambda^2 > 0$, we have modified Bessel equation. In accordance with the law of conservation of energy we consider that for propagating waves $\lambda_e^2 > 0$. Hence we have the ordinary Bessel function $J_1(\lambda_i r)$ describing the trapped wave and the modified Bessel function $K_1(\lambda_e r)$ describing the propagating wave. The boundary conditions (3.2) give the following dispersion relation for the sausage waves in linearized approximation

$$\frac{J_1(|\lambda_i|a)}{|\lambda_i|J_0(a|\lambda_i|)} + \frac{K_1(|\lambda_e|a)}{|\lambda_e|K_0(a|\lambda_e|)} = 0. \quad (3.3)$$

Derivation of NLS equation. To derive the NLS equation we use the method of multiple scales. This method includes the introduction of two scaling spatial variables and two scaling temporal variables.

$$Z_1 = \epsilon z, \quad T_1 = \epsilon t, \quad Z_2 = \epsilon^2 z, \quad T_2 = \epsilon^2 t, \quad \epsilon \ll 1. \quad (4.1)$$

Then we search for the solution to (2.7) with the respective boundary conditions in the form

$$v_r = \epsilon v_{1r} + \epsilon^2 v_{2r} + \epsilon^3 v_{3r} + c.c., \quad (4.2)$$

$$v_{1r} = A(Z_1, T_1, Z_2, T_2) \Lambda(r) e^{i(kz - \omega t)}, \quad (4.3)$$

$$\Lambda(r) = \begin{cases} J_1(r|\lambda_i|), & r < a, \\ \frac{V_{Ai} J_1(a|\lambda_i|)}{V_{Ae} K_1(a|\lambda_e|)} K_1(r\lambda_e), & r > a, \end{cases} \quad (4.4)$$

v_{2r} and v_{3r} depend on r, z, t, Z_1, T_1, Z_2 , and T_2 and c.c. represent complex conjugate terms. Analogous scaled operators for time and spatial operators are as follows:

$$\frac{\partial}{\partial t} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2}, \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \equiv \frac{\partial}{\partial z} + \epsilon \frac{\partial}{\partial Z_1} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial Z_2}. \quad (4.6)$$

Similarly after some operational arithmetic, we have the following analogous operator for $I = \int dt$:

$$I \equiv I - \epsilon I^2 \frac{\partial}{\partial T_1} - \epsilon^2 \left(I^2 \frac{\partial}{\partial T_2} - I^3 \frac{\partial}{\partial T_1^2} \right). \quad (4.7)$$

By substituting (4.2) in (2.7) and using operators (4.5), (4.6) and (4.7) we obtain the second order approximation for the radial component of velocity as follows:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{V_A^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta_2 \right) v_{2r} &= 2i \left(\frac{\omega}{V_A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial T_1} + k \frac{\partial A}{\partial Z_1} \right) \Lambda(r) e^{i(kz - \omega t)} \\ &- \Delta_2 \left(v_{1r} V_A I \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial r v_{1r}}{\partial r} \right) - \frac{\partial v_{1r}}{\partial r} V_A I \Delta_2 v_{1r} + c.c. \end{aligned} \quad (4.8)$$

We consider solution to (4.8) in the following form:

$$v_{2r} = \Psi(r, T_1, T_2, Z_1, Z_2) e^{i(kz - \omega t)} + \frac{iV_A}{\omega} A^2 \Phi(r, T_1, T_2, Z_1, Z_2) e^{2i(kz - \omega t)} + c.c. \quad (4.9)$$

For mathematical convenience we rewrite $\Psi(r, T_1, T_2, Z_1, Z_2)$ as follows:

$$\Psi(r, T_1, T_2, Z_1, Z_2) = -2i \left(\frac{\omega}{V_A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial T_1} + k \frac{\partial A}{\partial Z_1} \right) \psi^*(r). \quad (4.10)$$

Here Φ and ψ^* are arbitrary functions which are evaluated by solving the differential equations obtained by using (4.10) and substituting (4.9) in (4.8). The final expressions for Φ and ψ^* read as follows:

$$\psi^* = \begin{cases} C_i J_1(r|\lambda_i|) - \frac{r}{2|\lambda_i|} J_1'(r|\lambda_i|), & r < a, \\ C_e K_e(r|\lambda_e|) + \frac{r V_{Ai} J_1(a|\lambda_i|)}{V_{Ae} \lambda_e K_1(a|\lambda_e|)} K_1'(r\lambda_e), & r > a, \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\Phi = \begin{cases} D_i J_1(2r|\lambda_i|) + \frac{\pi}{2} J_1(2r|\lambda_i|) \int_r^a s Y_1(2s|\lambda_i|) g_{1i}(s) ds \\ + \frac{\pi}{2} Y_1(2r|\lambda_i|) \int_0^r s J_1(2s|\lambda_i|) g_{1i}(s) ds, & r < a, \\ D_e K_1(2r\lambda_e) - K_1(2r\lambda_e) \int_a^r s I_1(2s\lambda_e) g_{1e}(s) ds \\ - I_1(2r\lambda_e) \int_r^\infty s K_1(2s\lambda_e) g_{1e}(s) ds, & r > a. \end{cases} \quad (4.12)$$

Here C_i, C_e, D_i and D_e are arbitrary constants.

The corresponding boundary conditions in second order approximation at $r = a$ are obtained by substituting (4.2) in the boundary conditions (2.12) and then using (4.9) and (4.10). They read as follows:

$$\left[\left(\frac{\omega}{V_A} \cdot \frac{\partial A}{\partial T_1} + k V_A \frac{\partial A}{\partial Z_1} \right) \psi^*(r) \right] = 0, \quad (4.13a)$$

$$\left[\left(\frac{\omega}{V_A} \cdot \frac{\partial A}{\partial T_1} + k V_A \frac{\partial A}{\partial Z_1} \right) \cdot \frac{dr\psi^*}{dr} \right] = 0, \quad (4.13b)$$

$$[V_A^2 \Phi] = 0, \quad (4.14a)$$

$$\left[V_A^2 \frac{dr\Phi}{dr} \right] = 0. \quad (4.14b)$$

Now by substituting (4.11) in (4.13) we obtain a system of algebraic equations in terms of the arbitrary constants C_i and C_e . The necessary compatibility condition to this system of equations is obtained after some mathematical operations as

$$\frac{\partial A}{\partial T_1} + V_g \frac{\partial A}{\partial Z_1} = 0, \quad (4.15)$$

where $V_g = \frac{d\omega}{dk}$ is the group velocity. It can be further shown that

$$V_g = \frac{k \int_0^\infty s V_A^2 \Lambda^2 ds}{\omega \int_0^\infty s \Lambda^2 ds}. \quad (4.16)$$

In the third order approximation we consider the solution in the following form:

$$v_{3r} = v_{31} e^{i(kz - \omega t)} + (\text{Terms not proportional to } e^{i(kz - \omega t)}) + c. c. \quad (4.17)$$

Now substituting (4.2) in (2.7) and then using (4.17) for the third order approximation, we obtain the following differential equation for v_{31}

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2 v_{31}}{V_A^2} + \Delta_k v_{31} = & \frac{\Lambda}{V_A^2} \frac{\partial^2 A}{\partial T_1^2} - \Lambda \frac{\partial^2 A}{\partial Z_1^2} - 2i\Lambda \left(\frac{\omega}{V_A^2} \frac{\partial A}{\partial T_2} + k \frac{\partial A}{\partial Z_2} \right) \\ & - 2i \left(\frac{\omega}{V_A^2} \frac{\partial \Psi}{\partial T_1} + k \frac{\partial \Psi}{\partial Z_1} \right) - A|A|^2 \frac{V_A^2}{\omega^2} (g_2 - g_3), \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$g_2 = \Delta_k \left(\frac{\Lambda}{r} \frac{d(r\Phi)}{dr} - 2 \frac{\Phi}{r} \frac{d(r\Lambda)}{dr} \right) + \frac{d}{dr} (\Lambda \Delta_{2k} \Phi - 2\Phi \Delta_k \Lambda), \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} g_3 = & \Delta_k \frac{\Lambda}{r} \frac{d}{dr} \Lambda \frac{d(r\Lambda)}{dr} + \frac{d}{dr} \Lambda \Delta_k \frac{\Lambda}{r} \frac{d(r\Lambda)}{dr} + \frac{k^2 V_A^2}{\omega^2} \Delta_k \Lambda^2 \Delta_k \Lambda + \frac{2k^2 V_A^2}{\omega^2} \Lambda (\Delta_k \Lambda)^2 \\ & + 2k^2 \Lambda^2 \Delta_k \Lambda - \frac{2\omega^2 d^2 \Lambda^3}{V_A^2 dr^2}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\Delta_k = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} - \frac{1}{r^2} - k^2, \quad \Delta_{2k} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} - \frac{1}{r^2} - 4k^2.$$

In what follows we are only interested in the boundary value problem for v_{31} .

The boundary conditions for v_{31} are obtained by substituting (4.2) in (2.12) and then using (4.17). They read as follows:

$$\llbracket V_A v_{31} \rrbracket = FA|A|^2, \quad \llbracket V_A \frac{\partial r v_{31}}{\partial r} \rrbracket = GA|A|^2, \quad (4.21)$$

where

$$\begin{aligned} F = & \frac{1}{\omega^2} \cdot \left[V_A^3 \left(\frac{\Phi}{2} \cdot \frac{d\Lambda}{dr} - \frac{\Lambda d\Phi}{dr} - \frac{\Lambda^2}{2} \cdot \frac{d^2 \Lambda}{dr^2} + \frac{\Lambda}{2} \cdot \left(\frac{d\Lambda}{dr} \right)^2 \right) + \frac{V_A^2 k^2}{2\omega^2} \cdot \Lambda^2 \Delta_k \Lambda \right], \quad (4.22) \\ G = & \frac{1}{\omega^2} \cdot \left[V_A^3 \left\{ \alpha k^2 \Lambda \Phi + \frac{1}{2a} \cdot \frac{d(r\Lambda)}{dr} \cdot \frac{d(r\Phi)}{dr} + \frac{d}{dr} \cdot \left(\Phi \cdot \frac{d(r\Lambda)}{dr} - \frac{\Lambda dr\Phi}{dr} \right) - \frac{\Lambda d}{dr} \cdot r \cdot \frac{d\Phi}{dr} + \Phi \cdot \frac{d}{dr} \cdot r \cdot \frac{d\Lambda}{dr} - \right. \right. \\ & \frac{\Lambda}{2} \cdot \frac{d\Lambda}{dr} \cdot \frac{d}{dr} \cdot \left(\frac{rd\Lambda}{dr} \right) - \frac{\Lambda^2}{2} \frac{d}{dr} \cdot \frac{rd^2 \Lambda}{dr^2} + \frac{\Lambda d^2 \Lambda}{dr^2} \cdot \frac{d(r\Lambda)}{dr} - \frac{\Lambda}{2} \frac{d\Lambda}{dr} \cdot \frac{d}{dr} \cdot \left(\frac{rd\Lambda}{dr} \right) + \frac{V_A^2 k^2}{2\omega^2} \cdot \frac{d}{dr} \cdot (r\Lambda^2 \Delta_2 \Lambda) - \\ & \frac{\Lambda^2}{2} \cdot \frac{d^2}{dr^2} \left(\frac{rd\Lambda}{dr} \right) + \frac{a}{2} \cdot \frac{k^2 \Lambda^2 d\Lambda}{dr} - \frac{k^2 \Lambda^2 d(r\Lambda)}{dr} + \frac{1}{2a} \cdot \frac{d}{dr} \cdot \left[r\Lambda d \cdot \left(\frac{\Lambda d(r\Lambda)}{dr} \right) \right] + \frac{\Lambda d\Lambda}{dr} \cdot \frac{d^2}{dr^2} \cdot (r\Lambda) + \\ & \left. \left. \frac{\Lambda}{2a} \cdot \frac{d(r\Lambda)}{dr} \cdot \frac{d}{dr} \cdot \left(\frac{rd\Lambda}{dr} \right) - \frac{1}{2a} \cdot \frac{d(r\Lambda)}{dr} \cdot \frac{d}{dr} \cdot \left(\frac{\Lambda d(r\Lambda)}{dr} \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4.23)$$

The homogenous problem without nonlinearities will be recovered if we substitute $\Lambda=0$. This homogenous counterpart coincides with the boundary value problem for v_r in the first order approximation, which has a nontrivial solution defined by (4.3) and (4.4). This implies that inhomogeneous boundary value problem for v_{31} only has a solution when the right hand sides of equations (4.18) and (4.21) satisfy the solvability condition. To obtain this we multiply equation (4.18) by $rV_A^2 \Lambda$ and integrate with respect to r from 0 to ∞ . As a result we obtain

$$\begin{aligned} \int_0^\infty r V_A^2 \Lambda \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} r \cdot \frac{d}{dr} - \frac{1}{r^2} - \lambda^2 \right) v_{31} dr = & \int_0^\infty \left[\Lambda \frac{\partial^2 A}{\partial T_1^2} - V_A^2 \Lambda \frac{\partial^2 A}{\partial Z_1^2} - 2i\Lambda \left(\omega \frac{\partial A}{\partial T_2} + k V_A^2 \frac{\partial A}{\partial Z_2} \right) - \right. \\ & \left. 2i \left(\omega \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial T_1} + k V_A^2 \frac{\partial \Psi}{\partial Z_1} \right) - A|A|^2 \cdot \frac{V_A^2}{\omega^2} (g_2 - g_3) \right] r \Lambda dr \end{aligned} \quad (4.24)$$

Carrying integration by parts and considering the equations (3.3), (4.4), boundary conditions (4.21) and appropriate transformation formulae we have (4.24) as

$$\int_0^\infty r V_A^2 \Lambda \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} r \cdot \frac{d}{dr} - \frac{1}{r^2} - \lambda^2 \right) v_{31} dr = a |\lambda_i| V_{Ai} J_1'(a |\lambda_i|) \llbracket V_A v_{31} \rrbracket - V_{Ai} J_1(a |\lambda_i|) \llbracket V_A \frac{\partial r v_{31}}{\partial r} \rrbracket = V_{Ai} A |A|^2 [a |\lambda_i| J_0(a |\lambda_i|) F - J_1(a |\lambda_i|) G], \quad (4.25)$$

From this result and the equations (4.10), (4.15) we transform equation (4.25) to

$$2i \int_0^\infty \left(\omega \frac{\partial A}{\partial \tau_2} + k V_A^2 \frac{\partial A}{\partial z_2} \right) r \Lambda^2 dr + \frac{\partial^2 A}{\partial z_1^2} \int_0^\infty \left[4 \Psi^* \left(\frac{\omega V_g}{V_A} - k V_A \right)^2 - \Lambda (V_g^2 - V_A^2) \right] r \Lambda dr + \frac{A |A|^2}{2 \omega^2} \int_0^\infty r \Lambda V_A^4 (g_2 - g_3) dr + V_{Ai} A |A|^2 [a |\lambda_i| J_0(a |\lambda_i|) F - J_1(a |\lambda_i|) G] = 0. \quad (4.26)$$

Finally rewriting this equation with the help of (4.16), we obtain the required nonlinear Schrödinger equation as

$$i \left(\frac{\partial A}{\partial t} + V_g \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \alpha \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \beta A |A|^2 = 0, \quad (4.27)$$

where α and β are the coefficients given by the expressions

$$\alpha = \frac{2}{\omega \int_0^\infty s \Lambda^2 ds} \cdot \int_0^\infty \Psi^* (\omega V_g / V_A - k V_A)^2 r \Lambda dr + \frac{V_g (\omega - k V_g)}{2 k \omega}, \quad (4.28)$$

$$\beta = \frac{1}{\int_0^\infty s \Lambda^2 ds} \int_0^\infty (r \Lambda V_A^4 (g_2 - g_3) / 4 \omega^3) dr + V_{Ai} / 2 \omega [a |\lambda_i| J_0(a |\lambda_i|) F - J_1(a |\lambda_i|) G]. \quad (4.29)$$

Rewriting equation (4.27) in the original non scaled variables we have

$$i \left(\frac{\partial u}{\partial t} + V_g \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \beta u |u|^2 = 0, \quad u = \epsilon A. \quad (4.29)$$

The interesting property of this equation is the stability of the solution in the form of a harmonic wave defined by

$$u = u_0 \exp(ikz - \omega t); \quad \omega = V_g k + \alpha k^2 - \beta u_0^2,$$

where u_0 = constant amplitude.

Possibility of Benjamin-Feir instability. Benjamin-Feir or modulational instability is a non-linear phenomenon where a perturbation in wave propagation which is not thermodynamically stable is stabilized by nonlinear modulation. In the case of nonlinear fast sausage waves described the nonlinear Schrödinger wave equation described by (4.27), we have evaluated the coefficients α and β for a wide variety of parameters. The result is graphically shown in the figures 1 and 2. Here α and β are plotted against the dimensionless wave number ka . From the figures 1 and 2 it is evident that α and β are positive for a wide range of parameters and hence $\alpha\beta > 0$. This result implies that the fast sausage waves are subject to modulational or Benjamin-Feir instability (e.g. Zakharov and Ostrovsky 2009). The development of this instability leads to the formation of envelop solitons and spontaneous splitting of a wave train into pulse jets.

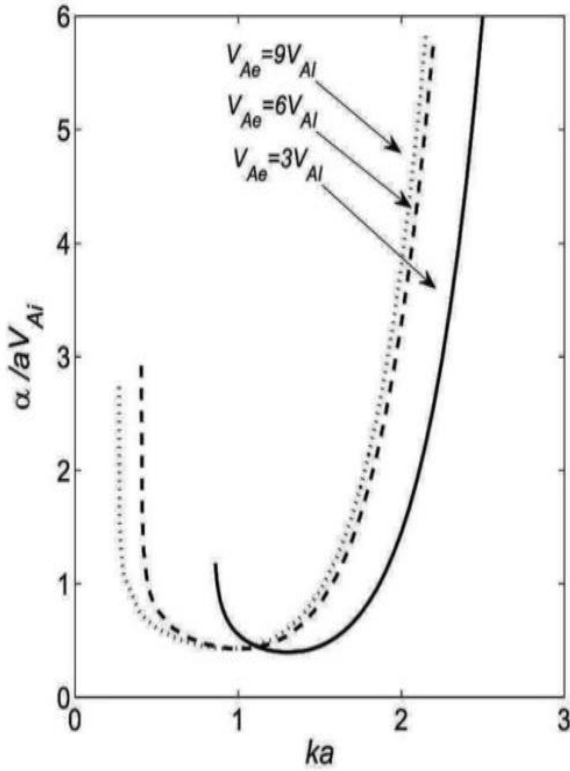


Figure.1

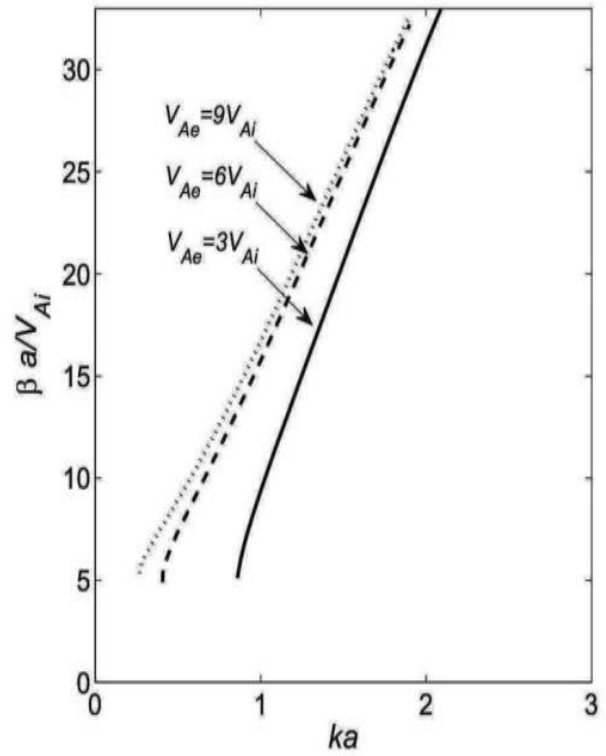


Figure.2

Conclusions. We have obtained the Nonlinear Schrödinger equation for fast sausage waves in homogenous magnetic flux tube.

1. Harmonic wave solutions to NLS equation (4.29) of the type

$$u = u_0 \exp(ikz - \omega t), \quad \omega = V_g k + \alpha k^2 - \beta u_0^2, \text{ are stable.}$$

2. For a wide range of values of parameters we have $\alpha\beta > 0$. Hence fast sausage waves exhibit modulational instability or Benjamin-Feir instability leading to the formation of envelop solitons and spontaneous splitting of a wave train into pulse jets.

References

1. Abramowitz, M. and Stegun, A. 1964 Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. (10th ed.; New York: Dover).
2. Edwin, P.M. and Roberts, B. // 1983, Solar Phys.88, 179.
3. Merzlyakov, E.G. // 1985, Fluid Dynamics 20, 305.
4. Nakariakov, V.M. and Melnikov, V.F. // 2009, Space Sci. Rev. 149, 119.
5. Nakariakov, V.M., Roberts, B., and Petrukhin, N.S. // 1997, J. Plasma Phys. 58, 315.
6. Prudnikov, A.P., Brychkov, Yu.A, and Marichev, O.I. 1998. Integrals and Series: Volume 2: Special Functions. (Gordon and Breach Science Publ.).
7. Zabolotskaya, E.A. and Shvartsburg, A.B. // 1987, Soviet Phys. Acoust. 33, 221.
8. Zabolotskaya, E.A. and Shvartsburg, A.B. // 1988, Soviet Phys. Acoust. 34, 493.
9. Zakharov, V.E. and Ostrovsky, L.A. // 2009, Physica D 338, 540.
10. Zhelyazkov, I., Murawski, K., Goossens, M., Nenovski, P., and Roberts, B. // 1994, J. Plasma Phys. 51, 291.

МАТРИЧНЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ

Ю. Н. Радачинская

Калмыцкий государственный университет

Обобщением линейной регрессии с двумя переменными является модель множественной регрессии, которую можно представить в виде

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \delta_i \quad (*) \quad , \text{ где}$$

y_i - значение переменной для i -го наблюдения ($i = \overline{1, n}$);

β_0 - свободный член;

β_j - коэффициент при j -м факторе ($j = \overline{1, k}$);

x_{ji} - значение j -го фактора независимой или объясняющей переменной для i -го наблюдения;

δ_i -случайная составляющая зависимой переменной i -го наблюдения , ($i = \overline{1, n}$).

Примем следующее:

1) переменные $x_{1i}, x_{2i} + \dots + x_{ki}$ - неслучайные величины, ($i = \overline{1, n}$) .

2) $M(\delta_i) = 0$, ($i = \overline{1, n}$) .

3) $D(\delta_i) = \text{const}$, ($i = \overline{1, n}$) .

4) Отсутствие систематических связей: $\text{cov}(\delta_i, \delta_j) = 0$.

Требование предпосылки 5 (рассмотрение нормальной регрессии) необходимо для оценки точности уравнения регрессии и его параметров:

5) случайная составляющая δ_i -нормально распределенная случайная величина.

Модель линейной множественной регрессии (*), для которой выполняются требования 1-5, называется нормальной линейной регрессионной моделью.

В матричной форме регрессионная модель (*) (не только нормальная) записывается следующим образом:

$Y = X\beta + \delta$, где Y - матрица-столбец зависимой переменной размерности $(n \times 1)$; X - матрица значений независимых переменных размерности $(n \times (k+1))$. Добавляется столбец, состоящий из 1, чтобы учесть b_0 - свободный член; δ -столбец ошибок наблюдений размерности $(n \times 1)$.

Задача состоит в определении оценки модели (*) по выборке в виде:

$$y_i = b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + \dots + b_k x_{ki}$$

или в матричной форме $Y = XB$

Рассмотрим задачу исследования линейной зависимости случайной величины Y от 2-х объясняющих переменных x_1 и x_2 . Рассмотрим

i -е наблюдение переменных y_i, x_{1i}, x_{2i} :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \delta_i \quad i = \overline{1, n} \quad (1)$$

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$, - неизвестные коэффициенты связи.

(1) – модель двумерной линейной регрессии .

Определяем оценку модели (1) по выборке в виде:

$$y_i = b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} \quad \text{или в матричной форме } Y = XB \quad (2)$$

Представим (1) в матричной форме. Введем обозначения:

$$\begin{aligned}
 Y &= \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} - \text{матрица- столбец значений зависимой переменной;} \\
 X &= \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} \\ 1 & x_{21} & x_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} \end{pmatrix} - \text{матрица объясняющих переменных или матрица плана;} \\
 B &= \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} - \text{матрица- столбец неизвестных- оценки коэффициентов модели (2).}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Для нахождения вектора оценок коэффициентов модели (1) В используем метод наименьших квадратов (МНК). Матричное описание процесса построения уравнения регрессии облегчает как теоретические аспекты анализа, так и расчетные моменты.

Рассмотрим функционал $S = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$. Минимизируем сумму квадратов отклонений значений величины Y по опытным данным выборки y_i от рассчитываемой модели $\bar{y}$.

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \rightarrow \min \tag{4}$$

Напомним процесс скалярного произведения векторов: $e^2 = e^T e = (e_1, e_2, \dots, e_m) \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{pmatrix} = \sum_{m=1}^m e_m^2$,

тогда функционал (4) в матричной форме имеет вид: $S = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 =$

$$\begin{aligned}
 &= (Y - XB)^2 = (Y - XB)^T (Y - XB) = (Y^T - B^T X^T)(Y - XB) = Y^T Y - Y^T XB - B^T X^T Y + \\
 &+ B^T X^T XB
 \end{aligned} \tag{5}$$

Т.к. $Y^T XB$ - скаляр, то произведение матриц $((1*n)*\{(n*3)(n*3)\}=(1*1)$ - скаляр) не меняется при транспонировании . Удобно использовать формулу $Y^T XB = (Y^T XB)^T = B^T X^T Y$. Тогда условие минимизации (5) примет вид:

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = Y^T Y - 2B^T X^T Y + B^T X^T XB \tag{6}$$

Исследуем функцию многих переменных $S(b_0, b_1, b_2)$ на экстремум. Определим вектор частных производных:

$$\frac{\partial S}{\partial B} = \left(\frac{\partial S}{\partial b_0}, \frac{\partial S}{\partial b_1}, \frac{\partial S}{\partial b_2} \right)$$

Приведем некоторые сведения о производных в векторной форме. Т.к.

$$\frac{\partial}{\partial B}(B^T C) = C; \frac{\partial}{\partial B}(B^T AB) = 2AB, \text{ где } A - \text{ симметрическая матрица, } B \text{ и } C - \text{ матрицы - столбцы.}$$

В нашем случае $C = X^T Y$, $A = X^T X$, B - столбец неизвестных оценок коэффициентов регрессии.

Имеем:

$$A = X^T X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_{11} & x_{21} & \dots & x_{n1} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{n2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} \\ 1 & x_{21} & x_{22} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n & \sum x_{i1} & \sum x_{i2} \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i1}^2 & \sum x_{i1}x_{i2} \\ \sum x_{i2} & \sum x_{i1}x_{i2} & \sum x_{i2}^2 \end{pmatrix} - \quad (7) \text{ симмет-}$$

рическая .

$$X^T Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_{11} & x_{21} & \dots & x_{n1} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{n2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y_i \\ \sum x_{i1}y_i \\ \dots \\ \sum x_{i2}y_i \end{pmatrix} \quad (8)$$

Используя выкладки (6), (7), (8) имеем:

$$\frac{\partial S}{\partial B} = \frac{\partial S}{\partial B}(Y^T Y - 2B^T X^T Y + B^T X^T X B) = -2X^T Y + 2X^T X B$$

Решаем матричное уравнение:

$$-2X^T Y + 2X^T X B = 0$$

$$X^T X B = X^T Y$$

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

Итак, получено решение системы (1) в матричной форме:

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (9)$$

При решении матричного уравнения относительно вектора оценок параметров b необходимо выполнение требования невырожденности матрицы $X^T X$, $\det X^T X \neq 0$. Это означает, что векторы значений объясняющих переменных должны быть линейно независимыми.

Решим задачу.

Дается выборка о часах посещения некоторых студентов лекционных и лабораторных занятий. Требуется составить регрессионную модель - линейную зависимость между посещаемостью занятий каждого вида и числом сданных лабораторных работ.

Оформим данные выборки таблично:

	Количество посещенных лекций	Количество посещенных лабораторных занятий	Число сданных лабораторных работ
1	5	4	1
2	8	7	2
3	10	9	3
4	15	10	6
5	17	15	8
6	18	16	9

7	18	18	9
---	----	----	---

Составим матрицы к выражению решения (9).

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 1 & 8 & 7 \\ 1 & 10 & 9 \\ 1 & 15 & 10 \\ 1 & 17 & 15 \\ 1 & 18 & 16 \\ 1 & 18 & 18 \end{pmatrix}; X^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 8 & 10 & 15 & 17 & 18 & 18 \\ 4 & 7 & 9 & 10 & 15 & 16 & 18 \end{pmatrix}$$

$$X^T X = \begin{pmatrix} 7 & 91 & 79 \\ 91 & 1667 & 1183 \\ 79 & 1183 & 1051 \end{pmatrix}; (X^T X)^{-1} = \frac{1}{369792} \begin{pmatrix} 352528 & -2184 & -24040 \\ -2184 & 1116 & -1092 \\ -24040 & -1092 & 3388 \end{pmatrix}$$

$$X^T Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 8 & 10 & 15 & 17 & 18 & 18 \\ 4 & 7 & 9 & 10 & 15 & 16 & 18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 6 \\ 8 \\ 9 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 38 \\ 601 \\ 531 \end{pmatrix}$$

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y = \frac{1}{369792} \begin{pmatrix} 352528 & -2184 & -24040 \\ -2184 & 1116 & -1092 \\ -24040 & -1092 & 3388 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 38 \\ 601 \\ 531 \end{pmatrix} = \frac{1}{369792} \begin{pmatrix} -681760 \\ 7872 \\ 229216 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -1,8436 \\ 0,0213 \\ 0,6199 \end{pmatrix} \Rightarrow b_0 = -1,8436, b_1 = 0,0213, b_2 = 0,6199 \Rightarrow y = -1,8436 + 0,0213x_1 + 0,6199x_2$$

Искомое уравнение $y = -1,8436 + 0,0213x_1 + 0,6199x_2$.

Таким образом, получено уравнение линейной регрессии от двух переменных. Уравнение, определяющее вероятное количество сданных лабораторных работ в зависимости от количества посещенных лекций и лабораторных занятий. Например, если студент посетил одну лекцию и 10 лабораторных занятий, то вероятнее всего, он сможет сдать не более 4 работ: $y = -1,8436 + 0,0213 \cdot 1 + 0,6199 \cdot 10 = 4,3767$

Это показывает, что владение теоретическим материалом необходимо при руководстве практикой.

Литература

Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. Юнити, Москва, 2007. С. 473-477.

Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математические методы и модели для магистрантов экономики. Питер, 2006. С. 182-185.

II. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

РАЗВИТИЕ БАЗОВЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ МЕТОДОМ ПРОЕКТНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Агапова Л.В.¹, Агапова О.Е.², Джимбеева Л.Н.²

¹ Шайковская средняя школа №2, Шайковка Калужской обл

² Калмыцкий государственный университет, Элиста

Компетентностно-ориентированное обучение — это ответ системы образования на современные запросы рынка труда. Данная концепция обозначена во ФГОС нового поколения, где позиционируются следующие положения:

1. с точки зрения рынка труда, учебное заведение, ориентированное на академические и энциклопедические знания, устарело;
2. формирование у выпускников компетенций, отвечающих современным социально-экономическим условиям — цель и задача современного образования;
3. освоение учащимися таких умений, которые позволяли бы им определять свои цели, принимать решения и действовать в типичных и нестандартных ситуациях — главная ценность.

Начнем с определения различий между понятиями «компетенция» и «компетентность». Компетенция (от лат. «Competeo» — соответствую, добиваюсь, подхожу) — это опыт, знания, умения, применяемые для решения конкретных задач. Компетентность же — это способность к решению задач в той или иной области, качество владения компетенциями.

В свою очередь компетентностный подход — это ориентация на формирование обобщённых умений (аналитических, исследовательских, коммуникативных и т.д.), которые учащиеся могут применить в различных образовательных (не только учебно-предметных) и жизненных ситуациях, способность человека разработать способы своей деятельности в различных областях, умение устанавливать связи между знаниями и возникшими ситуациями.

Основу образовательных стандартов составляют базовые компетенции современного человека:

1. Информационные — способность и готовность к использованию информационных ресурсов (умение искать, анализировать, преобразовывать, применять информацию для решения проблем);
2. Коммуникативные — способность и готовность к собственным коммуникациям, социальному взаимодействию (умение эффективно сотрудничать с другими людьми);
3. Компетентность решения проблем — готовность к разрешению проблем и технологическую компетентность (объединяет умения, относящиеся к научному методу познания);
4. Самоорганизация — умения ставить цели, планировать, ответственно относиться к здоровью, полностью использовать личностные ресурсы;
5. Самообразование — готовность конструировать и осуществлять собственную деятельность на протяжении всей жизни, обеспечивать успешность и конкурентоспособность.

На наш взгляд, навыки поиска информации и эффективного использования ее для решения проблем лучше всего осваиваются в ходе проектно-исследовательской деятельности.

Исследовательская работа — прекрасное поле деятельности для учащихся, при выполнении которой реализуются следующие задачи: решение практических, общественно-значимых задач; самореализация личности.

Проектная деятельность учащихся — одна из важнейших составляющих образовательного процесса. Посредством проектной деятельности формируются знания и навыки о структуре задачи, этапах ее выполнения; осваиваются основные элементы технологических цепочек. Проектная деятельность, как элемент учебного процесса оказывается очень эффективной, предоставляет учащемуся максимум свобод в реализации задач, что повышает у учащихся интерес к решению задач и способствует творческому развитию личности.

Метод проектов — не новое явление в педагогике, ещё в 30-годы XX века получил широкое распространение в нашей и зарубежной школах, особенно в США, Франции и Великобритании.

Основная цель проектов — способствовать развитию творческой, активно действующей личности и формированию системы базовых компетенций учащихся.

Проект — это самостоятельная творчески завершённая работа, соответствующая возрастным возможностям учащихся, во время выполнения которой они продолжают пополнять свои знания и умения.

Дисциплины "Информационные технологии", «Программирование» одни из немногих, где проектная деятельность может стать основной формой обучения. В результате выполнения проекта у студентов автоматически формируется отношение к компьютеру (и программам), как к исполнителю, инструменту, с помощью которого можно решить поставленную задачу.

При постоянном применении данного метода в образовательном процессе будут созданы условия для:

- формирования и развития внутренней мотивации учащихся к более качественному овладению общей компьютерной грамотностью;
- повышения мыслительной активности учащихся и приобретения навыков логического мышления;
- речевого развития учащихся;
- совершенствования коммуникативной компетенции в целом;
- развития индивидуальных особенностей учащихся, их самостоятельности, потребности в самообразовании;
- изменения роли преподавателя в образовательной среде;
- результативного решения задач образования, развития и воспитания личности учащегося.

В качестве примера можно привести активное участие студентов факультета математики, физики и информационных технологий в конкурсе «УМНИК».

Литература

1. <http://минобрнауки.рф/%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%83%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%8B/543>
2. <http://минобрнауки.рф/%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%83%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%8B/938>
3. <http://минобрнауки.рф/%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%83%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%8B/2365>
4. Иванов Д. Компетентности и компетентностный подход в современном образовании — Учебное издание Воспитание. Образование. Педагогика. Библиотечка «Первого сентября». №6 (12). 2007.
5. Сергеев И.С., Блинов В.И. Как реализовать компетентностный подход на уроке и во внеурочной деятельности - Москва. Издательство «Аркти». 2007.

ИНТЕГРАТИВНЫЙ ПОДХОД В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКИ

М. Д. Боваева

МБОУ «Многопрофильная гимназия г. Лагани», г. Лагань

Образование во всем мире переживает кризис. Учителя не могут учить по – старому, а ученики не желают учиться по - старому. Этот кризис вызван противоречиями самого образования, одним из которых является разобщенность его учебных предметов, которая мешает целостному восприятию мира. Для преодоления этого противоречия необходима организация образовательного процесса на основе системно-интегративного подхода. Интегративный подход к обучению – это реализация интегративного принципа в деятельности учителя. Он подразумевает взаимопроникновение содержания различных учебных дисциплин. В результате осуществления интегративного подхода у учеников создаются системные знания, влияющие на формирование целостного мировоззрения.

Использование интегративного подхода в преподавании учебных предметов помогает учителю формировать творческую личность, умеющей связать знания, умения и навыки из разных наук и создать на базе своего опыта новый продукт. Выпускник школы будет обладать интегративным мышлением, сможет критично относиться к себе и другим людям. Также у него будет сформирована функциональная грамотность: все, что ученик познает и усваивает в школе, воспитывает ответственное отношение к себе, к другим людям, стране, родной планете и, в конечном итоге, помогает ему определить свое место в жизни.

Необходимость внедрения интегративного метода в школе вызвана введением новых государственных образовательных стандартов. В разделе 18.3.1 ФГОС среднего (полного) общего образования сказано: *«Учебный план профиля обучения и (или) индивидуальный учебный план должны предусматривать изучение не менее одного учебного предмета из каждой предметной области ...* Значит, один предмет из цикла предметов будет представлять всю область, поэтому содержание выбранного предмета должно быть насыщено межпредметными связями, а методы преподавания направлены на формирование общих для всех предметов видов деятельности. Центральную роль в интеграции учебных предметов должен играть учитель физики - так как без знания математики, нельзя хорошо усвоить физику; физика позволяет лучше знать химию; биологические процессы легче понимаются с помощью химических законов.

Поскольку основной формой учебного процесса остается урок, то интегрированные уроки являются одним из направлений интеграции современного образования. Интегрированный урок – это урок, на котором обучение одного понятия, темы или явления происходит по нескольким дисциплинам, одна из которых является интегратором, а остальные, вспомогательные, помогают учащимся лучше понять понятие, тему, явление.

Интегрированный урок можно характеризовать по следующим признакам:

- наличие основания для интеграции (проблема, теория, метод или объект изучения);
- интегрированный подход к отбору содержания образования: знаний, умений, навыков, ценностных ориентаций на основе различных форм постижения действительности (научное знание, философия, искусство, религиоведение, мифология).
- выбор соответствующей содержанию формы проведения урока, обеспечивающей развитие разных сторон личности школьника.

Первым уровнем интеграции можно назвать интеграцию физики с предметами естественно-математического цикла. Примером интеграции, реализующим вышеприведенные признаки, является интеграция уроков физики и биологии. Отражая естественные взаимосвязи процессов и явлений окружающего мира, интеграция физики и биологии, предметом изу-

чения которых является природа, является логичным и закономерным. Такие уроки играют существенную роль в развитии системного мышления, умении использовать знания при изучении одного предмета в процессе усвоения знаний по другому предмету, значительно повышают научный уровень содержания образования. Примерами таких уроков являются «Давление жидкости», «Архимедова сила», «Рычаги в технике и природе» для учащихся 7 класса, на которых учитель физики опирается на биологические знания учащихся о рыбах и животных. Как показывает опыт, связь физики с другими предметами позволяет более интересно строить уроки, рационально распределять время, повышать активность учащихся.

С одной стороны использование интегративной методики в преподавании физики и биологии дает возможность более полного раскрытия и объяснения биологических явлений и процессов с точки зрения законов физики. С другой стороны, многие биологические явления и процессы могут служить иллюстрацией для изучения физических законов. Кроме того, интегративный подход позволяет избежать повторения трактовки одних и тех же понятий в отдельных учебных дисциплинах и закладывает основы для формирования у учащихся устойчивых причинно-следственных связей в естественнонаучной картине мира.

На втором уровне интеграции происходит диалектическое взаимодействие предметов естественного и гуманитарного циклов. В этом случае уроки могут вести два учителя: учитель физики с учителем истории, или с учителем литературы. Пример: урок «Физика в жизни литераторов и литература в жизни ученых – физиков» в 10 классе, проведенный совместно с учителем филологии Харкебеновой Т.М., и урок «Рождение науки» для учеников 7 класса – с учителем истории Бадмаевой В.П.

Самый глубокий уровень интеграции, когда на уроке используются общие принципы, составляющие методологическую основу современной физики. В ФГОС обосновывается необходимость формирования у учащихся вероятностного мышления. Понятие вероятности используется в физике на уроке по теме «2 закон термодинамики и вероятность» для учащихся 10 класса. Урок посвящен знакомству с синергетикой – наукой о рождении порядка из хаоса, выявлению эффекта самоорганизации в биологических, химических и физических процессах.

Следующим направлением интеграции образования я считаю исследовательскую и проектную деятельность, организуемую на уроке и во внеурочной работе. Исследовательская деятельность учащихся ориентирована на самостоятельную познавательную работу учащихся, предполагает решение учебной или технической проблемы, которая предусматривает использование разнообразных методов и средств обучения. С другой стороны данный вид работы требует интегрирования знаний, умений из различных областей и наук. Выбрав объект исследования, ученик изучает его с точки зрения разных наук. Примером может служить исследование учащегося многопрофильной гимназии «Трение гибких тел» Катышева Санала. В работе Катышева С. просьба мамы – натянуть веревку – переходит в учебную проблему: «Можно ли натянуть веревку горизонтально?» (Рис. 1). Для её решения ученик изучает теоретический материал о гибких телах, их трении, дополнив материалом из химии «Строение молекул шерсти» (Рис. 2), из которых изготавливают веревки. Расчет силы натяжения веревки требует математических знаний. Ученик также изучает быт калмыцких скотоводов и рыбаков, использовавших веревки для связывания кибиток, лодок, якоря (Рис. 3). Санал выясняет, что трение зависит от вида узла, научиться вязать узлы ему помогает дедушка (Рис. 4), а «коровий узел» помогает ему лучше понять формулу Эйлера $F = fe^{k\alpha}$ (F – сила трения, f – наше усилие, α – угол навивания веревки, k – коэффициент трения между веревкой и поверхностью).

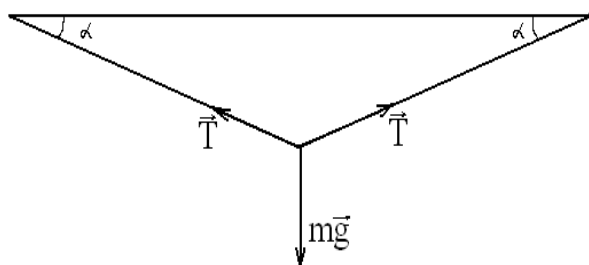


Рис.1. Можно ли натянуть веревку горизонтально?

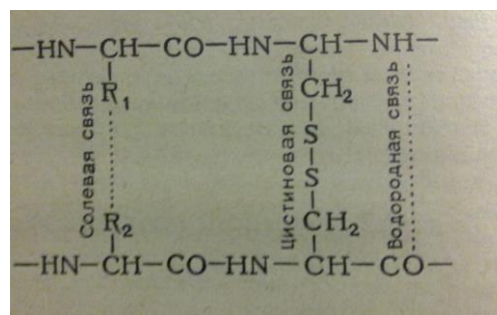


Рис.2. Макромолекула шерсти

Проводя исследования, ученики сталкиваются с интегративными задачами. Интегративными можно назвать задачи, содержание которых построено на интегративной основе и в процессе их решения предусматривается целостная творческая деятельность. Эти задачи обеспечивают расширение информационного поля, формирование умений применять знания в новых условиях, создание в сознании учеников единой естественно-научной картины мира, развивают творческое мышление.

В исследованиях ученики проявляют творчество, когда используют самодельные приспособления для экспериментальной части работы. В работе «Песок и ветер в Лагани» Катышев С. использовал фен для создания ветра, расчески с разными зубьями в качестве заборов, пластиковые бутылки образовали трубу. У ученика появляется опыт переживаний творца. Это стимулирует умственные процессы исследователя и может привести к рождению изобретателя.



Рис. 3 Искусственный ветер

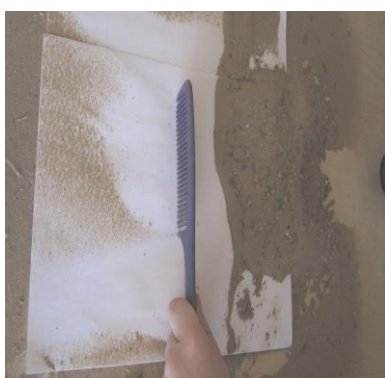


Рис.6а Редкий «Забор»



Рис. 6б Низкий сплошной забор

Применение интегративного подхода в изучении физики позволит в конечном итоге совершить интеллектуальный и экономический прорыв в России, которого так ждут наши граждане.

Литература

1. Грудина В.В. «Развитие творческих способностей учащихся через исследовательскую деятельность», журнал «Физика», 2012, октябрь, с. 4-6.
2. Кондаков А. «Знания и креативность могут обеспечить прорыв» журнал «Естественные науки» №4,2012, с. 1.
3. Пентин А. «Новый стандарт старшей школы и естественнонаучные предметы», журнал «Естественные науки» №4,2012, с. 4-5.
4. Тарасов Л.В. «Современная физика в средней школе», Москва, «Просвещение», 1990, с. 270-272.

ЭТНОКУЛЬТУРНАЯ КОННОТАЦИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФИЗИКИ

Д. П. Богаев

МКОУ «Бага-Чоносовская СОШ им. Боован Бадмы», Целинный район РК

Основной традицией народной педагогики является развитие этнического самосознания. Эта цель реализуется в преподавании всех предметов, и физики в частности.

Национальная система образования, отражая жизнь во всем многообразии жизненного опыта народа, воспитывает способность сопоставлять и сравнивать, находить ответы, и делать выводы, способствующие популяризации и усвоению воспитательного резонанса этнопедагогических установок народа, принципов общественной этики. Она приобщает к национальной культуре, традициям, языку.

Наблюдение явлений природы, житейские ситуации в разных местах планеты нередко приводили к аналогичным или близким по смыслу выводам, запечатленных в афористических народных изречениях.

1. Многие пословицы и поговорки и загадки имеют физическое содержание и могут быть использованы в учебном процессе как качественные задачи.

Если пословицы и поговорки имеют наряду с физическими и житейский смысл, то в воспитательных целях выясняем с учащимися и его.

Рассмотрим на примерах данные объяснения некоторых калмыцких народных пословиц.

«*Лучшие качества коня узнаются при беге, лучшие качества серебра - при плавке*». В данной пословице отражен физический факт того, что качества пластических свойств проявляются при повышении температуры. Отражение житейского факта - качества коня проявляются при беге.

В пословице «*Золото, сколько бы не пролежало, цвета своего не меняет*» говорится о таких свойствах золота, как однородность и сохранность.

«*После дождя Солнце жжёт, после обмана стыд жжёт*». В пословице говорится, что при конденсации выделяется тепло, а в жизни следствием обмана является стыд.

В пословице «*Взмах орлиный, полет куриный*» отражается зависимость подъемной силы от величины размаха крыльев, а в житейском смысле в пословице высмеивается человек, который много говорит и мало делает.

В окружающем нас мире происходят всевозможные изменения, т. е. явления. И даже такое быстротечное явление как молния является процессом изменения. Этот физический факт отражен в пословице: «*Все в мире изменчиво: и молния постоянно не светит*».

«*Осенью часто идут дожди, а к старости человек ворчлив*». Сточки зрения физики осенью вследствие понижения температуры окружающей среды и повышения конденсации дожди идут чаще. В физических явлениях все закономерно и в жизни является закономерным, что к старости человек становится ворчливым.

В калмыцком фольклоре есть удивительный жанр – загадки. Они ориентированы на выявление знаний о тех или иных явлениях действительности, об окружающем мире, на смекалку. Загадки ценны в познавательном отношении.

Вот несколько калмыцких загадок, которые можно использовать на уроках физики:

Не тронь меня – я рассыплюсь. (Роса)

Подражая любому – говорит на всех языках. (Эхо)

Идешь – идешь – не догонишь. (Миражи)

Собаки одного хотона (села) лают в одну сторону. (Дым)

В огне не горит, в воде не тонет. (Лед)

При разгадке требуется обосновать свои ответы.

2. Одним из средств активизации учащихся при обучении являются задачи, содержащие местный материал, связанный с реальной жизнью Калмыкии. Приведем примеры таких задач.

Объясните возникновение миражей, наблюдаемых летом в степях Калмыкии. (Ответ: нижние миражи возникают над сильно нагретой поверхностью в знойных степях, когда нижний слой воздуха имеет значительную температуру, вследствие чего плотность и показатель преломления оказывается меньше, чем в более высоких слоях. Наблюдатель при этом видит два изображения одного и того же предмета (например, облака): прямое и обратное. Последнее и есть мираж.

Что позволяет верблюдам отдыхать на горячей земле? (Ответ: запястье, локоть, грудь и колени верблюда покрыты кожными мозолями, малой теплопроводности, позволяющими отдыхать ему на горячей земле).

Почему верблюжья колючка хорошо растет в условиях засушливой степи? (Ответ: по многочисленным капиллярам мощной корневой системы, достигающей грунтовых вод, влага поднимается к стеблям верблюжьей колючки. Стебли покрыты колючками, без листьев, что сильно замедляет испарение влаги.

Среди методов калмыцкого нетрадиционного лечения долго не заживающих язв есть и такой: регулярно присыпать ранку сахарным песком. Заживление при этом происходит в 3-4 раза быстрее, чем при лечении антибиотиками. Какую роль здесь играет известное свойство сахара? (Ответ: вследствие капиллярных явлений сахар вытягивает воду не только из воздуха, но и из микроорганизмов, от чего те быстрее погибают).

Копья гуннов и монгольские пики не отличаются ни по длине, ни по материалу, ни по форме наконечника. Но удар пикой мог вышибить всадника из седла, чего гуннам не удалось сделать при помощи копья. В чем разница этих ударов? (Ответ: копьё держалось в руке, а пика упиралась в стремя и таким образом при ударе использовалась инерция коня).

3. Использование примеров прикладного искусства и быта калмыков при обучении физике.

На уроке по соответствующей теме зачитывается стихотворение народного поэта Калмыкии Константина Эрендженова:

*Да,
У калмыка все годится впрок:
Овечья шкура и бараний рог,
Копыта, шерсть и войлок на чулки,
На варежки, веревки и платки,
Прочнейший волос из хвоста коня,
Кизяк для поддержания огня...
А молоко!
Готовь что хочешь,
Пей!...
Плывет кибитка посреди степей,
И дед сказал мне,
Выйдя за порог:
-А ты богатства, сколько не сберег,
Сжег, уничтожил или раскидал?
Как много взял,
Но что степи отдал?
Мир бесполезно тратя,
Никогда
Не приумножишь нива и стада!*

*Всегда пред тем,
Как устремиться ввысь,
Ты мудрости калмыцкой поклонись.*

Объясняя тему о свойствах вещества, рассказываем о том, что калмыки издавна использовали дерево в хозяйственных целях: делали арбы, колеса к ним, рукоятки для топоров, кос, серпов, щиты для летних овечьих загонов, бочки и многое-многое другое, необходимое в хозяйстве. Из дерева изготавливали различные предметы домашнего обихода, выдалбливая их из толстых поленьев.

Поясняем учащимся, что использовались деревянные емкости, потому как они пропускают воздух и продукты, которым нужно «дышать» такие как чай и крупы, лучше всего сохраняются в деревянных коробках.

Великолепные сосуды получались из кожи: их можно было перевозить, не боясь разбить. В них можно было наливать любую жидкость: зимой жидкость сохранялась теплой, а летом – прохладной. Посуда из кожи заменяла калмыкам термос.

Удивляет и восхищает учащихся следующий пример прикладного искусства. В трудных условиях кочевой жизни, не имея элементарных приспособлений, женщины-калмычки создавали замечательное искусство вышивания. Оно передавалось из поколения в поколение и дошло до наших узоров. Например, цветное сочетание узора на манишке национального костюма соответствовало точному сочетанию цветов радуги.

4. На уроках физики полезно объяснить школьникам об антропогенных факторах в природе. Так, при изучении давления можно привести следующий пример. Все четыре вида животных (крупный рогатый скот, лошади, овцы и верблюды) калмыцкой породы, которые разводили калмыки в течение многих веков, были приспособлены самой природой к использованию в степи. Например, копыта у всех у них были широкие, и давление, оказываемое ими на растительность было много меньше, чем копыта пород разводимых в Калмыкии сейчас. Узкие копыта разрушают плодородный поверхностный слой почвы и растительность, превращая степь в полупустыню. Учащимся рассказываем о защитных мерах от опустынивания и поясняем с точки зрения физики причину и эффективность этих мер.

Относительно благополучное в эволюционном плане семейство хищных птиц подвергается в степи все большему воздействию антропогенных факторов. Одной из главных опасностей для орлов являются линии электропередач. Орлам для обзора местности необходим какой-либо объект, возвышающийся над окружающим ландшафтом. В степи чаще всего им попадаются столбы линий электропередач, на которых большой размах крыльев играет роковую роль – происходит короткое замыкание и птица погибает. Учащим объясняется, что действенной мерой по защите орлов от электротока является устройство на столбах Т-образных «орлятников», которые размещают высоко над токопроводящими проводами.

5. В настоящее время одной из важнейших проблем всех больших государств, на территории которых оказались другие языковые общности, стала проблема двуязычия в обучении. Ученые установили, что двуязычие существенно обогащает мозг, как ребенка, так и взрослого, заставляя мозг работать более активно. Владение несколькими языками способствует «продлению молодости» индивида – таков вывод психологов. Известно, что высокие эмоциональные переживания возникают у человека, прежде всего на родном языке. Давид Кугультинов, Кайсын Кулиев, Расул Гамзатов, Константин Эрендженов, Боован Бадма и многие другие – все они писали на родном языке.

Наши дети, приступая к изучению нового для них предмета – физики владеют русским языком намного лучше родного (калмыцкого) языка. Так как, по мнению профессора А. Ш. Кичикова, всякое понимание лучше воспринимается на родном языке, то целесообразно преподавание с опорой на родной язык и на «смешанном языке». Учителю необходимо учить детей мыслить на родном языке.

Литература

1. Оконов Б.Б. Калмыцкие народные пословицы и поговорки / Б.Б. Оконов.- Элиста: Калм. кн. изд-во, 1980.
2. Эрендженов К. Э. Золотой родник / К. Э. Эрендженов. – Элиста: Калм. кн. изд-во, 1985.

ИЗУЧЕНИЕ ВОПРОСОВ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА НА УРОКАХ ФИЗИКИ

И. Н. Голуб

МКОУ «Кировская СОШ», Городовиковский район РК

Физика, как наука о природе, занимает особое место среди школьных дисциплин. Она создает у учащихся представление о научной картине мира, показывает учащимся гуманистическую сущность научных знаний, подчеркивает их особую нравственную ценность, формирует творческие способности учащихся, их мировоззрение, системный взгляд на мир, в котором человек рассматривается как часть природы, Земля – как открытая система.

На основе ее достижений перестраиваются энергетика, связь, транспорт, строительство, промышленное и сельскохозяйственное производство.

Такая тесная связь физики с другими науками объясняется важностью физики, её значением, так как физика знакомит нас с наиболее общими законами природы, управляющими течением процессов в окружающем нас мире и во Вселенной в целом.

Проблемы сельского хозяйства вызывают особый интерес на современном этапе развития российского государства. Во многом он обусловлен приданием развитию агропромышленного комплекса статуса одного из приоритетных национальных проектов, реализация задач которого должна привести к росту показателей сельскохозяйственного производства и развитию аграрного сектора российской экономики.

Одной из важнейших задач новой Государственной программы развития сельского хозяйства на 2013-2020 годы является вопрос модернизации и переход к инновационной модели развития АПК, ускоренное освоение современных достижений науки и техники, позволяющих повышать производительность труда, снижать ресурсоемкость производства продукции. А это в свою очередь диктует необходимость большего освещения в курсе физики вопросов, связанной с этой проблемой. А для этого, прежде всего, должен быть выделен круг тем, изучение которых обеспечит учащимся приобретение знаний, необходимых для уяснения научных основ сельского хозяйства.

Для меня эта тема приобрела такое значение, потому что я работаю в сельской школе.

С 1 сентября 2011-2012 учебного года МКОУ «Кировская СОШ» принимает участие в республиканском проекте «Создание агроклассов как инновационный проект профильного обучения».

Целью деятельности агроклассов является:

- повышение степени осознанного выбора профессии сельскохозяйственного направления;
- повышение уровня общеобразовательных знаний учащихся старших классов;
- воспитания интереса к научно-исследовательской деятельности;
- повышения качества подготовки специалистов для сельскохозяйственного производства Республики Калмыкия.

Сегодня наш агропромышленный комплекс ощущает острую нехватку молодых специалистов, способных реализовывать инновационные идеи, работать на современной технике, развивать сельское хозяйство, поэтому профориентация учащихся на профессии, востребованные на селе, является первоочередной задачей.

Профессиональная ориентация учащихся агрошколы на сельскохозяйственные специальности проводится мною на уроках физики с начала ее изучения: с седьмого класса, что положительно влияет на сознательный выбор выпускниками основной школы своего будущего и профиля дальнейшего обучения.

Анализ содержания курса физики старших классов и перспектив развития сельскохозяйственного производства показал, что с точки зрения углубления знаний школьников по предмету и ознакомления их с сельским хозяйством особенно важен следующий материал:

- физические принципы действия двигателей внутреннего сгорания и их применение в сельскохозяйственных машинах;
- применение законов молекулярной физики в сельском хозяйстве;
- использование электрической энергии в ведущих отраслях сельскохозяйственного производства;
- применение явлений и законов оптики в сельском хозяйстве;
- использование достижений атомной физики в растениеводстве и животноводстве;
- космические исследования на службе сельскому хозяйству;
- физические методы анализа и контроля продукции, применяемые в сельскохозяйственном производстве.

Рассмотрение такого круга вопросов дает возможность на обобщающих уроках в конце разделов курса систематизировать материал об основах сельскохозяйственного производства, благодаря чему устранится фрагментарность знаний учеников в этой области.

Формы моей профориентационной работы многообразны:

- применение в учебном процессе качественных задач с уклоном на сельское хозяйство (следует заметить, что в жизни сельским труженикам приходится сталкиваться с разрешением именно качественных, а не расчетных задач; например «Для чего необходима своевременная смена смазки в двигателе трактора или зерноуборочного комбайна?», «Почему нужно сливать воду из охлаждающих систем двигателей, если техника стоит на морозе длительное время?»);
- выполнение лабораторно-практических работ по разным темам курса, исследовательских заданий;
- экскурсии на объекты сельскохозяйственного производства;
- составление и решение задач с производственно-техническим содержанием.

Качественные задачи в зависимости от структуры и содержания уроков применяю на разных этапах занятия. Иногда с постановки проблемы с помощью качественной задачи начинаю объяснение нового материала. Используя задачи-рисунки, экспериментальные задачи и разного рода текстовые качественные задачи, осуществляю закрепление изученного. На дом даю ученикам, как правило, задачи, решение которых можно проверить экспериментально (например: в какой воде – теплой или холодной – быстрее разбухают зерна пшеницы, гороха?), или задачи, требующие для решения предварительной консультации у специалистов сельского хозяйства либо работы со справочной литературой.

Покажу на примере темы «Первоначальные сведения о строении вещества» использование мною качественных задач с уклоном на сельское хозяйство.

На уроке «Строение вещества» обсуждаю с учащимися вопросы, которые подвели бы их к мысли о том, что тела состоят из мелких частиц, разделенных промежутками: можно ли считать сплошными стог сена, бурт зерна, муку, почву? Из чего они состоят? Чем объясняется тот факт, что солому и сено можно спрессовать в тюки, а почву утрамбовать?

Для закрепления новых сведений по теме «Молекулы» использую такие задачи:

«В тормозной системе некоторых тракторов имеются металлические баллоны со сжатым воздухом, который нужен для торможения машины. При накачке в них воздуха можно заполнить эти баллоны разным количеством воздуха. Почему это возможно?»

«Как известно, в состав молока входит вода. Можно ли утверждать, что молоко состоит из одинаковых молекул?»

В лабораторной работе «Определение размеров малых тел» в качестве таких тел предлагаю учащимся использовать семена тех сельскохозяйственных культур, которые выращиваются в Городовиковском районе.

На уроке, посвященном изучению понятия температуры, после ознакомления школьников со способами ее измерения, обсуждаем в классе вопрос, как измеряют температуру воды,

почвы, воздуха, так как эти знания важны для земледелия. При этом учащиеся узнают, что для определения температуры воды используют обыкновенный термометр, предварительно обернув его резервуар с жидкостью слоем ниток. Благодаря этому термометр, будучи вынут из воды, некоторое время находится еще в контакте с ней (нити впитали воду) и, находясь в воздухе, показывает (в течение примерно 0,5 минут) температуру воды. Этого времени достаточно, чтобы снять довольно точные показания термометра без влияния температуры окружающего воздуха.

Для измерения температуры воздуха термометр устанавливают в специальной будке, которая имеет двойные стенки, свободно пропускающие воздух, но препятствующие его нагреванию солнечными лучами. Температуру почвы измеряют при помощи термометра, имеющего изогнутый под углом 135° к оси прибора конец трубки – для удобства установки в почве. Лопатой делают разрез в почве, в который опускают термометр на нужную глубину. Затем большую часть трубки закапывают и почву вокруг осторожно уплотняют. Учащиеся после ознакомления с этим материалом получают задание: измерить, объединившись в группы по желанию, температуру почвы на разных участках и в разное время суток, а также на разной глубине. На следующем уроке подводим итоги и даем объяснения.

В 10 классе разговор про измерение температуры можно продолжить. Рассказываю, что с помощью полупроводникового электротермометра (ЭТП) измерение температуры почвы с точностью до $0,5^\circ\text{C}$ можно выполнить в течение всего нескольких секунд: стержень термометра втыкают в землю на нужную глубину, и стрелка тотчас показывает соответствующее число градусов. Прибор позволяет измерять температуру почвы на глубине до 35 см.

Следующий очень важный материал, изучаемый в курсе физики и применяемый непосредственно в сельском хозяйстве – двигатель внутреннего сгорания. После изучения темы ДВС, его устройство и применение идем на экскурсию в СПК «Комсомолец» разбираться на практике с этим вопросом.

Для учеников учебный материал с уклоном на сельское хозяйство получает связь с жизнью и обретает конкретный смысл и значение. И что особенно важно – в сознании учащихся возникают ассоциации между изучаемыми понятиями, законами, явлениями и практикой; у них вырабатывается умение «переходить» от приобретения знаний к их использованию в труде.

РЕАЛИЗАЦИЯ ТРЕБОВАНИЙ ФГОС В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКИ

Н. Н. Ковязина

МБОУ «СОШ №3 им. Н. Г. Сергиенко», Элиста

Особенности введения ФГОС ООО можно разделить на две составляющие: обусловленные спецификой самого стандарта и спецификой образовательного учреждения. Ведущие принципы ФГОС - принципы преемственности и развития. Стандарт для каждой ступени общего образования содержит личностный ориентир- портрет выпускника соответствующей ступени. Позиции, характеризующие ученика основной школы,- это преемственная, но углубленная и дополнительная версия характеристики выпускника начальной школы. Например: выпускник начальной школы - владеющий основами умения учиться, способный к организации собственной деятельности, выпускник основной школы - умеющий учиться, осознающий важность образования и самообразования для жизни и деятельности, способный применять полученные знания на практике. Кроме того, в младшем звене необходимо научиться самостоятельно действовать и отвечать за свои поступки перед семьей и обществом, в среднем звене - быть социально активным, уважать закон и правопорядок, уметь соотносить свои поступки с нравственными ценностями, осознавать свои обязанности перед семьей, обществом, Отечеством.

В портрет выпускника основной школы добавлены направления и компоненты, определяемые целями основной ступени образования и возрастными особенностями ученика, например: осознание им ценности труда, науки и творчества; умение ориентироваться в мире профессий, понимание значения профессиональной деятельности для человека.

Особенности введения ФГОС ООО обусловлены спецификой самого стандарта и связаны с особенностями трех компонентов стандарта:

- требования к результатам освоения основных образовательных программ;
- требования к структуре основной образовательной программы основного общего образования;
- требования к условиям реализации основной образовательной программы.

Федеральный государственный образовательный стандарт устанавливает требования к личностным, метапредметным и предметным результатам обучающихся, освоивших основную образовательную программу основного общего образования. Во всех предметных, метапредметных и междисциплинарных программах целевые установки по достижению планируемых результатов освоения основной образовательной программы являются отражением общей цели Программы ОУ с уточнением и конкретизацией.

В результате реализации основной образовательной программы основного общего образования планируется достичь следующих результатов:

1) личностные результаты:

- сформированность основ гражданской идентичности;
- сформированность основ социальных компетенций (включая ценностно-смысловые установки и моральные нормы, опыт социальных и межличностных отношений, правосознание);
- сформированность учебно-познавательной мотивации как основы готовности и способности обучающегося к переходу к самообразованию, в том числе готовности к выбору направления профильного образования.

2) метапредметные результаты : освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия(познавательные, регулятивные и коммуникативные), способность их применять;

3) предметные результаты: освоенные обучающимися в ходе изучения учебного предмета умения, специфические для данной предметной области виды деятельности по по-

лучению нового знания, его преобразованию и применению у учебных, учебно-проектных ситуациях.

Все виды результатов образования могут рассматриваться в едином целом в ходе освоения обучающимися разных видов деятельности (учебной и внеучебной), а также в разных формах (урочных и внеурочных).

При итоговом оценивании учитывается сформированность умений выполнения индивидуальных проектов. Итоговая оценка формируется из двух составляющих: результатов промежуточной аттестации и государственной (итоговой) аттестации выпускников. Причем результаты промежуточной аттестации (в том числе накопленная оценка достижений - портфолио) свидетельствуют о динамике индивидуальных достижений учащихся, а вторая составляющая фиксирует не только знания, умения, навыки, но и уровень освоения основной образовательной программы, в том числе основных способов действий, способность к решению учебно-практических и учебно-познавательных задач.

Преемственность и развитие реализуются в требованиях к результатам освоения основных образовательных программ. Этот компонент стандарта считается ведущим и системообразующим. Сформированные как социальный заказ цели образования трансформируются в требования к результатам, а после их конкретизации – в планируемые результаты.

Все компоненты основной образовательной программы основного общего образования (ООП) распределены по трем разделам: целевому, содержательному и организационному. Первый раздел включает планируемые результаты освоения обучающимися ООП и систему оценки их достижения. В содержательном разделе программа развития универсальных учебных действий дополняется вопросами формирования компетенций в области ИКТ, учебно-исследовательской и проектной деятельности. В соответствии с целями основной ступени образования и возрастными особенностями обучающихся в программу воспитания и социализации дополнительно включены профессиональная ориентация, а также формирование экологической культуры и культура здорового безопасного образа жизни. Организационный раздел содержит учебный план и совершенно новый материал – систему условий реализации ООП в соответствии с требованиями стандартов.

Требования представлены пятью компонентами: информационно-методическим, материально-техническим, финансово - экономическим, кадровым и психолого- педагогическим обеспечением. Добавлено только психолого – педагогическое обеспечение, остальные составляющие аналогичны стандарту начального образования. Однако в каждом компоненте есть новые позиции.

Кадровые условия приведены в соответствии с новым порядком аттестации педагогических работников: соответствие уровня квалификации работников образовательного учреждения требованиям, предъявляемых к квалификационным категориям (первой или высшей), а также занимаемым ими должностям устанавливается при их аттестации. Непрерывность профессионального развития педагогических работников должна обеспечиваться освоением ими дополнительных профессиональных образовательных программ в объеме не менее 108 часов и не реже одного раза в пять лет.

Реализация всех требований ФГОС - процесс непростой. Он требует от каждого учителя- предметника, в том числе и физика: терпения, готовности, высокого уровня профессионализма, пересмотра своей методики преподавания, другого подхода к обучению. Учитель должен перестроиться сам, научить учеников самим получать знания, а не преподносить их готовыми, применять их на практике, в жизни. И всё это в условиях не очень высокого уровня материально- технической базы своего образовательного учреждения. Кроме того, необходимо улучшить методическую помощь учителю, особенно молодому.

Без сотрудничества учителей - предметников, школы и других образовательных учреждений, школы и семьи реализация требований ФГОС невозможна.

На каждом уроке речь учителя необходимо снизить до минимума, предоставив обучающемуся возможность развивать свою речь, смело высказывать своё пусть и не всегда верное мнение.

Обучение способам деятельности с учебно-научным текстом - метапредметная основа школьных курсов. Текст учебника выступает как: форма коммуникации, источник информации, средство обучения. Методика работы с текстом включает в себя:

1. Предтекстовый этап (формулирование задачи);
2. Текстовый этап (установление логико - смысловых отношений между известной и новой информацией);
3. Послетекстовый этап (анализ текста).

Работа с текстом ведётся по двум направлениям: работа с понятиями со структурой текста. Работа с понятиями подразумевает:

- выявление известных и новых понятий;
- выявление содержания и структуры понятия (модели);
- введение новых, специальных, терминологических значений слов;
- выявление логико-смысловых связей между понятиями;
- определение понятий (моделирование);
- подведение под понятие.

Работа со структурой текста - это:

- определение композиции текста, типовых моделей;
- установление внутрипредметных и межпредметных связей;
- выявление логических, в частности причинно-следственных связей;
- знаково-символическая переработка информации, создание своего текста на основе заданных моделей.

Как пример работы с текстом учебника можно привести заполнение таблиц по различным темам.

Тема урока: «Радиоактивность» в 9 классе. Обучающимся предлагают заполнить таблицу на уроке:

Кто?	Когда?	В чём суть?	Что доказывает?
Анри Беккерель	1896г.	Способность атомов некоторых химических элементов к самопроизвольному излучению.	Сложное строение атомов.

Дома обучающиеся должны в Интернете или других источниках найти информацию о пользе и/или вреде радиоактивности, подготовить эссе, доклад.

Тема урока: «Изопроцессы» в 10 классе.

Название изопроцесса	Постоянная макровеличина	Формула	График	Название закона

Дома обучающиеся могут найти в Интернете или других источниках найти информацию о учёных, в честь которых названы изопроцессы, подготовить эссе, доклад.

На уроках можно использовать следующий тип таблиц:

№	Вопрос	Ответ
---	--------	-------

--	--	--

Образовательная среда школы должна способствовать взаимодействию учителей физики, русского языка и других предметов, т.к. их совместная работа повысит эффективность достижений как предметных, так и метапредметных результатов обучения, способствующих развитию личности ученика.

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМНО – ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА НА УРОКАХ ФИЗИКИ

Т. С.-Г. Манжиева

Элистинский политехнический колледж, Элиста

Инновация – это нововведение, которое вносит новые элементы в среду внедрения и вызывает обновление системы.

Сторонники этого «значимого для человека обучения» считают, что основными целями инновационного обучения, являются не только приобретение знаний, но и воспитание личности ученика, развитие его на основе собственной самостоятельной учебной деятельности.

И в свернутой форме данная инновационная методическая система выстраивается в триединой формуле:

СИСТЕМЫ → СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД → ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ = СИСТЕМНО – ДЕЯТЕЛЬНОСТНЫЙ ПОДХОД

Наиболее удачным определением деятельностного подхода является следующее высказывание: «Деятельностный подход в обучении – это планирование и организация учебного процесса, в котором главное место отводится активной и разносторонней, в максимальной степени самостоятельной познавательной деятельности учащихся, ориентированных на заданный результат».

Концепция системно – деятельностного подхода позволяет сформулировать краткое определение развивающего обучения: развивающим можно назвать обучение, в котором у учащегося – субъекта учебной деятельности в зоне ближайшего развития на базе обыденного мышления и интеллектуальных способностей формируется теоретическое мышление и творческие способности.

Инновационное обучение в свете образовательных стандартов нового поколения призвано формированию универсальной учебной деятельности.

Системно – деятельностный подход в образовательных стандартах нового поколения есть не что иное, как инструмент помогающий научить ребенка учиться, а тем самым овладеть универсальными учебными действиями (УУД).

- Личностные;
- Регулятивные;
- Познавательные;
- Коммуникативные.

Успешность формирования универсальных учебных действий у учащихся зависит от правильной расстановки основных этапов:

- выделение цели формирования универсальных учебных действий;
- определение ориентировочной основы каждого из универсальных учебных действий;
- организация поэтапной отработки универсальных учебных действий;
- создание системы задач, включающих предметно-специальные, общелогические, психологические типы, решение которых обеспечивает формирование заданных свойств универсальных учебных действий;
- нахождение конкретных форм универсальных учебных действий применительно к каждому предмету;
- определение связей универсальных учебных действий с содержанием предметных дисциплин;
- создание учебников нового типа, реализующих технологию формирования конкретных видов и форм универсальных учебных действий в данной предметной дисциплине, а также разработка учебно-методических комплектов для учителей.

Системно - деятельностный подход нацелен на развитие личности, на формирование гражданской идентичности, указывает и помогает отследить ценностные ориентиры, которые встраиваются в новое поколение стандартов российского образования.

Технология деятельностного метода

1) Мотивация (самоопределение) к учебной деятельности.
2) Актуализация знаний и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии.

3) Выявление места и причины затруднения.

4) Построение проекта выхода из затруднения.

5) Реализация построенного проекта.

6) Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.

7) Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.

8) Включение в систему знаний и повторение.

9) Рефлексия учебной деятельности.

Последовательная реализация СДП повышает эффективность образования по показателям:

- придание результатам образования социально - и личностно-значимого характера;
- более гибкое и прочное усвоение знаний учащимися, возможность их самостоятельного движения в изучаемой области;
- возможность дифференцированного обучения с сохранением единой структуры теоретических знаний;
- существенное повышение мотивации и интереса к учению у обучаемых;
- обеспечение условий для общекультурного и личностного развития на основе формирования УУД, обеспечивающих не только успешное усвоение знаний, умений и навыков, но и формирование картины мира и компетентностей в любой предметной области познания.

Дидактический аспект концепции изучения физики: учебный материал подается в форме экспериментальных и теоретических исследований. Результатом этих исследований являются: исходные факты; эмпирические законы; модельные гипотезы; теоретические выводы; экспериментальная проверка теоретического предвидения.

В эксперименте учащиеся помещают предмет познания реально или мысленно в такие условия, в которых его сущность может раскрыться наиболее ярко, после чего этот предмет становится объектом реальных или мысленных трансформаций. Эксперимент включает этапы планирования, подготовки, проведения, вычленения данных, их анализа. Средством проведения физического эксперимента является прямое и косвенное измерение величин. Вычленяя данные эксперимента, анализируя их, учащиеся формулируют результаты, рассматривают, подтвердилась ли гипотеза, адекватна ли реальности модель, полученная в ходе преобразования исходной модели. Выявленное несоответствие результатов эксперимента и предсказаний исходной модели ведет к определению границ данной модели, поиску ее преобразования или поиску новой модели, выдвижению новой гипотезы. Выдвижение гипотез, экспериментирование являются важнейшими средствами развития у учащихся мышления и воображения. В свою очередь воображение и творческие способности учащихся способствуют выдвижению гипотез и экспериментированию.

Одним из путей реализации системно - деятельностного подхода является введение в традиционные уроки физики некоторых приемов, способствующих активизации творческой познавательной деятельности учащихся, то есть, возможно, более полное «включение» ребят в выполнение разнообразных развивающих творческих заданий.

Приведем пример урока по теме «Закон Ома для участка цепи» в 10 классе, с использованием развивающих творческих заданий.

Тему и цель урока учащиеся формулируют самостоятельно после решения проблемной ситуации, с использованием видеоролика об Элисте (вопрос: что нужно сделать, чтобы наш город стал с помощью современных технологий еще красивее – раскрыть тайны электрических явлений – задачи на закон Ома).

На протяжении урока учащиеся повторяют изученный в 8 классе закон Ома, озвучивают способ его применения на практике. Этим достигается осознанного построения речевого высказывания.

Значимой частью урока является эксперимент – как элемент интерактивного вида деятельности. В данном случае проводится измерение сопротивления проводника через планирование, аргументацию и реализацию исследования.

Перед вами оборудование: источник тока, амперметр, вольтметр, ключ, резистор, соединительные провода. Используя его, составьте план работы и измерьте сопротивление проводника. Результаты представьте перед классом. Ученики. Возможные варианты работ.

1. Собрать простейшую электрическую цепь.
2. Начертить схему и показать, как подключаются вольтметр и амперметр.
3. Измерить силу тока в цепи.
4. Измерить напряжение на концах резистора.
5. Используя показания вольтметра и амперметра найти сопротивление резистора.

Индивидуальная работа на уроке – обязательная часть, позволяющая провести рефлексию этапа урока. Рефлексия проводится в форме заполнения таблицы, правильность ее заполнения проверяет сосед по парте.

Дальнейшая работа будет проходить под девизом: «Делай с нами, делай как мы, делай лучше нас!». На карточке с таблицей у каждого из вас набор заданий, те из вас кто недостаточно уверенно ещё чувствует себя при решении задач выбирают задачу из группы «Делай с нами» и решают вместе с нами получая за каждую правильно решённую задачу по одному баллу те, кто захочет самостоятельно решить задачу, подобную той, что решают у доски выбирает задачу из группы «Делай как мы» и получает 2 балла, те, кто уверен в своих силах, решают задачи из группы «Делай лучше нас» и получают 3 балла. За каждую правильно решённую задачу ставят соответствующий балл в оценочный лист (Приложение 1).

<i>Делай с нами (А) (1балл)</i>	<i>Делай как мы (В) (2 балла)</i>	<i>Делай лучше нас (С) (3 балла)</i>
1. Сопротивление тела рыбы в среднем равно 180 Ом, напряжение вырабатываемое электрическим скачком 60 В. Установите какое значение имеет для него сила тока.	1. Сопротивление тела рыбы в среднем равно 180 Ом, напряжение вырабатываемое электрическим сомом – 350 В. Установите какое значение для него имеет сила тока.	1. При напряжении 220 В сила тока в спирали лампы равна 0,3 А. Какой будет сила тока, если напряжение уменьшится на 10 В?
2. Определите силу тока в никелиновой проволоке длиной 4 м и площадью поперечного сечения 2 мм ² . При напряжении на ее концах 9В. (Удельное сопротивление никелина 0,4 Ом·мм ² /м).	2. Удельное сопротивление графитового стержня от карандаша 0,0004 Ом·м. Какой ток пройдет по стержню, если по нему подать напряжение 6В? Длина стержня 0,2 м, его Площадь поперечного сечения 2 мм.	2. Собрана электрическая цепь, состоящая из источника цепь тока, резистора, вольтметра, амперметра, ключа. Показание вольтметра составляет 3,5 В, амперметра 0,35 А. Диаметр проволоки 0,25 мм, длина 0,41 м. Определите из какого материала сделана проволока рези-

		стора?
3. Какое сопротивление имеет тело человека от ладони одной руки до ладони другой, если при напряжении 200 В по нему течет ток силой 2 мА?	3. Определите длину широчайшей мышцы спины, если нервный импульс, проходящий через нее имеет напряжение 5 мВ, а сила тока 50 мА. Площадь поперечного сечения мышцы $3,14 \text{ см}^2$, а удельное сопротивление $1,5 \cdot 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.	3. Как изменится сила тока в проводнике, если при неизменном напряжении увеличить длину проводника в 3 раза.
4. При напряжении на резисторе 110 В сила тока равна 4 А. Какое напряжение следует подать на резистор, чтобы сила тока стала равной 8 А?	4. При напряжении на резисторе 220 В сила тока равна 4 А. Какое напряжение следует подать на резистор, чтобы сила тока стала равной 2 А?	4. Разность потенциалов между концами проводника с удельным сопротивлением ρ , площадью поперечного сечения S и длиной L равна U . Как изменится средняя скорость направленного движения электронов вдоль проводника V , если увеличить в три раза а) напряжение U ; б) длину L ; в) площадь S ?

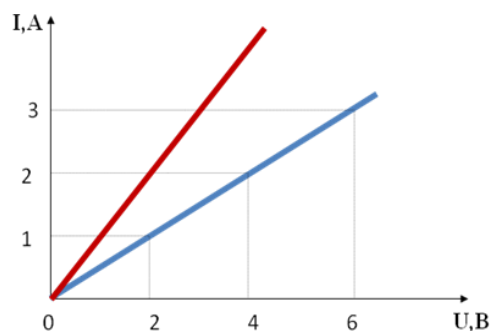
Этап закрепления изученного материала проходит с использованием графика зависимости силы тока от напряжения, составлением задач по исходным данным и решением задач на разные уровни сложности (таблица, которая поможет учащимся оценить свои реальные возможности). На этом этапе формируется оценочная компетентность.

Задание 1.

Перед вами электрическая лампа, на цоколе которой написано 3,5 В; 0,28 А. Используя эти данные составьте и решите задачу.

Задание 2.

Даны графики зависимости I от U для двух резисторов.



Используя эти данные, составьте и решите задачу. Подумайте, что будет, если убрать все численные обозначения.

По мере выполнения работ, учащиеся заполняют оценочный лист (Приложение 1) и выводят итоговую оценку. По баллам выставляется итоговая оценка за урок.

Домашнее задание имеет вариативную часть: составление и решение разноуровневой самостоятельной работы по теме: «закон Ома» или решение предложенных задач.

На заключительном этапе урока рефлексии – учащимся предлагается еще раз осознать значимость закона Ома закончив предложение –

Зная закон Ома, я смогу....

Знание закона Ома понадобится мне...

Таким образом, системно - деятельностный подход, используемый мною на уроке физики, позволяет формировать коммуникативные, информационные, оценочные компетентности, которые входят в универсальные учебные действия.

Литература

1. Атанов Г. А. С чего начинать внедрение деятельностного подхода в обучении. – Донецк: ДОУ, 2004.
2. Браверманн Э.М. Преподавание физики, развивающее ученика. В 3-х кн.
3. Преподавание физики, развивающее ученика. – М.: Ассоциация учителей физики, 2003.
4. Реализация деятельностного подхода при обучении математике в средней школе. Сборник научно-методических статей под редакцией Г.Н.Васильевой. – Пермь, 2003

Приложение 1

Оценочный лист

ФИ _____

№	1	2												Итого:	Оценка	
Вид работы	Повторение	Решение задач	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3			C4
Балл																

№	Физическая величина	Обозначение в физике (буква)	Единица измерения в системе СИ	Формула для вычисления этой физической величины	Баллы
1	Сила тока				
2	Напряжение				
3	Сопротивление				
4	Удельное сопротивление				
5	Длина проводника				
6	Поперечное сечение проводника				
	Итого:				

15 – 14 баллов – «5»

14 – 11 баллов – «4»

9 и меньше баллов – «3»

КОНСТРУИРОВАНИЕ ЗАДАНИЙ НА ОСНОВЕ ТЕСТОВ ФИЗИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ ДЛЯ УРОКОВ ФИЗИКИ

И. А. Мыева

Калмыцкий республиканский институт повышения квалификации работников образования, Элиста

Стратегическая задача школьного образования в настоящее время заключается в обновлении его содержания, методов обучения и достижения на этой основе нового качества его результатов. Процесс обучения должен выстраиваться на основе системно - деятельностного подхода и быть направлен на формирование базиса личности, с точки зрения универсальных учебных действий. Одним из обязательных образовательных результатов в системе требований ФГОС, относящихся к универсальным учебным действиям, является умение работать с информацией.

Умения работать с информацией являются метапредметными, обобщенными умениями, способствующими освоению учащимися различных видов деятельности. По словам А. Г. Асмолова, сегодня имеет место изменение человека как личности в процессе его движения в системе социальных отношений, осуществляемого в деятельности и общении.

Передача информации на уроке физики очень многообразна: устное сообщение, текст, таблицы, формулы, графики, рисунки, схемы, чертежи, фотографии, физические демонстрации и опыты в классе.

Согласно ФГОС, особое внимание на уроках физики необходимо уделить стратегии смыслового чтения и работе с текстом.

Выпускник основной школы должен научиться:

- ориентироваться в содержании текста и понимать его целостный смысл;
- находить в тексте требуемую информацию (пробежать текст глазами, определять его основные элементы, сопоставлять формы выражения информации в запросе и в самом тексте, устанавливать, являются ли они тождественными или синонимическими, находить необходимую единицу информации в тексте);
- решать учебно-познавательные и учебно-практические задачи, требующие полного и критического понимания текста;
- структурировать текст, используя нумерацию страниц, списки, ссылки, оглавления; проводить проверку правописания; использовать в тексте таблицы, изображения;
- преобразовывать текст, используя новые формы представления информации: формулы, графики, диаграммы, таблицы; переходить от одного представления данных к другому;
- интерпретировать текст;
- откликаться на содержание и форму текста;
- на основе имеющихся знаний, жизненного опыта подвергать сомнению достоверность имеющейся информации, обнаруживать недостоверность получаемой информации, пробелы в информации; находить путь восполнения этих пробелов;
- в процессе работы с одним или несколькими источниками выявлять содержащуюся в них противоречивую, конфликтную информацию;
- использовать полученный опыт восприятия информационных объектов для обогащения чувственного опыта, высказывать оценочные суждения и свою точку зрения о полученном сообщении (прочитанном тексте).

Таким образом, задача учителя - сформировать у учащихся умения учиться, самостоятельно добывая и перерабатывая учебную, научно - популярную и научную информацию, расположенную как на бумажных, так и электронных носителях.

Отличительной чертой контрольно-измерительных материалов государственной итоговой аттестации за курс основной школы является блок проверки умений учащимися работать

с информацией физического содержания. Для этого используется специальная серия заданий на основе текстов физического содержания. Эти задания отражают требования стандарта и направлены на проверку сформированности различных информационных умений:

- извлечение информации из текста физического содержания (17 задание);
- сопоставление информации из разных частей текста; применение информации из текста физического содержания (18 задание);
- применение информации из текста физического содержания (19 задание).

Иными словами, данные задания контролируют умения понимать смысл использованных в тексте физических терминов, отвечать на прямые вопросы к содержанию текста, понимать и использовать информацию из текста в измененной ситуации.

Анализ итогов государственной итоговой аттестации за курс основной школы в 2014г. по Республике Калмыкия показал, что задания по работе с текстом физического содержания оказались достаточно сложными для учащихся. Выпускники основной школы хорошо читают и умеют вычленять из текста необходимую информацию, что подтверждают высокие результаты выполнения заданий, содержащих прямые вопросы по тексту (задание 17 было выполнено 65,2% учащимися). Гораздо хуже выполняются задания, в которых требуется извлечь информацию из таблиц, графиков и схем или сопоставить информацию из разных частей текста (задание 18 было выполнено 44,6% учащихся). Однако несформированными оказываются умения, связанные с преобразованием и использованием информации из текста, т.е. именно те, которые необходимы для успешного продолжения образования (задание 19 было выполнено лишь 17,9% учащихся).

Как показывает анализ учебных пособий, подобные тексты и задания практически не содержатся в учебниках и сборниках задач по физике. Следовательно, для формирования умения работать с текстами физического содержания и выполнять задания по ним учитель должен уметь подбирать материал из научно-познавательных книг для детей, научно-популярных статей, Интернет - сайтов и адаптировать его к учебному процессу.

В некоторых источниках [3] предлагаются рекомендации по конструированию таких заданий:

1. Подбор информации по выбранной теме из научно-популярной литературы, энциклопедий, сайтов Интернет для создания текста физического содержания и задания к нему.
2. Прочитать подобранную информацию, выделить главную мысль и сформулировать возможные вопросы по ней.
3. Объем выбранной информации изменить таким образом, чтобы сконструированный по ней текст физического содержания и задания к нему, не занимали больше одного разворота. Для этого:
 - оставить в тексте только те абзацы, содержащие ответы на сформулированные вопросы;
 - сформируйте текст из выбранных абзацев, связав их по смыслу;
 - при необходимости откорректируйте вопросы к созданному вами тексту;
 - на основе вопросов создайте задания на распознавания, сравнения, творческой работы с информацией, расположенной в тексте физического содержания.

К примеру, при изучении раздела «Световые явления» в 8 классе, можно предложить следующее задание:

Пример 1.

Немало помех в Арктике создает рефракция, вызванная разностью температур нижних слоев воздуха и воды. Луч зрения, проходя через среды различной плотности, преломляется в горизонтальном и вертикальном направлениях, искажая наблюдаемые на горизонте предметы. Вследствие рефракции видимый горизонт понижается или, что бывает чаще,

повышается. Признаком появления миража обычно служит волнообразное дрожание горизонта, возникновение в атмосфере легкой мглы.

1. Под рефракцией в тексте понимается явление

1) изменения направления распространения светового луча из-за отражения на границах сред различной плотности;

2) изменения направления распространения светового луча из-за преломления в средах различной плотности;

3) поглощения света при его распространении в средах различной плотности;

4) огибания световым лучом препятствий и тем самым отклонения от прямолинейного распространения;

2. Покажите ход лучей при образовании верхнего и нижнего миражей.

3. Из-за рефракции света в спокойной атмосфере кажущееся положение небесных светил на небосклоне относительно горизонта

1) выше действительного положения;

2) ниже действительного положения;

3) сдвинуто в ту или иную сторону по вертикали относительно действительного положения;

4) совпадает с действительным положением.

При изучении раздела «Давление. Закон Архимеда и плавание тел» в 7 классе предлагаем задания:

Пример 2.

Синий кит или блювал относится к классу млекопитающих, и является на сегодняшний день самым большим животным в мире. Вес его может достигать 120 тонн. Если сравнить с африканским слоном, то вес среднего кита составляет около 40 слонов, а длина тела достигает 33 метров. Место обитания синего кита – мировой океан от Арктики до Антарктики. Сердце синего кита весит около полутонны, легкие вмещают воздух объемом до 14 кубических метров, а диаметр спинной аорты равняется диаметру ведра.

1. Чему будет равен вес тела кита на суше?

1) 12000 Н;

2) 120 кН;

3) 1,2 кН;

4) 1200 кН.

2. Объясните, почему кит массой 120 тонн, являясь млекопитающим, не может прожить на суше и 8 часов? Даже если его кожа будет все время влажная.

3. Рассчитайте силу Архимеда, действующую на кита (предположите, что тело кита имеет цилиндрическую форму, причем длина тела кита в 12 раз больше его диаметра, плотность морской воды 1030 кг/м^3).

1) 20 Н;

2) $202 \cdot 10^4 \text{ Н}$;

3) 202 кН;

4) 20,2 кН.

Пример 3.

В 1942 году в Англии возникла идея создания авианосца из плавающего айсберга. Такой авианосец должен быть дешев. Ввиду того, что он представляет собой сплошную глыбу льда, ему не страшны торпеды и бомбы. Совместными усилиями Англии и Канады такой ледяной корабль водоизмещением 2 млн. тонн был построен. Он имел форму параллелепипеда с толщиной стенок в 9 м и возвышался над водой на 15 м. В верхней части его располагалась взлетно-посадочная полоса размером $600 \times 500 \text{ м}^2$. На корабле было смонтировано 16

холодильных установок, которые поддерживали температуру льда -15°C . Благодаря работе 20 тысячесильных моторов айсберг мог перемещаться со скоростью 7 узлов в час.

1. Вес судна с грузом при погружении судна до ватерлинии равен...

- 1) $2 \cdot 10^9 \text{ кг}$;
- 2) $2 \cdot 10^9 \text{ Н}$;
- 3) $2 \cdot 10^{10} \text{ кг}$;
- 4) $2 \cdot 10^{10} \text{ Н}$.

2. Какая часть айсберга находится над водой? (плотность морской воды 1030 кг/м^3 , плотность льда – 800 кг/м^3).

3. Плотность воды принята равной 1030 кг/м^3 , плотность льда – 800 кг/м^3 . Если айсберг плавает, выдаваясь на 15 м над поверхностью воды при средней площади сечения $600 \times 500 \text{ м}^2$, то каков объем всего айсберга?

- 1) 10^7 м^3 ;
- 2) $2 \cdot 10^7 \text{ м}^3$;
- 3) $2 \cdot 10^6 \text{ м}^3$;
- 4) 10^8 м^3 .

Пример 4.

Знаменитый ученый Жак Александр Сезар Шарль разработал воздушные шары собственной конструкции – шарльеры. Он стал одним из первых наполнять воздушные шары водородом, который во много раз легче воздуха и обеспечивает большую подъемную силу, чем горячий воздух. Водород получили, воздействуя серной кислотой на железные опилки. Бумажная оболочка пропускала водород, поэтому Шарль использовал легкую шелковую ткань, покрытую раствором каучука в скипидаре. Чтобы надуть шар диаметром 4 м, потребовалось несколько дней и было израсходовано 227 кг серной кислоты и 454 кг железа. В декабре 1783 года состоялся первый полет человека на воздушном шаре – «шарльере». Воздушный шар объемом 120 метров взял старт в парке Тюильри в Париже. На нем в полет отправились сам профессор Жак Шарль и его помощник Робер. Пролетев около 40 километров, они благополучно опустились на землю. Конструкция воздушного шара с использованием открытой горелки, разработанная Ж. Шарлем в 18 веке, используется и в наши дни.

1. Чему равен вес шара с водородом (плотность водорода $0,09 \text{ кг/м}^3$)?

- 1) 10,8 кг;
- 2) 108 Н;
- 3) 108 кг;
- 4) 10,8 Н.

2. Выталкивающая сила, действующую на шар (плотность воздуха $1,3 \text{ кг/м}^3$) равна...

- 1) 156 Н;
- 2) 1560 Н;
- 3) 108 Н;
- 4) 15,6 Н.

3. Шар может поднять груз весом...

- 1) 1450 Н;
- 2) 145 Н;
- 3) 15 Н;
- 4) шар не сможет поднять груз.

Пример 5.

На реке или канале для перевода судов с одного уровня на другой, например, перед плотиной, используют шлюзы. Это гидротехническое сооружение представляет собой камеру, огражденную продольными стенками и воротами. Предположим, нужно провести судно с нижнего бьефа (части реки или канала, расположенной ниже шлюза по течению) на верх-

ний. Сначала в нижних воротах открывают задвижку, излишек воды сливается, и уровень воды в камере и нижнем бьефе становится одинаковым. Ворота открывают, судно входит в камеру, затем снова закрывают нижние ворота и отодвигают задвижку на верхних; камера заполняется водой до уровня верхнего бьефа. После этого судно выходит из шлюза через верхние ворота. Камеры наиболее крупных шлюзов имеют длину до 400 м, ширину до 33 м при глубине до 15 м. Такие сооружения могут пропускать одновременно несколько судов. Бывают шлюзы и многокамерные.

1. Какой физический принцип лежит в основе работы шлюзов?

2. Какое давление создается на дно и стенки камеры бьефа?

1) 15 кПа и 7,5 кПа;

2) 150 кПа и 75 кПа;

3) 15 кПа, давление на дно и стенки одинаково;

4) 150 кПа, давление на дно и стенки одинаково.

3. Где в технике применяется принцип сообщающихся сосудов?

Таким образом, подобные задания помогут учащимся сформировать навыки понимания текстовой информации, её преобразования с учётом цели дальнейшего использования (создание конспекта в виде плана, схемы, таблицы и т.д.).

Целесообразно шире включать в процесс обучения дополнительную (внешкольную) информацию для обучения оптимальному алгоритму поиска информации и умениям критически оценивать достоверность предложенных текстов.

Для формирования умений школьников по работе с информацией на уроках физики учителю рекомендуется:

- разработать собственную стратегию развития профессиональной компетентности в обучении информационной деятельности;
- проектировать образовательный процесс с учетом спецификации учебных задач по формированию информационных умений;
- конструировать (подбирать) учебные задания для урочной и внеурочной деятельности на основе учебной и внеучебной информации;
- оценивать сформированность информационных умений.

Литература

1. Арабаджи В. И. - Загадки простой воды. – Москва: «Знание», 1973.
2. Нестандартные задачи по физике. Для классов естественно - научного профиля / А. И. Семке. – Ярославль: Академия развития, 2007.
3. Тексты физического содержания как средство формирования у учащихся умения работать с научно-популярной информацией: монография / О. Р. Шефер, Е. П. Вихарева. – Челябинск: ООО «Край Ра», 2013. – 148 с.

ГЕОМЕТРИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА

С. С. Мучкаева

Калмыцкий государственный университет

Как заметил академик А. Д. Александров: «Во всяком геометрическом предложении, будь то аксиома, теорема или определение, неразрывно присутствуют два элемента: наглядная картина и строгая формулировка, строгий логический вывод. Там, где нет одной из этих двух сторон, нет и подлинной геометрии». (Александров, 1972). По-видимому, вообще красота геометрии есть своеобразный симбиоз красоты геометрических форм и красоты логических конструкций, встречающихся в геометрии.

Крылатую фразу «Никто не обнимет необъятного» в полной мере можно отнести и к геометрии треугольника. В самом деле, треугольник, как кладезь прекрасных и поразительных геометрических конструкций, поистине неисчерпаем. Их пестрота и изобилие, с трудом поддающиеся какой-либо систематизации, не могут не восхищать. Интересно понять, почему тот или иной результат геометрии треугольника оказывает на нас большее или меньшее воздействие. Красивая теорема в геометрии треугольника связана, как правило, с замечательными точками, прямыми или окружностями. Но прямая или окружность замечательна, если содержит какие-нибудь замечательные точки треугольника. В точки эти, стало быть, все и упирается.

При рассмотрении замечательных точек и других геометрических образов, связанных с треугольником, часто не удается сразу начертить треугольник, в котором замечательные точки достаточно далеко отстояли друг от друга, а также очень тяжело подобрать треугольник с целочисленными координатами вершин, центров описанной и вписанной окружностей, ортоцентра и т.д. С целью облегчить построение такого треугольника Д. Саттерли (Саттерли, 1956) предлагает несколько треугольников, размеры которых подобраны так, что главные замечательные точки и окружности хорошо выделяются. Рассмотрим такой «хороший треугольник».

Но сначала рассмотрим знаменитую теорему великого Л. Эйлера.

Теорема: В треугольнике точка пересечения медиан, ортоцентр и центр описанной окружности лежат на одной прямой.

Доказательство: проведем через вершины треугольника ABC прямые, параллельные сторонам треугольника, до их взаимного пересечения в точках A_1, B_1, C_1 . Тогда четырехугольники ABA_1C , CAC_1B , $ABCB_1$ – параллелограммы. Значит, $BC_1 = BA_1 = AC$. $B_1C = A_1C = BA$.

Отрезки AA_1, BB_1, CC_1 являются диагоналями этих параллелограммов и делят пополам стороны BC, AC, AB соответственно. Тогда эти отрезки пересекаются в точке M пересечения медиан треугольника ABC , и $MA/MA_1 = MB/MB_1 = MC/MC_1 = -1/2$.

Это значит, что при гомотетии с центром в точке M и коэффициентом $k = -1/2$ треугольник ABC переходит в треугольник $A_1B_1C_1$. Данная гомотетия переводит центр O окружности, описанной около треугольника ABC , в точку H , т.е. точки M, O, H лежат на одной прямой. При этом точка M лежит между точками O и H , и $MH = 2MO$.

Проверку теоремы удобно рассмотреть с помощью логического средства – метода координат. Используя основные результаты геометрии, а также мощное орудие математического исследования – метод координат, можно установить связь между точками M, O, I, H треугольника, а также рассмотреть некоторые соотношения между сторонами и радиусами вписанной и описанной окружностями. Метод координат позволяет нам убедиться в верности формул и, в то же время, придает задаче элемент наглядности, красоты и неожиданности.

Возьмем начало координат в вершине А и примем прямую АС за ось абсцисс. Тогда А (0;0), С (168;0), В (120;90). Нетрудно будет вычислить центр тяжести М, центр описанной окружности О, центр вписанной окружности I, ортоцентр Н, центр окружности девяти точек О₉, точку Фейербаха Ф.

Таблица 1

А	В	С	М	О	I	Н	О ₉
(0;0)	(120;90)	(168;0)	(96;30)	(84;13)	(108;36)	(120;64)	(102;38,5)
Ф	Р	r	АВ	АС	ВС		
(141,2;2,2)	85	36	150	168	102		

Площадь треугольника АВС равна 1890. Ясно, что такой треугольник удобнее всего чертить на миллиметровой бумаге. Построение его доставит огромное удовольствие, а еще больше - процесс вычисления целочисленных данных. Такой треугольник дает хорошую возможность проверки результата Л. Эйлера, что ортоцентр, центр описанной окружности и медиана треугольника лежат на одной прямой – прямой Эйлера. И более того, проверим, что $HM = 2OM$.

Проведем векторную проверку теоремы Эйлера:

$$\overrightarrow{HM} = \begin{pmatrix} 96-120 \\ 30-64 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 \\ -34 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{MO} = \begin{pmatrix} 84-96 \\ 13-30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -17 \end{pmatrix} \text{отсюда имеем,}$$

$$24^2 + 34^2 = 4 \cdot (12^2 + 17^2); \quad 1732 = 1732, \quad HM = 2MO.$$

Здесь неожиданным является еще тот факт, что треугольники АВН₂ – египетский (3;4;5) ВСН₂ – индийский (8;15;17) АДН₂, АНН₂ – индийский (8;15;17) СДН₂, СНН₂ - египетский (3;4;5), и более того, если рассмотреть треугольники АНС, АНВ, ВНС, АВС, то радиусы описанных окружностей у них равны, в данном случае R = 170.

В треугольнике также справедливы следующие соотношения, которые легко проверить координатным способом.

$$OM = \frac{1}{3} \sqrt{9R^2 - a^2 - b^2 - c^2} \quad (1)$$

$$MH = \frac{2}{3} \sqrt{9R^2 - a^2 - b^2 - c^2} \quad (2)$$

$$OH = \sqrt{9R^2 - a^2 - b^2 - c^2} \quad (3)$$

$$IM = \sqrt{\frac{3ab+3ac+3bc-a^2-b^2-c^2}{9} - \frac{abc}{p}} \quad (4)$$

$$IH = \sqrt{4R^2 - \frac{a^2 + b^2 + c^2 + abc}{a + b + c}} \quad (5)$$

$$IO = \sqrt{R^2 - 2Rr} \quad \text{– формула Эйлера} \quad (6)$$

По данным координатам точек и формуле геометрии составим уравнения окружности и прямой Эйлера.

$E(102;38,5)$ R_1 —радиус окружности Эйлера

$(x - 102)^2 + (y - 38,5)^2 = 42,5^2$ уравнение окружности Эйлера

$$H=(120;64) \quad O=(84;13)$$

$$\frac{x - 120}{84 - 120} = \frac{y - 64}{13 - 64}$$

$$\frac{x - 120}{-36} = \frac{y - 64}{-51}$$

$$\frac{x - 120}{12} = \frac{y - 64}{17}$$

$$y - 64 = \frac{17}{12}(x - 120)$$

$$y = \frac{17}{12}(x - 120) + 64 \text{ — уравнение прямой Эйлера}$$

Проверим формулу

$$OI^2 = R(R - 2r)$$

$$(84 - 108)^2 + (13 - 36)^2 = 85 * (85 - 2 * 36)$$

$$24^2 + 23^2 = 85 * (85 - 72)$$

$$576 + 529 = 85 * 13$$

$$1105 = 1105$$

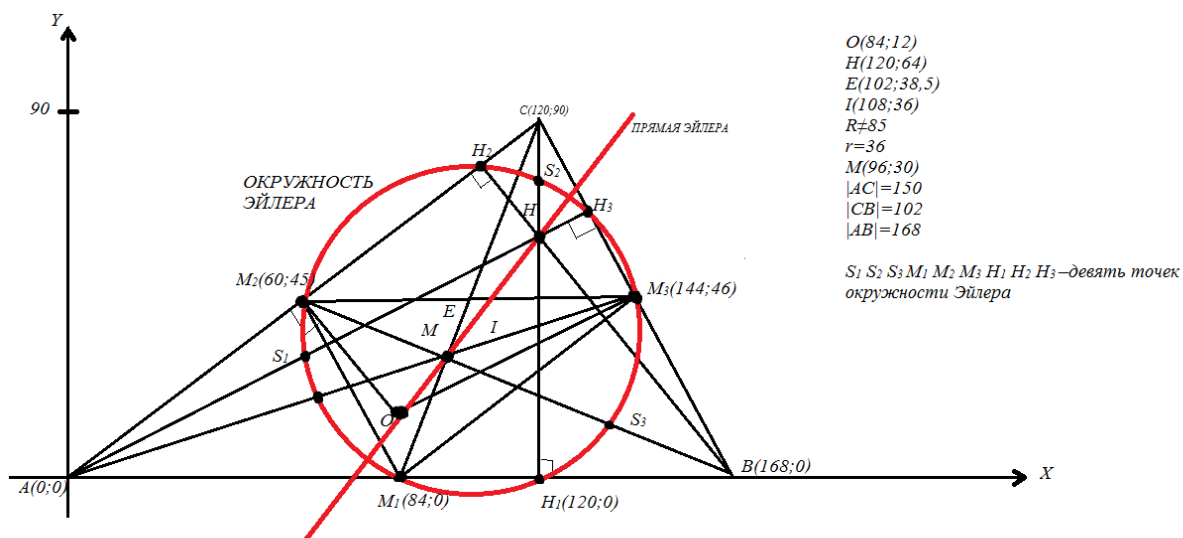


Рис. 1.

Верно следующее суждение: всякий треугольник – ортоцентрический (т.е. во всяком треугольнике три высоты пересекаются в одной точке). Однако не всякий тетраэдр – ортоцентричен. Четыре высоты лишь некоторых тетраэдров пересекаются в одной точке.

Теорема интересна и продуктивна тем, что можно успешно обобщить понятие «прямая Эйлера» с треугольника на ортоцентрический тетраэдр.

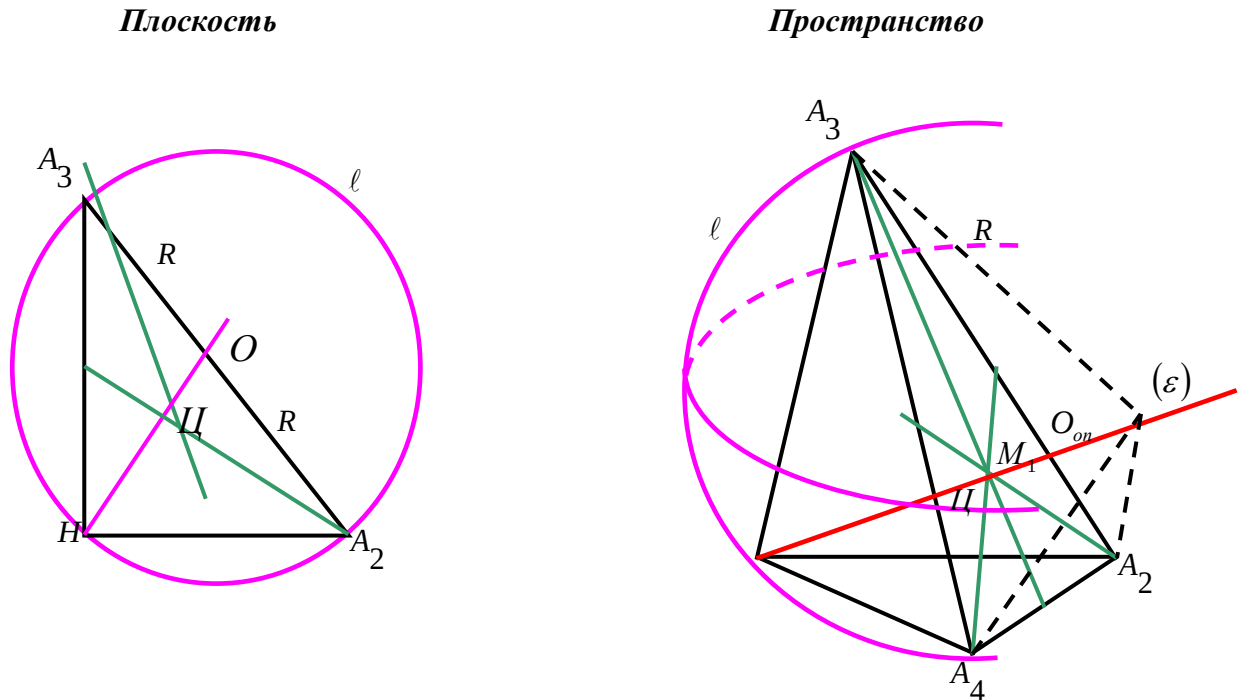


Рис. 2.

В качестве объекта испытания истинности теоремы удобно осуществлять проверку на эталонных фигурах, на которых быстрее можно получить числовые данные (или зрительно убедиться в истинности теоремы). Такой «эталонной фигурой» в пространстве служит равнобедренный прямоугольный тетраэдр. Построим в координатном пространстве равнобедренный прямоугольный тетраэдр $A_1A_2A_3A_4$, с координатами $A_1(0;0;0)$, $A_2(0;12;0)$, $A_3(0;0;12)$, $A_4(12;0;0)$. В равнобедренном прямоугольном тетраэдре боковые ребра – суть высоты, опущенные из трех вершин к противоположным граням; все четыре высоты равнобедренного прямоугольного тетраэдра пересекаются в одной точке (в начале координат). H – ортоцентр тетраэдра, его координаты в данном случае $H(0;0;0)$. Найдём координаты Π – центроида тетраэдра, как среднее арифметическое соответствующих координат вершин тетраэдра.

$\Pi_x = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)/4 = (0 + 12 + 0 + 0)/4 = 3$, аналогично найдём следующие координаты и имеем $\Pi_x = \Pi_y = \Pi_z = 3$ и $\Pi(3;3;3)$. Найдём положение центра O сферы, описанной около равнобедренного прямоугольного тетраэдра $A_1A_2A_3A_4$. Так как точка O равноудалена от всех вершин, то точка O лежит на прямой $O_1\Pi$, где O_1 центр описанной окружности $A_2A_3A_4$. Точка O лежит на симметрале бокового ребра A_1A_2 , $O(6;6;6)$. Теперь докажем, что Π, O, H лежат на одной прямой. Это очевидно из вычислений координат $x = y = z$. Мы успешно обобщили понятие «прямая Эйлера» с треугольника на ортоцентрический тетраэдр (Эрдниев, 1998). Для более полного усвоения ортоцентрического тетраэдра данную задачу можно продолжить

Аналогом треугольника на плоскости является тетраэдр. Прямые аналогии приводят к двум классам тетраэдров: ортоцентрических тетраэдров (все высоты пересекаются в одной

точке) и равногранных (все грани – равные треугольники), представитель которых может служить пространственным аналогом правильного треугольника. Основные цели задания состоят в получении различных (но эквивалентных) критериев для этих двух классов тетраэдров.

I. Ортоцентрические тетраэдры.

1. Четыре высоты пересекаются в одной точке.
2. Одна из высот тетраэдра пересекает две его другие высоты.
3. Основания всех высот тетраэдра являются ортоцентрами граней.
4. Основание одной высоты является ортоцентром грани.
5. Три пары противоположных ребер взаимно перпендикулярны.
6. Две пары противоположных ребер взаимно перпендикулярны.
7. Суммы квадратов противоположных ребер равны.
8. Четыре бимедианы (средние линии) тетраэдра равны.
9. Все ребра описанного параллелепипеда равны.
10. Произведения косинусов двухгранных углов при противоположных ребрах равны.
11. Сумма квадратов площадей всех граней равна четверти суммы квадратов произведений противоположных ребер.

II. Равногранные тетраэдры.

1. Все грани равны.
2. Противоположные ребра равны.
3. Все трехгранные углы при вершинах равны.
4. Двухгранные углы при противоположных ребрах равны.
5. В двух гранях углы, опирающиеся на общую сторону, равны.
6. Сумма линейных углов для каждого трехгранного угла при вершине тетраэдра равна 180° .
7. Разверткой тетраэдра является треугольник или параллелограмм.
8. Описанный параллелепипед тетраэдра – параллелограмм.
9. Тетраэдр имеет три оси симметрии.
10. Любые две бивысоты перпендикулярны.
11. Любые две бимедианы (средние линии) перпендикулярны.
12. Периметры всех граней равны.
13. Площади всех граней равны.
14. Высоты тетраэдра равны.
15. Медианы тетраэдра равны.
16. Радиусы описанных около всех граней окружностей равны.
17. Центр тяжести тетраэдра и центр описанной сферы совпадают.
18. Центр вписанной и описанной сфер совпадают.
19. Центр тяжести тетраэдра и центр вписанной сферы совпадают.
20. Вписанная сфера касается граней в центрах описанных окружностей.

В.Г.Болтянский писал по этому поводу «...красоту решения задачи мы ощущаем в том случае, когда оно получено с помощью наглядной модели, причем модели неожиданной, скрытой от непосредственного мысленного взора, трудноуловимой». (Болтянский, 1982). Мы рассмотрели на конкретных примерах возможность для раскрытия своего творческого потенциала любому способному к этому человеку. Вот что говорил по этому поводу академик Н.Н.Моисеев: «В современных условиях для всей популяции Homo Sapiens становится жизненно важным наиболее полное раскрытие творческого потенциала личности...» (Моисеев, 2000).

Одним из компонентов творческого мышления является «мысленное усмотрение». «Смысл его состоит в том, что знание в данном случае возникает не в результате формально-логического вывода, а с помощью непосредственного мысленного усмотрения единства в чувственном многообразном. Обнаруженное таким образом единство в чувственном многообразном и представляет собой понятие о предмете, знание о нем (Волошинов, 2000). Известно, что такие ученые, как Г.Галилей, И.Ньютон, Д.И.Менделеев, сделали свои открытия, благодаря мысленному усмотрению, состоянию предельной сосредоточенности, постоянного размышления о предмете. Из сказанного следует, что применение такого подхода, а именно, когда один образ дает толчок открытию новых понятий, создает возможность идеально воссоздавать новые связи, ранее неизвестные, позволяет развивать воображение, интуицию, формирует умения мысленного усмотрения, которые необходимы учащимся, чтобы делать свои «открытия» в математике.

Таким образом, работа с историческими теоремами или задачами с чертежом требует подробного "чтения" чертежа с целью получения максимальной словесной информации об исследуемой конфигурации.

Литература

- Александров А.Д., 1972, *Начала стереометрии*. - М., с. 5.
 Болтянский В.Г., 1982, *Математическая культура и эстетика. Математика в школе*. № 2, с. 41.
 Волошинов А.В., 2000, *Математика и искусство*. - М.: Просвещение, с. 32-33.
Вопросы философии. Обращение академика Н.Н.Моисеева к участникам «круглого стола», 2000, на тему «Быть или не быть человечеству?». № 9. с. 3.
 Саттерли Д., 1956, *Описанная и вписанная окружности*. «*School Science and mathematics*». № 7, с. 517-528.
 Эрдниев О.П., 1998, *От задачи к задаче по аналогии*. - М.: Столетие, с. 275.

РАЗРАБОТКА САЙТА С ПРИМЕНЕНИЕМ ASP ТЕХНОЛОГИЙ

²Смирнов А.Б., ¹Джимбеева Л.Н., ¹Тугульчиева В.С.

¹Калмыцкий государственный университет, Элиста

² Санкт-Петербургский государственный университет, С-Петербург

Abstract

WEBSITE DEVELOPMENT WITH THE USE OF ASP TECHNOLOGY, by Smirnov A. B., Djimbeeva L. N., Tugulchieva V. S.. *The object of the research is to develop the site with ASP technology. Recommendations from the study will be useful for site creation of enterprises, institutions, educational institutions and other enterprises and organizations.*

В настоящее время создание сайта осуществляется не только при помощи языка гипертекстовой разметки html, но и с помощью специализированных программ CMS (Content Management System), предоставляющих обычному пользователю компьютерной системы возможность самостоятельно создать удовлетворяющий их требованиям сайт. В дословном переводе CMS обозначает «Система управления контентом (или содержимым)». Данная система оснащена визуальными средствами, позволяющими создавать интерактивные страницы сайта людям, не знакомым с программированием, причем содержимое страниц может быть изменено, при помощи встроенного в систему текстового редактора. Помимо этого, CMS обладает рядом дополнительных функций, таких, как создание форума или гостевой, возможность контроля за доступом, интеграцию с другими информационными системами т.д.

Следует отметить, что существует множество различных систем управления контентом, как платных, так и бесплатных, построенных по различным технологиям, причем каждая из них, какой бы она не была, обладает как достоинствами, так и недостатками. Выбор CMS полностью зависит от поставленных пользователем задач и целей, в случае популярных CMS можно найти советы по установке, настройке и решению различных проблем.

Цель данной статьи – разработать технологию создания сайта и проверить его эффективность в реальном творческом проекте.

Реализация данной цели требует содержательного и методического решения следующих задач:

- разработать концептуальную модель сайта;
- изучить Web-технологии;
- выявить эффективность программно-аппаратных средств в Web-дизайне;
- составить методическое руководство по разработке и использованию сайта;
- провести апробацию разработанной технологии в реальном творческом проекте.

В результате сравнения характеристик можно выявить главные критерии будущего проекта:

- Простая, удобная и адаптивная панель управления;
- Наличие визуального редактора с основными функциями форматирования текста.
- Наличие шаблонов оформления страниц.
- Возможность командной разработки сайта.
- Использование xml-файлов для хранения данных.
- Возможность работы с изображениями.

Физическая модель данных сайта или сайт поддержки представляет собой текстовый файл, сохраненный в формате HTML, или комбинацию текста и графиков. Все файлы, составляющие сайт, представляют собой HTML документы, имеющие расширение htm (или же графические файлы с расширением .jpeg или .gif). В результате анализа требований были выбраны следующие технологии реализации: язык программирования C#, ASP.NET, XML, ARGO UML - UML редактор. ASP.NET - это часть веб - платформы для разработки сервер-

ных веб - приложений. Выбор данной технологии был сделан с учетом ряда её преимуществ над PHP, к числу которых можно отнести:

- Встроенные визуальные компоненты для редактирования и отображения данных;
- Встроенная поддержка веб-сервисов;
- Расширяемая архитектура и др.

Платформой для ASP.NET является .NET Framework, что позволяет использовать функции .NET.Framework в приложениях ASP.NET. В настоящее время Microsoft поддерживает и развивает две модели платформы ASP.NET: классическую ASP.NET WebForms и ASP.NET MVC. Из двух моделей выбор осуществлен в пользу последней, так как она обладает преимуществами над классической. В частности с увеличением сложности проекта сайта в модели WebForms возникают проблемы с процессом обработки страницы, связанные с тем, что логика обработки рассредоточена по различным обработчикам событий, в то время как в MVC данная проблема отсутствует в связи с использованием подхода «запрос-ответ», обеспечивающего прозрачный механизм обработки страниц. Еще одним преимуществом модели MVC над WebForms является указание ключевых параметров в URL, в этом случае страницы лучше индексируются поисковыми системами.

Таким образом, выбор сделан в пользу ASP.NET MVC 4 - программного обеспечения для создания веб - приложений, на основе шаблона MVC.

Рассмотрим подробнее шаблон проектирования MVC, предполагающий разделение данных приложения, пользовательского интерфейса и управляющей логики на три отдельных компонента: модель, представление и контроллер. Остановимся подробнее на данных компонентах:

- Модель (Model) содержит бизнес-логику приложения и включает методы выборки, обработки и представления конкретных данных.
- Представление (View) используется для задания внешнего отображения данных, полученных от контроллера и модели.
- Поведение (Controller) – связующее звено, соединяющее модели, виды и другие компоненты в рабочее приложение, отвечающее за обработку запросов пользователя.

Рассмотрим концептуальную схему шаблона MVC

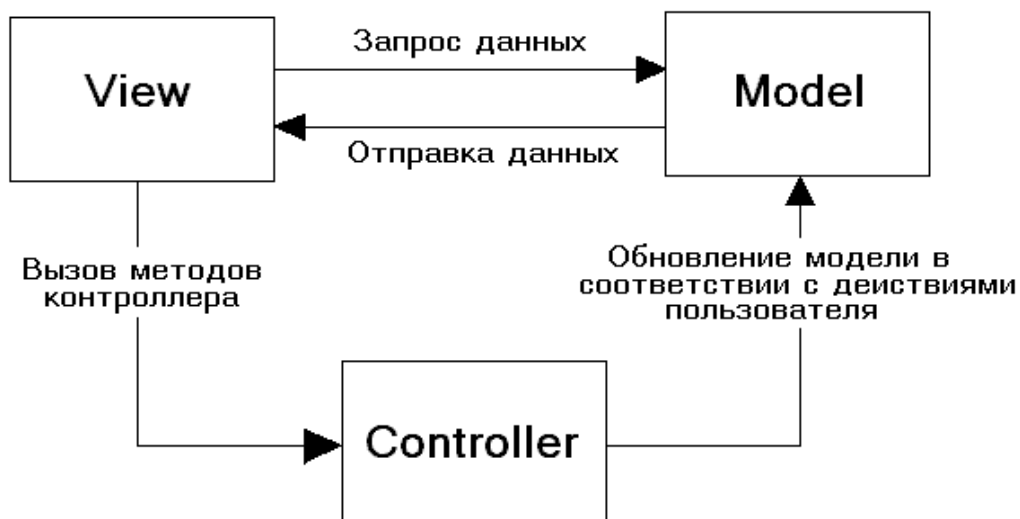


Рис. 1. Связь компонент MVC паттерна

Очевидным преимуществом использования MVC паттерна является четкое разделение логики представления (интерфейса пользователя) и логики приложения. Реализаций

данного паттерна огромное множество, приведем часть из них ASP.NET MVC, XFORMS, WebObjects, Wawemaker и др. В рамках данной работы речь будет идти о разработке сайта на платформе ASP.NET с использованием MVC Framework. Следует отметить, что использование MVC Framework для web-приложений на базе ASP.NET имеет ряд преимуществ, среди которых можно выделить три основных преимущества:

- Полный контроль над кодом разметки (контроль над финальной разметкой, которую получает браузер пользователя)
- Расширяемость (возможность использования разных библиотек для обработки представлений, расширение внутренних механизмов функционирования компонентов библиотеки)
- Простота автоматического тестирования.

К недостаткам паттерна MVC можно отнести:

- Необходимость использования большого количества ресурсов (обусловлена необходимостью создания, загрузки и передачи все возможных комбинаций переменных при переходе от одного компонента паттерна к другому, что связано с независимостью компонентов)

- Усложненный механизм разделения программы на модули (каждый функциональный модуль должен состоять из трех компонент).

Для того чтобы понять принципы работы компонентов MVC-приложения необходимо четко понимать схему обработки запросов.



Рис.2. Схема обработки запросов MVC – приложения

Запрос в паттерне MVC – это не физическая страница на сервере, а метод класса Контроллера, который заключается в выполнении следующего алгоритма:

1. входящие запросы обрабатываются с помощью URL-маршрутизатора;
2. выбирается соответствующий контроллер;
3. контроллер выбирает представление;
4. выбранное представление передается механизму генерации разметки
5. сгенерированная движком разметка возвращается в качестве ответа пользователю по протоколу HTTP.

Таким образом, в процессе работы была найдена оптимальная технология создания сайта ASP.NET, рассмотрены преимущества паттерна MVC и схема обработки запросов в выбранном паттерне. При создании сайта использовался стандартный алгоритм:

1. установка необходимых программ (IIS, MS Visual Studio 2010 и др.)
2. планирование веб-узла ASP.NET
3. создание и редактирование базовой веб-страницы в Visual Studio

4. отладка и тестирование веб-сайтов
5. создание структуры навигации веб-сайта
6. разработка внешнего вида и структуры веб-сайта
7. ограничение доступа к страницам веб-сайта
8. публикация (развертывание) веб-сайта.

При создании сайта автомастерской «Wash and Repair» с помощью данной системы был использован шаблон оформления RepairCar, взятый с ресурса Flash Templates Today.

В качестве наполнения разрабатываемого сайта охранного предприятия частично была использована информация с сайта охранного предприятия «Верес». На главной странице была размещена главная статья страницы. Она разместилась согласно выбранному шаблону оформления. Кроме того, на этой странице можно увидеть использование функции добавления изображения в статью.

Заключение. В данной статье определена оптимальная для заданного проекта технология создания web-сайтов, которая полностью включает в себя все необходимые эффекты, достижимые с помощью специализированных пакетов.

Реализация данной цели потребовала содержательного и методического решения следующих задач:

1. Изучены технологии создания сайтов и выбрана технология ASP.NET
2. Разработана концептуальная модель web-сайта;
3. Освоены практические навыки работы с профессиональными пакетами создания web-страниц;
4. Изучены возможности графического пакета Adobe Photoshop CS 5 в создании графики, а также редактировании готовых изображений;
5. Составлено методическое руководство по разработке и использованию web-сайта;
6. Показана возможность технологии ASP.NET.

Выбранная технология более функциональна в сравнении с другими, так например автоматизированны некоторые элементы (создание баз данных автоматизировано) просмотр баз данных можно вести прямо из среды разработки; запросы к базе данных являются простыми для понимания.

Литература

1. Рувинская В., Беркович Л. ASP.NET MVC и Web Forms – формирование будущего Web://argc & argv.2011.№3. URL: <http://www.argc-argv.com> (Дата обращения: 08.12.2015)
2. Магдануров Г.И. ASP.NET MVC Framework / Г.И. Магдануров, В.А. Юнев. – СПб.: БХВ-Петербург, 2010.
3. Онлайн-книга Изучаем ASP.NET MVC 4 // Metanit.com Сайт о программировании. URL: <http://metanit.com/sharp/mvc/> (Дата обращения: 09.12.2015)

ПРИЛОЖЕНИЕ

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ: ИНСТРУКЦИЯ ПО ПОДГОТОВКЕ СТАТЬИ

Михаляев Б. Б.¹, Мусцовой В. В.²

¹ Калмыцкий государственный университет, Элиста

² Волгоградский государственный университет, Волгоград

(пустая строка)

Abstract

FAST SAUSAGE WAVES IN CURRENT-CARRYING CORONAL LOOPS, by *Khongorova O.V., Mikhalyaev B.B., and M.S. Ruderman*. Fast sausage waves in a model coronal loop that consists of a cylindrical core with axial magnetic field and coaxial annulus with purely azimuthal magnetic field are considered. ...

(пустая строка)

Оформление статьи. Настоящий текст представляет собой правила по оформлению статей в сборнике трудов научно-практической конференции “Актуальные проблемы современной физики и математики”. Иными словами, статья должна выглядеть примерно так, как эта страница. Объем статьи не ограничен.

Материалы должны быть подготовлены средствами Word. Размер всех шрифтов, кроме мест работы авторов и подписей к рисункам – 12 пунктов. Размер шрифта мест работы авторов и подписей к рисункам – 10 пунктов. Шрифт – Times New Roman. Заголовок, слово “**Abstract**”, наименования разделов статьи и заголовок “**Литература**” выделяются жирным шрифтом. Заголовок, список авторов, места их работы и заголовок “**Литература**” форматированы от центра. Наименования мест работы авторов выделяются курсивом (см. выше). Переносы включаются автоматически.

Размер полей справа и слева – 20 мм, сверху и снизу – 25 мм. Статья не должна содержать нумерации страниц, номера страниц будут размещаться при верстке всего сборника в целом.

Статья должна быть снабжена **Abstract**-ом на английском языке, размером не более 200 слов, включая предлоги, помещенным перед основной частью статьи. Это требование является не критичным: переведите аннотацию на английский, если хотите, чтобы англоязычный читатель смог ознакомиться с вашей работой.

Наименование раздела статьи указывается в начале первого абзаца и выделяется жирным шрифтом раздела (см. **Оформление статьи.**). Нумерация разделов не производится. Между разделами устанавливается интервал в 6 пунктов. Принято использовать **Введение** с изложением сути рассматриваемой проблемы, кратким обзором ее современного состояния и литературы по теме исследования, а также **Заключение** с формулировкой результатов проведенного исследования и обсуждением перспектив его продолжения.

Все формулы, выделенные в отдельную строку, должны быть пронумерованы (следующие формулы размещены на странице с помощью таблицы с четырьмя строками и двумя столбцами, один из которых отведен для нумерации; ее границы выбраны невидимыми):

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \frac{1}{4\pi} \text{rot} \mathbf{B} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div} \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (3)$$

$$\frac{dp}{dt} - \frac{\gamma p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -(\gamma - 1)\rho L, \quad (4)$$

Должны быть пронумерованы и подписаны все рисунки. Подписи располагаются снизу или сбоку от рисунка (рис. 1-2). Обратите внимание на соответствие масштабов рисунков размеру шрифта. Формат рисунка не оговаривается, поскольку уже предполагается, что он читается в Word.

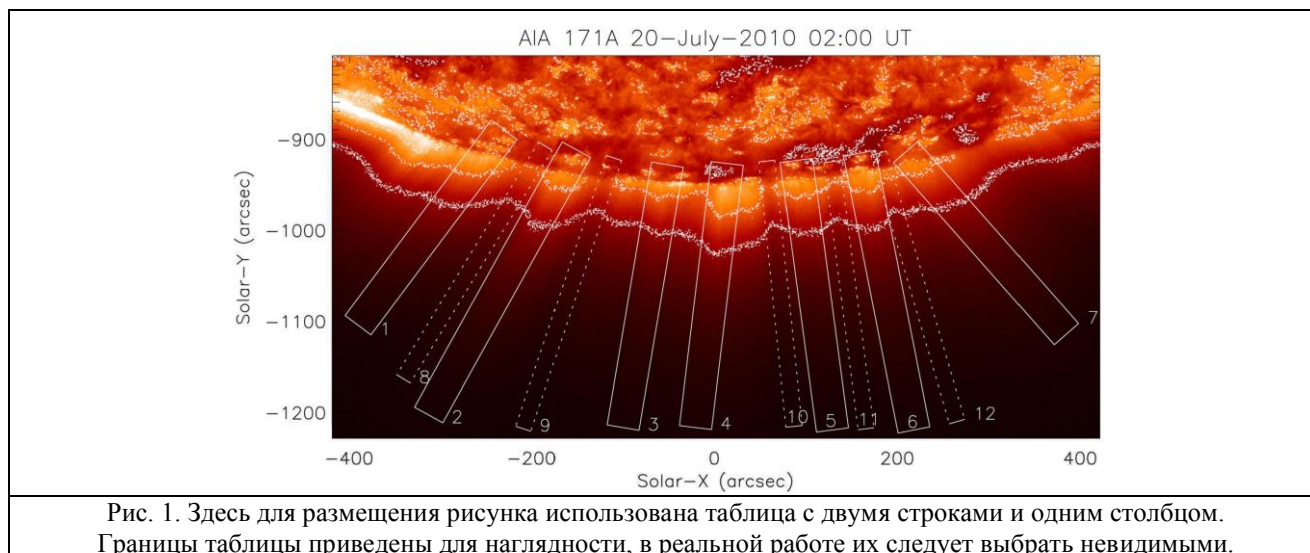


Рис. 1. Здесь для размещения рисунка использована таблица с двумя строками и одним столбцом. Границы таблицы приведены для наглядности, в реальной работе их следует выбрать невидимыми.

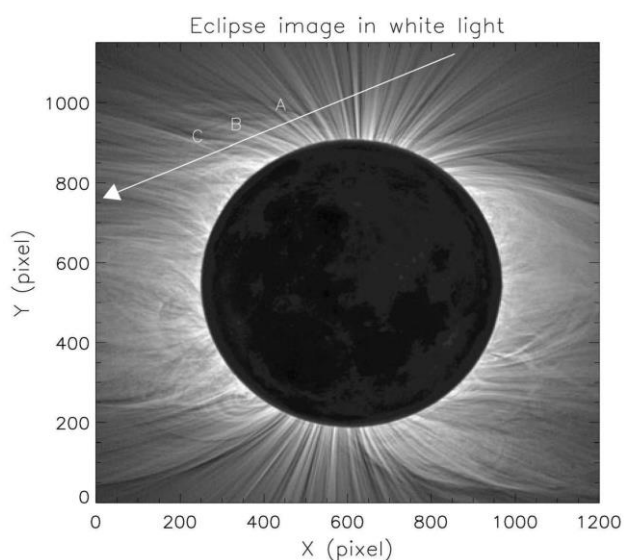


Рис. 2. Для размещения подписи сбоку от рисунка использована таблица с одной строкой и двумя столбцами. Границы таблицы выбраны невидимыми.

Список литературы и ссылки на нее. Список литературы приводится в алфавитном порядке, сначала на русском языке, затем – на английском. Цитируемая работа дается в виде фамилий авторов (указываются все авторы), названия работы, года опубликования работы с добавлением буквы при ссылках на несколько публикаций данного автора в том же году, названия издания (приводится полностью), номера тома, номера выпуска и первой страницы работы. Подробные сведения о работах необходимы потому, что издание не является специализированным и имеет разнородную читательскую аудиторию.

Ссылка в тексте на цитируемую литературу дается в виде фамилии автора и года опубликования работы (Паркер, 1972). При двух авторах указываются обе фамилии через запятую (Дворяковский, Файнштейн, 1981), при трех и более соавторах указывается лишь первая фамилия с добавлением “и др.” или “et al.” (De Moortel et al., 2002a). Подобный тип

ссылки мы считаем более приемлемым по сравнению с использованием нумерованных ссылок, поскольку не придется при чтении каждой ссылки “прокручивать” статью в ее конец.

Представление и публикация статьи. Конференция проводится ежегодно в конце ноября. Статью следует до конца первого квартала следующего календарного года представить в электронном виде на кафедру теоретической физики КалмГУ или послать по адресу fmif@kalsu.ru.

Публикация статей является свободной, то есть статьи не рецензируются. Публикация статей в электронном сборнике является бесплатной для авторов.

Литература

- Дворяковский В.П., Файнштейн С.М. *О параметрической неустойчивости магнитозвуковых волн в плоском плазменном волноводе* // 1981, Известия ВУЗов. Радиофизика, 24, №5, 533.
- Паркер Е., 1972, *Космические магнитные поля*. Т. 1. -М.: Мир, с. 416.
- De Moortel I., Ireland J., Walsh R.W., Hood A.W. *Longitudinal intensity oscillations in coronal loops observed with TRACE. I. Overview of measured parameters* // 2002a, Solar Physics, 209, 61.
- De Moortel I., Hood A.W., Ireland J., Walsh R.W. *Longitudinal intensity oscillations in coronal loops observed with trace. II. Discussion of measured parameters* // 2002b, Solar Physics, 209}, 89.
- Foullon C., Fletcher L., Hannah I. G., Verwichte E., Cecconi B., Nakariakov V.M., Phillips K.J. H., Tan B.L. *From large-scale loops to the sites of dense flaring loops: preferential conditions for long-period pulsations in solar flares* // 2010, Astrophysical Journal, 719, 151.