

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАЛМЫЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Б. Б. ГОРОДОВИКОВА»

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

Труды VII научно-практической конференции

Элиста, Калмыцкий государственный университет

13-15 декабря 2015 г.

**ББК ВЗ(2Рос.Калм)я431+ВЗя431+В1(2Рос.Калм)я431+В1я431
А 438**

«Актуальные проблемы современной физики и математики», VII региональная науч.-практ. конф. (2015, Элиста). VII региональная науч.-практ. конф. «Актуальные проблемы современной физики и математики», 13-15 декабря 2015 г. [Текст]: труды / отв. ред. Б. Б. Михалеев. – Элиста: Изд-во КалмГУ, 2016. 140 с.

В настоящее издание включены труды VII региональной научно-практической конференции «Актуальные проблемы современной физики и математики», проводившейся на факультете математики, физики и информационных технологий Калмыцкого государственного университета с 13 по 15 декабря 2015 г. В сборник вошли работы, выполненные сотрудниками, аспирантами и студентами Калмыцкого университета и сотрудниками Республиканского института повышения квалификации работников образования и преподавателями общеобразовательных школ Республики Калмыкия. Сборник представляет интерес для ученых, работающих в ряде направлений современной науки, студентов и аспирантов, преподавателей учреждений высшего и среднего профессионального образования, преподавателей и учащихся общеобразовательных школ, интересующихся вопросами современной науки и образования.

Ответственный редактор Б. Б. Михалеев

Подписано в печать 15.12.2016. Формат 60×84/8
Печать офсетная. Бумага тип. №1. Усл. печ. л. 9.80
Тираж 100 экз. Заказ 3288

Издательство Калмыцкого университета.
358000, г. Элиста, ул. Пушкина, 11

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
I. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ	
Винникова Н. И. <i>Роль интерактивных форм обучения в повышении познавательной активности учащихся</i>	7
Горяева К. Н. <i>Проектная деятельность как средство повышения мотивации обучающихся</i>	11
Дорджи-Гаряева И. В. <i>Система оценки качества образования</i>	15
Ковалева С. А. <i>Применение электронных образовательных ресурсов на уроках математики</i>	21
Кравченко Т. К. <i>Проблемы преподавания математики в школе</i>	26
Муева И. А. <i>Формирование и развитие познавательных универсальных учебных действий у обучающихся на уроках физики</i>	29
Мучкаева С. С., Очирова И. В. <i>Решение задач по «аналитической геометрии» при подготовке к олимпиаде по математике</i>	34
Рыбалко Е. В. <i>Особенности преподавания геометрии в школе</i>	37
Спиридонов Ю. Б.-Г. <i>Метод вспомогательных переменных – один из способов решения нестандартных задач</i>	43
Тугульчиева В.С., Джимбеева Л.Н., Дорджиева А.В. <i>Особенности создания тестовых заданий для самоконтроля в электронном учебнике</i>	50
Швыдкая Е. Н. <i>Активные методы обучения на уроках физики</i>	54
Шевченко И. В. <i>Роль учителя и современных технологий обучения в формировании положительной мотивации к изучению математики</i>	59
Шошунова М. И. <i>Проблемы восприятия обучающимися учебного материала по математике</i>	65
II. ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА	
Агапова О.Е., Гольдварг Т.Б., Горяев Э.П. <i>Возможности наблюдения на Коронас-Ф при исследовании процессов солнечной активности</i>	72
Бисенгалиев Р. А., Лиджиев Т. М., Батырева Т. Е. <i>О теории распределений</i>	78
Дертеев С.Б., Манкаева Г.А., Михальев Б.Б. <i>Радиационное затухание быстрых магнитозвуковых волн в солнечных корональных петлях</i>	80
Джимбеева Л. Н., Шаповалов В. Н., Манджиев О. Б., Лагаев И. А. <i>Аналитические модели солнечных филаментов</i>	86
Кочетков В. К., Задорожная О. В., Оргдаева Н. А. <i>Вариационные формулы различных порядков</i>	91
Кочетков В. К., Задорожная О. В., Сумьянова Б. О. <i>Необходимые условия существования особой регулярной точки нелинейного дифференциального уравнения</i>	97
Манкаева Г. А., Нага Варун Е., Михальев Б. Б. <i>Нелинейная радиальная мода цилиндрической магнитной трубки. I. Вывод уравнения для скорости</i>	103
Соловьев А.А., Козлов А.С. <i>Аналитическое представление модели гидростатической солнечной атмосферы</i>	112
Solov'ev A.A., Mandjiev V.E., Mandjiev B.G. <i>Multi-cell meridional circulation on the Sun</i>	118
Соловьев А.А., Сарангов С.А., Козлов А.С. <i>Диссипация магнитного поля солнечного пятна</i>	127
Соловьев А. А., Джесюпова А. Е. <i>Диссипативная эволюция вертикального бессилового магнитного жгута с экспоненциально спадающим полем в резистивной среде</i>	132

ПРИЛОЖЕНИЕ

Правила подготовки статей для сборника трудов конференции

138

ПРЕДИСЛОВИЕ

Ежегодная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы современной физики и математики» проводится в Калмыцком государственном университете с 2009 года. В ее работе принимают участие сотрудники, аспиранты и студенты Калмыцкого государственного университета, а также других высших учебных заведений из соседних регионов России и соседних государств. В конференции активно участвуют преподаватели общеобразовательных школ.

Основными задачами проведения данного научного мероприятия являются активизация научно-исследовательской работы сотрудников факультета математики, физики и информационных технологий КалмГУ, привлечение к исследовательской работе студентов факультета и преподавателей общеобразовательных школ. Издание сборников, подобных данному, направлено на обеспечение направлений подготовки специалистов новыми методическими и научными материалами. Работа ведется в тесном взаимодействии с Республиканским институтом повышения квалификации работников образования (РИПКРО) РК.

Научные исследования в КалмГУ поддерживаются федеральными научными фондами. В настоящее время в университете реализуется проект Российского научного фонда по исследованию явлений солнечной активности. В 3 учебном корпусе КалмГУ строится солнечная обсерватория, в которой планируется установить телескоп-спектрограф для ежедневного наблюдения Солнца с целью прогноза солнечных вспышек и корональных выбросов массы, имеющих геоэффективное значение. Надеюсь, данный проект повысит интерес к науке не только в университетских кругах, но и в школьной среде, в том числе среди подрастающей молодежи. Мы планируем наладить тесное взаимодействие с Министерством образования и науки РК, РИПКРО для организации подготовки учителей и учащихся в области астрономии и готовы оказать всевозможное организационное и методическое содействие.

Сборники трудов конференций публикуются в электронном виде на сайте университета. Это дает дополнительные возможности по более широкому освещению научных и методических результатов. Для удобства участников конференции следующих лет в Приложении к сборнику приведены правила подготовки статей.

*Заведующий кафедрой теоретической физики
ФГБОУ ВО «КалмГУ»,
доктор физико-математических наук,
профессор Михалев Б. Б.*

I. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

РОЛЬ ИНТЕРАКТИВНЫХ ФОРМ ОБУЧЕНИЯ В ПОВЫШЕНИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Н. И. Винникова

Приютненский филиал БПОУ РК «Элистинский политехнический колледж», с. Приютное

Одно из требований к условиям реализации основных образовательных программ подготовки специалистов в учреждениях СПО на основе ФГОС является широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью ООП, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин. Во многих направлениях подготовки в целом они должны составлять не менее 20 процентов аудиторных занятий для формирования самостоятельного, творчески мыслящего, способного к инновациям специалиста.

В образовании получили широкое распространение три формы взаимодействия преподавателя и учащихся: пассивные, активные и интерактивные. Каждый из них имеет свои особенности.

Пассивный метод – это форма взаимодействия преподавателя и учащегося, в которой преподаватель является основным действующим лицом и управляющим ходом занятия, а студенты выступают в роли пассивных слушателей, подчиненных директивам преподавателя. Связь преподавателя со студентами на пассивных занятиях осуществляется посредством опросов, самостоятельных, контрольных работ, тестов и т. д. С точки зрения современных педагогических технологий и эффективности усвоения учебного материала пассивный метод мало эффективен.

Активный метод – это форма взаимодействия учащихся и преподавателя, при которой они взаимодействуют друг с другом в ходе занятия и учащиеся здесь не пассивные слушатели, а активные участники, находятся на равных правах. Если пассивные методы предполагали авторитарный стиль взаимодействия, то активные больше предполагают демократический стиль.

Интерактивные методы можно рассматривать как наиболее современную форму активных методов. Интерактивный («Inter» - это взаимный, «act» - действовать) – означает взаимодействовать, находиться в режиме беседы, диалога с кем-либо. Другими словами, в отличие от активных методов, интерактивные ориентированы на более широкое взаимодействие учащихся не только с преподавателем, но и друг с другом и на доминирование активности учащихся в процессе обучения. Интерактивное обучение — это специальная форма организации познавательной деятельности. Место преподавателя сводится к направлению деятельности учащихся на достижение конкретных и прогнозируемых целей занятий: создание комфортных условий обучения, при которых учащиеся чувствуют свою успешность, свою интеллектуальную состоятельность.

Задачами интерактивных форм обучения являются:

- пробуждение у учащихся интереса;
- эффективное усвоение учебного материала;
- самостоятельный поиск учащимися вариантов решения поставленной учебной задачи;
- установление воздействия между учащимися, обучение работать в команде;
- проявление терпимости к любой точке зрения;
- формирование мнения и отношения, жизненных и профессиональных навыков;
- выход на уровень осознанной компетентности.

Для решения воспитательных и учебных задач в современной педагогике используется целый арсенал интерактивных форм и методов обучения: интерактивная экскурсия, видеоконференция, фокус – группа, тренинги, творческие задания, групповое обучение (работа в группах, парах), метод портфолио, метод проектов, методики «Займи позицию», «Дерево решений», «Попс - формула», групповое обсуждение, «аквариум», «карусель», «броуновское движение», «синквейн», групповые дискуссии (мозговой штурм, круглый стол, дебаты), ролевая (деловая) и др. Методов интерактивного обучения существует огромное количество. Каждый педагог может самостоятельно разработать новые формы работы с учащимися в зависимости от цели занятия, т.е. активно участвовать в процессе совершенствования, модернизации учебного процесса.

В ходе подготовки занятия на основе интерактивных форм обучения перед преподавателем стоит вопрос не только в выборе наиболее эффективной и подходящей формы обучения для изучения конкретной темы, а открывается возможность сочетать несколько методов обучения. Представляется целесообразным рассмотреть необходимость использования разных интерактивных форм обучения для решения поставленной задачи.

Интерактивные технологии можно применять и на уроках усвоения материала, и на уроках по применению знаний, а также использовать при опросе или обобщении.

Принципы работы на интерактивном занятии:

- занятие – не лекция, а общая работа.
- все участники равны независимо от возраста и социального статуса.
- каждый участник имеет право на собственное мнение по любому вопросу.
- нет места прямой критике личности (подвергнуться критике может только идея).
- все сказанное на занятии – не руководство к действию, а информация к размышлению.

Для реализации интерактивного обучения на уроках физики можно применить следующие интерактивные технологии:

- технология коллективно-индивидуальной мыслительной деятельности
- игровое обучение
- эвристические технологии
- технология развития критического мышления
- технология проектного обучения
- технологии мультимедиа

Основными формами, методами, средствами реализации технологий интерактивного обучения на уроках физики выступают:

- 1) обучение методом игры (деловые и ролевые игры);
- 2) обучение методом дискуссий;
- 3) групповое обучение;
- 4) метод проектов;

Раскрою роль каждого из них в образовательной практике.

Игровой метод применяется с целью повышения мотивации учащихся, предоставление им возможности применить полученные знания для решения практических задач. Так, использование игровых технологий придает обучению соревновательный характер и максимально активизирует мыслительную деятельность.

Метод дискуссий я применяю при анализе проблемных ситуаций, когда необходимо дать простой и однозначный ответ на вопрос, при этом предполагаются альтернативные ответы. С целью вовлечения в дискуссию всех учащихся использую методику учебного сотрудничества. Данная методика основывается на взаимном обучении при совместной работе учащихся в малых группах. Основная идея учебного сотрудничества проста: учащиеся объ-

единяют свои интеллектуальные усилия и энергию для того, чтобы выполнять общее задание или достичь общей цели (например, найти варианты решения проблемы).

Групповое обучение (работа в парах, работа в малых группах) – это одна из самых популярных стратегий, так как она дает всем учащимся (в том числе и стеснительным) возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения (в частности, умение активно слушать, вырабатывать общее мнение, разрешать возникающие разногласия). Все это часто бывает невозможно в большом коллективе. Работа в малой группе — неотъемлемая часть многих интерактивных методов, например таких, как мозаика, дебаты, общественные слушания, почти все виды имитаций и др.

Групповое обучение организую по следующей технологии: постановка проблемы, формирование микрогрупп (по 4-5 человек), распределение ролей в них, обсуждение проблемы в микрогруппах, представление результатов обсуждения перед всей учебной группой, продолжение обсуждения и подведение итогов. Плюс этой работы заключается в том, что более “слабый” учащийся чувствует поддержку товарища, в том, что все имеют возможность высказаться, обменяться идеями со своим напарником, а только потом огласить их всей группе.

При организации групповой работы, следует обращать внимание на следующие ее аспекты. Нужно убедиться, что учащиеся обладают знаниями и умениями, необходимыми для выполнения группового задания. Нехватка знаний очень скоро даст о себе знать — учащиеся не станут прилагать усилий для выполнения задания. Надо стараться сделать свои инструкции максимально четкими. Маловероятно, что группа сможет воспринять более одной или двух, даже очень четких, инструкций за один раз, поэтому надо записывать инструкции на доске и (или) карточках. Надо предоставлять группе достаточно времени на выполнение задания.

Метод проектов позволяет в полной мере реализовать принцип саморазвития, так как для педагога основным содержанием применения метода проектов является изменение учащегося (новые знания, умения, навыки, отношения), а для учащегося – самостоятельная реализация учебного проекта. Таким образом, преобразовательный эффект от применения метода проектов распространяется не только на получаемый совместный результат, но и на непосредственных участников проектирования. Метод проектов ориентирован на творческую самореализацию личности путем развития его интеллектуальных возможностей, волевых качеств и творческих способностей.

Чтобы сделать урок динамичным и более насыщенным, но не перегруженным, необычным и интересным можно использовать организацию работы в малых группах сменного состава. Особенно актуальными является использование в интерактивном обучении **информационно-коммуникационных технологий**, это компьютерные средства обучения, использование сети Интернет. На своих уроках я использую мультимедийные средства в следующих вариантах, предполагающих основные виды деятельности преподавателя:

1) Объяснение нового материала.

- подбор текстового и графического материала по теме урока;
- создание учебно-дидактической презентации;
- создание наглядного раздаточного материала;
- создание мультимедийных пособий.

2) Контроль усвоения пройденного материала.

- разработка контрольных и самостоятельных работ.
- разработка тестовых заданий.
- разработка опорных конспектов.
- подготовка материалов для проведения конкурсов.

3) Закрепление пройденного материала.

Применение мультимедийных материалов: объяснение опытов, моделирование физических процессов, явлений.

На интерактивном уроке для проведения фронтальной работы я использую такие интерактивные методики, которые предусматривают одновременную совместную работу всей группы: обсуждение проблемы в общем кругу, незаконченные предложения, «Мозговой штурм», «Обучая – учусь».

Сегодня я могу сделать вывод о том, что применение на уроках физики интерактивных технологий, интерактивных методов, форм, средств обучения позволило модернизировать процесс обучения, сделало возможным:

- повысить уровень мотивации к изучению физики;
- более эффективное усвоение учебного материала;
- самостоятельно овладевать конкретными знаниями, необходимыми для применения их в практической деятельности;
- сформировать практические навыки, необходимые для самостоятельного выполнения творческих заданий.

Интерактивное обучение позволяет решать одновременно несколько задач, главной из которых является развитие коммуникативных умений и навыков, помогает установлению эмоциональных контактов между учащимися, обеспечивает воспитательную задачу, поскольку приучает работать в команде, прислушиваться к мнению своих товарищей. Использование интерактивных форм в процессе обучения, как показывает практика, снимает нервную нагрузку обучающихся, дает возможность менять формы их деятельности, переключать внимание на узловые вопросы темы занятий.

Основой интерактивных подходов являются интерактивные упражнения и задания, которые выполняются учащимися. Основное отличие интерактивных упражнений и заданий заключается в том, что они направлены не только и не столько на закрепление уже изученного материала, сколько на изучение нового. При использовании на уроке современных интерактивных средств обучения учащимся интересно учиться, они готовы узнавать новое, потому что они хотят этого сами!

Литература

1. Антони М. А. Интерактивные методы обучения как потенциал личностного развития студентов // Психология обучения. 2010. N 12. С. 53-63.
2. Воронкова О.Б. Информационные технологии в образовании: интерактивные методы/ О.Б.Воронкова.- Ростов н/д: Феникс, 2010. С. 315.
3. Герасимова Н.И. Деловая игра как интерактивный метод обучения речевой деятельности // среднее профессиональное образование. 2011. N 1. С.24-25.
4. Ефимова Е. А. Интерактивное обучение как средство подготовки профессионально мобильного специалиста // Среднее профессиональное образование. 2011. N 10. С. 23-24.
5. Запорожец Е. А. Интерактивные методы профессиональной подготовки студентов - будущих государственных служащих //Высшее образование сегодня. 2010. N 4. С. 76-79.
6. Чепыжова Н. Р. Использование информационно-коммуникационных технологий для повышения качества обучения // Среднее профессиональное образование. 2010. N 6. С. 13-15.

ПРОЕКТНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ МОТИВАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

К. Н. Горяева

МКОУ «Артезианская СОШ №1», Черноземельский район

Почему именно «Проектная деятельность»? Наши дети – это совсем другое поколение, для которого нет устоявшихся знаний, для них школа – это база, с которой можно брать старт, стремительно опережая своих учителей. Современный ученик быстро приспосабливается к новым условиям жизни, активно использует информационные технологии, живо реагирует на меняющиеся экономические ситуации, хочет получить те знания, которые помогут ему правильно найти свое место в жизни. Метод проектов является спасением от косности в преподавании школьных предметов. Он может вывести нас на иной, более глубокий уровень общения с учениками, подарить радость совместного творчества, познания.

Метод проектов – это поиск решения возникшей проблемы, проблемной ситуации – это совместная деятельность учителя и учащихся, направленная на поиск решения возникшей проблемы, проблемной ситуации. Этот метод – одна из личностно – ориентированных технологий, способов организации самостоятельной деятельности учащихся, направленный на решение задач учебного проекта, интегрирующий в себе проблемный подход, групповые методы, рефлексивные, исследовательские и прочие методики.

Метод проектов дает возможность:

- формировать информационную компетентность;
- утвердить деятельностный подход в обучении;
- индивидуализировать учебный процесс;
- обеспечить практико-ориентированное обучение;
- формировать коммуникативные компетентности (межличностное общение, общение с помощью электронных средств связи и т.д.)

Метод проектов не является принципиально новым в педагогической практике, но вместе с тем его сегодня относят к педагогическим технологиям XXI века как предусматривающий умение адаптироваться в стремительно изменяющемся мире постиндустриального общества. Меняются требования к учителю, занимающемуся проектной деятельностью:

- отказ от авторитарного стиля обучения;
- уметь организовывать и проводить дискуссии, не навязывая свою точку зрения;
- владеть методами исследовательских, поисковых методов;
- уметь интегрировать знания из различных областей;
- быть руководителем и координатором, умеющим четко наладить взаимодействие членов группы.

Если проект создается в рамках учебного процесса, то можно смело говорить об учебном проекте, в результате которого осуществляется:

- поиск информации, необходимой для реализации идей проекта;
- выработка гипотезы собственного исследования, экспериментальных данных, теоретическое обоснование выдвигаемых идей;
- практическая направленность проекта, отражающая личностно - индивидуальную позицию.

Типологические признаки учебного проекта:

- по методам, доминирующим в проекте (исследовательский, творческий, информационный и т.д.);
- по характеру координации проекта (открытый - учитель участвует в проекте в собственном статусе, скрытый – учитель - полноправный участник проекта);
- по характеру контактов (учащиеся одного класса, одной школы, города);

- по числу участников (индивидуальные, парные, групповые);
- по продолжительности проекта (мини – проекты, краткосрочные, недельные, долгосрочные);
- по комплексности (монопроекты – в рамках одного предмета, межпредметные).

Основные требования к учебному проекту:

- работа над проектом направлена на разрешение конкретной проблемы;
- выполнение работы всегда начинается с проектирования самого проекта, с пооперационной его разработки, в которой проводится перечень конкретных действий с указанием результатов, сроков и ответственных;
- исследовательская работа учащихся – как обязательное условие каждого проекта;
- результатом работы должен быть продукт, который создается участниками проекта в ходе решения поставленной задачи;
- презентация продукта и его защита;
- итогом работы будет портфолио, папка с рабочими материалами.

I. Погружение в проект. На этом этапе учитель: формулирует проблему проекта, цель и задачи. Ученик осуществляет личностное присвоение проблемы, вживается в ситуацию, принимает, уточняет и конкретизирует цели и задачи.

II. Организация деятельности. Учитель предлагает: организовать группы, распределить роли в группах, спланировать деятельность по решению задач проекта и предлагает возможные формы презентации проекта. Ученик осуществляет разбивку на группы, распределяет роли в группе и планирует работу, выбирает формы и способы презентации предлагаемых результатов.

III. Осуществление деятельности. Учитель консультирует учащихся, по необходимости контролирует, дает новые знания, репетирует предстоящую презентацию. Ученики в соответствии со своим амплуа «добывают» новые знания, консультируются, готовят презентацию.

IV. Презентация. Учитель принимает отчет, подводит итоги, обобщает и резюмирует полученные результаты, оценивает умения общаться, слушать, обосновывать свое мнение, толерантность. Ученик демонстрирует понимание проблемы, цели и задачи, умение планировать и осуществлять работу, найденный способ решения проблемы, рефлексию деятельности и результата, дает самооценку деятельности и ее результативности.

Коллективное обсуждение проекта включает в себя следующие этапы: обмена мнениями, согласование интересов отдельных учащихся, выдвижение первичных идей, разрешение спорных вопросов, первичного планирования работы, первичного распределения «ролей». Затем следует аналитический этап, задачами которого являются: самостоятельное проведение исследования, самостоятельный сбор информации, анализ полученной информации, уточнение и формулировка собственной задачи каждым учеником, использование собственного опыта при работе с информацией, обмен информацией между участниками группы, изучение специальной литературы, информации из СМИ, Интернета, анализ и интерпретация полученных данных.

На этапе обобщения информации происходит систематизация полученных данных, выстраивание общей логической схемы выводов для подведения итогов.

Цели этапа:

- объединение в единое целое и обобщение собранной информации, полученной каждой группой
- обработка информации, полученной при проведении анкетирования, опросов, эксперимента
- обобщение всех видов собранной информации на общей встрече и при совместном обсуждении

- учитель предоставляет максимально возможную самостоятельность и стимулирует творческую активность,

- создание группы, которая в будущем будет представлять работу на защите.

Действия учителя на этом этапе:

- заранее продумать, какие способности учащихся будут задействованы в этом проекте (интеллектуальные, коммуникативные, технические и т.д.)

- заранее продумать все возможные формы общения для совместного их обсуждения с учащимися

- предусмотреть совместное подведение итогов этапа с четкой формулировкой общих выводов в соответствии с целями и задачами проекта и оставшихся неразрешенных проблем

- составить путем совместного обсуждения список всех форм обобщения итогов проекта

- привести всех участников проекта к согласию относительно этих форм

- концентрировать внимание участников на тех или иных способностях каждого ученика и добиваться, чтобы каждый осознал необходимость своего участия для успешности той или иной формы презентации

- помочь группам в формулировке общих выводов относительно полученной информации, а также новых знаний и умений, которые они приобрели

- выступать при необходимости инициатором общих и групповых сборов учащихся

- составить совместно с учащимися план проведения презентации

Презентация полученных результатов:

- спланировать время для подготовки и проведения презентации;

- определить наиболее приемлемые формы презентации;

- определить длительность мероприятия в зависимости от количества участников и объема предлагаемой информации;

- определить подготовительные мероприятия для написания сценариев презентаций;

- помочь учащимся определить и сформулировать, что нового они узнали и чему научились;

- способствовать обмену мнениями и дискуссиям, возникающим после проведения презентаций;

- помочь учащимся определить собственные достижения и нерешенные проблемы;

- выработать совместно с учащимися возможные перспективы продолжения работы над проектом;

- выработать совместно с учащимися возможные пути перехода к работе над следующим проектом и предварительные сроки и темы этой работы;

- предусмотреть финальное мероприятие, на котором происходит обмен мнениями и впечатлениями по поводу работы над проектом.

В школе, в которой я работаю, метод проектов используется не так широко, как хотелось бы. В основном, он применяется во внеурочной деятельности и работе классных руководителей. Так, например, к 70-летию Великой Победы у нас был успешно реализован социальный проект «Наши ветераны».

Хочется отметить, что идеи, темы для проектов могут родиться совершенно случайно. Артезиан находится в зоне экстремального земледелия (сильные ветры, зной, пески, соленая вода), поэтому озеленению поселка и школьного двора уделяется большое внимание. Мой 8 класс решил уйти от банального высаживания цветов по клумбам и реализовать социальный проект «Альпы в Артезиане»: оформление альпийской горки на месте пожарного водоема.

Конечно, этот проект долгосрочный, но поддержать к нему интерес детей – это уже моя задача.

Детям нравится заниматься чем-то необычным. Им интереснее куда-нибудь сходить, поехать всем вместе – это же целое приключение.

Так же, спонтанно, родилась идея проекта «Проблема экономии электроэнергии в нашей школе». Я предложила ученикам 8 класса проверить на деле экономичность энергосберегающих ламп, т.е. как бы заменить в школе все лампы накаливания.

Итак, **проект «Проблема экономии электроэнергии в нашей школе».**

Проблема, которая привела нас к этому проекту – это высокие счета за потребленную электроэнергию в нашей школе. Директор школы призвала нас экономить электроэнергию, в том числе посредством замены ламп накаливания энергосберегающими.

Цель проекта: вычислить возможную экономию потребленной электроэнергии в случае замены ламп накаливания на энергосберегающие.

Задачи проекта:

1. Собрать информацию о потребителях электроэнергии в школе.
2. Собрать информацию о современных бытовых источниках света.
3. Изучить и оценить возможность их замены, отказа от употребления.
4. Оценить потребляемую мощность новых потребителей.
5. Рассчитать возможную экономию.

Участники проекта - учащиеся 8 класса разделились на группы:

1 группа – мальчики, совместно с завхозом школы, работали над первой и третьей задачей: посчитали все потребители электроэнергии;

2 группа – девочки работали с учебным материалом и ресурсами Интернета по решению второй задачи: собрали информацию об энергосберегающих лампах.

В результате реализации проекта была создана презентация. Учащиеся выяснили, что экономия составила более 9 тысяч рублей.

Станция Артезиан является довольно таки оживленным железнодорожным узлом. Не так давно в 30 км от поселка произошел несчастный случай – с рельсов сошли 7 вагонов грузового состава. Причина - разрыв рельсовой цепи из-за налипшей сухой травы. Такие природные факторы, как сильные ветры, частые в нашем районе, являются причиной перемещения больших объемов сухой травы, перекаати-поле, которые налипают на рельсы и создают изолирующий слой. Контакт рельсовой цепи из-за этого теряется. В тот злополучный день диспетчер увидел ложный сигнал полного прохождения состава и подал команду стрелочным переводам, что и привело к сходу вагонов. Мы с ребятами решили реализовать такой проект: «Влияние некоторых природных факторов на прохождение подвижного состава», т.е. определить толщину слоя травы, при котором проявляются его изолирующие свойства. Метод проектов замечателен тем, что вы сами можете определять цели, задачи и объем выполняемых работ. В этом проекте мы планируем соединить исследования и наблюдения по нескольким предметам: физика, география и ботаника. Также можно провести климатические наблюдения, изучить растения, произрастающие в нашем районе и способные перемещаться под действием ветра.

В заключении, я хотела бы выразить свою убежденность в том, что метод проектов – отличный способ повышения мотивации учащихся получать новые знания, почувствовать себя настоящими исследователями, организовывать свою деятельность и время, работать в команде и в то же время получить возможность отстаивать свое мнение и проявить свои способности.

СИСТЕМА ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

И. В. Дорджи-Гаряева

Калмыцкий республиканский институт повышения квалификации работников образования, Элиста

Термин «качество» в философском понимании можно рассматривать через определение качества как существенного признака, свойства, отличающее один предмет от другого. С точки зрения производственного подхода, качество - совокупность существенных потребительских свойств услуги или продукции, значимых для потребителя. Выпускники в метафорическом смысле являются «продукцией» школы, имеющие образование лучшего или худшего качества, в большей или меньшей степени соответствующее потребностям общества и личности, установленным нормам, требованиям, стандартам.

Под системой оценки качества образования понимается качество образовательного процесса, отражающая степень соответствия образовательных достижений обучающихся и условий обеспечения образовательного процесса нормативным требованиям, социальным и личностным ожиданиям и включающая в себя следующие составляющие: оценка качества образовательной программы; оценка качества организации образовательного процесса (образовательные технологии, формы, методы, приемы обучения, формы организации обучения); оценка качества управления образовательными системами и процессами (управленческих технологий в образовании); оценка качества потенциала научно-педагогического состава, задействованного в образовательном процессе; оценка качества ресурсного обеспечения (материально-технического, учебно-методического обеспечения); оценка качества нравственно-го, духовного, морального воспитания в процессе социализации личности; оценка качества медицинского обслуживания, питания, физкультурно- оздоровительной работы; оценка качества партнерского взаимодействия с семьей и социумом; оценка качества потенциала обучающихся; оценка качества знаний.

По мнению М.М. Поташника в образовательных учреждениях в основном обеспечивают и поддерживают требуемый уровень качества образования, а так же приводят его в соответствие с растущими требованиями внешних заказчиков.

Развитие и организация системы внутришкольного мониторинга и контроля качества обучения в школе обусловлено двумя главными факторами. Первый фактор - технологический. Сама концепция мониторинга (постоянное наблюдение) предполагает создание системы, которая постоянно осуществляет контроль за образовательным пространством. В отличие от большинства действующих систем измерений (срезовые работы, плановые проверки, аттестация школы, проверка налоговыми органами, ревизионными структурами и иными службами) система мониторинга: действует постоянно и осуществляет масштабное наблюдение за образовательным пространством. Масштабность задается значениями множественности наблюдаемых ключевых индикаторов, частотой и качеством измерений, уровнем репрезентативности; накапливает данные на уровне класс - групп и конкретных ресурсов и способна создавать прогностические модели развития на базе исследования динамики развивающихся процессов; оказывает влияние на совершенствование процессов в образовательном учреждении. Показатели эффективности позволяют увидеть, насколько улучшится эффективность делового процесса в результате реализации предлагаемых изменений.

Особенностями системы оценки являются:

- комплексный подход к оценке результатов образования (оценка предметных, метапредметных и личностных результатов общего образования);
- использование планируемых результатов освоения основных образовательных программ в качестве содержательной и критериальной базы оценки;

- оценка успешности освоения содержания отдельных учебных предметов на основе системно-деятельностного подхода, проявляющегося в способности к выполнению учебно-практических и учебно-познавательных задач;
- оценка динамики образовательных достижений обучающихся;
- сочетание внешней и внутренней оценки как механизма обеспечения качества образования;
- использование персонифицированных процедур итоговой оценки и аттестации обучающихся и неперсонифицированных процедур оценки состояния и тенденций развития системы образования;
- уровневый подход к разработке планируемых результатов, инструментария и представлению их;
- использование накопительной системы оценивания (портфолио), характеризующей динамику индивидуальных образовательных достижений;
- использование наряду со стандартизированными письменными или устными работами таких форм и методов оценки, как проекты, практические работы, творческие работы, самоанализ, самооценка, наблюдения и др.;
- использование контекстной информации об условиях и особенностях реализации образовательных программ при интерпретации результатов педагогических измерений.

Рассмотрим **оценку личностных результатов**. Объектом оценки личностных результатов являются сформированные у учащихся универсальные учебные действия, включаемые в три основных блока:

самоопределение - сформированность внутренней позиции обучающегося - принятие и освоение новой социальной роли обучающегося; становление основ российской гражданской идентичности личности как чувства гордости за свою Родину, народ, историю и осознание своей этнической принадлежности; развитие самоуважения и способности адекватно оценивать себя и свои достижения, видеть сильные и слабые стороны своей личности;

смыслообразование - поиск и установление личностного смысла (т.е. «значения для себя») учения обучающимися на основе устойчивой системы учебно-познавательных и социальных мотивов; понимания границ того, «что я знаю», и того, «что я не знаю», «незнания» и стремления к преодолению этого разрыва;

морально-этическая ориентация - знание основных моральных норм и ориентация на их выполнение на основе понимания их социальной необходимости; способность к моральной децентрации - учёту позиций, мотивов и интересов участников моральной дилеммы при её разрешении; развитие этических чувств - стыда, вины, совести как регуляторов морального поведения.

Основное содержание оценки личностных результатов основного общего образования строится вокруг оценки:

сформированности внутренней позиции обучающегося, которая находит отражение в эмоционально-положительном отношении обучающегося к образовательному учреждению, ориентации на содержательные моменты образовательного процесса - уроки, познание нового, овладение умениями и новыми компетенциями, характер учебного сотрудничества с учителем и одноклассниками - и ориентации на образец поведения «хорошего ученика» как пример для подражания;

сформированности основ гражданской идентичности - чувства гордости за свою Родину, знания знаменательных для Отечества исторических событий; любви к своему краю, осознания своей национальности, уважения культуры и традиций народов России и мира; развития доверия и способности к пониманию и сопереживанию чувствам других людей;

сформированности самооценки, включая осознание своих возможностей в учении, способности адекватно судить о причинах своего успеха/неуспеха в учении; умения видеть свои достоинства и недостатки, уважать себя и верить в успех;

сформированности мотивации учебной деятельности, включая социальные, учебно-познавательные и внешние мотивы, любознательность и интерес к новому содержанию и способам решения проблем, приобретению новых знаний и умений, мотивации достижения результата, стремления к совершенствованию своих способностей;

знания моральных норм и сформированности морально-этических суждений, способности к решению моральных проблем на основе децентрации (координации различных точек зрения на решение моральной дилеммы); способности к оценке своих поступков и действий других людей с точки зрения соблюдения/нарушения моральной нормы.

Оценка личностных результатов осуществляется, во-первых, в ходе внешних неперсонализированных мониторинговых исследований специалистами, не работающими в школе. Во-вторых, внутренняя оценка достижения личностных результатов учащихся осуществляется учителем по итогам наблюдений, анкетирования и др. Личностные результаты выпускников на ступени основного общего образования в полном соответствии с требованиями Стандарта не подлежат итоговой оценке, т.к. оценка личностных результатов учащихся отражает эффективность воспитательной и образовательной деятельности школы.

Оценка метапредметных результатов.

Оценка метапредметных результатов предполагает сформированность универсальных учебных действий учащихся (регулятивных, коммуникативных, познавательных), т. е. таких умственных действий обучающихся, которые направлены на анализ своей познавательной деятельности и управления ею. К ним относятся

способность обучающегося принимать и сохранять учебную цель и задачи; самостоятельно преобразовывать практическую задачу в познавательную; умение планировать собственную деятельность в соответствии с поставленной задачей и условиями её реализации и искать средства её осуществления; умение контролировать и оценивать свои действия, вносить коррективы в их выполнение на основе оценки и учёта характера ошибок, проявлять инициативу и самостоятельность в обучении;

умение осуществлять информационный поиск, сбор и выделение существенной информации из различных информационных источников;

умение использовать знаково-символические средства для создания моделей изучаемых объектов и процессов, схем решения учебно-познавательных и практических задач;

способность к осуществлению логических операций сравнения, анализа, обобщения, классификации по родовидовым признакам, установлению аналогий, отнесению к известным понятиям;

умение сотрудничать с педагогом и сверстниками при решении учебных проблем, принимать на себя ответственность за результаты своих действий.

Достижение метапредметных результатов обеспечивается за счёт основных компонентов образовательного процесса - учебных предметов, представленных в обязательной части учебного плана.

Основное содержание оценки метапредметных результатов на ступени основного общего образования строится вокруг умения учиться. Оценка метапредметных результатов проводится в ходе различных процедур: решение задач творческого и поискового характера, учебное проектирование, итоговые проверочные работы, комплексные работы на межпредметной основе, мониторинг сформированности основных учебных умений.

Оценка предметных результатов.

Достижение предметных результатов обеспечивается за счет основных учебных предметов. Поэтому объектом оценки предметных результатов является способность учащихся решать учебно-познавательные и учебно-практические задачи. Оценка достижения предметных результатов ведётся как в ходе текущего и промежуточного оценивания, так и в ходе выполнения итоговых проверочных работ. Результаты накопленной оценки, полученной в ходе текущего и промежуточного оценивания, фиксируются, в форме портфеля достижений и учитываются при определении итоговой оценки. Предметом итоговой оценки освоения обучающимися основной образовательной программы основного общего образования является достижение предметных и метапредметных результатов основного общего образования, необходимых для продолжения образования. Основным инструментом итоговой оценки являются итоговые комплексные работы - система заданий различного уровня сложности по литературе, русскому языку, математике и предметам естественного цикла. В учебном процессе оценка предметных результатов проводится с помощью диагностических работ (промежуточных и итоговых), направленных на определение уровня освоения темы учащимися. Системная оценка личностных, метапредметных и предметных результатов реализуется в рамках накопительной системы - Портфолио.

Портфолио ученика:

является современным педагогическим инструментом сопровождения развития и оценки достижений учащихся, ориентированным на обновление и совершенствование качества образования;

реализует одно из основных положений Федеральных государственных образовательных стандартов общего образования второго поколения - формирование универсальных учебных действий;

позволяет учитывать возрастные особенности развития универсальных учебных действий учащихся, а также педагогические ресурсы учебных предметов образовательного плана;

предполагает активное вовлечение учащихся и их родителей в оценочную деятельность на основе проблемного анализа, рефлексии и оптимистического прогнозирования.

Структура «Портфолио» в школе представляет собой сборник работ и результатов, которые показывают усилия, прогресс и достижения обучающегося в разных областях (учёба, творчество, общение, здоровье), недостатков, позволяющих самому определять цели своего дальнейшего развития. Пополнять «Портфель достижений» и оценивать его материалы должен, прежде всего, обучающийся. Учитель же примерно раз в четверть пополняет лишь небольшую обязательную часть (после контрольных работ), а в остальном обучает обучающегося порядку пополнения портфеля основным набором материалов и их оцениванию. По итогам обучения проводится комплексная оценка «Портфеля достижений». Обязательные материалы: предметные контрольные, диагностические метапредметные работы попадают в «Портфель достижений» уже с готовыми качественными оценками по шкале уровней успешности. Материалы, которые пополняются обучающимся, оцениваются по той же шкале уровней успешности самим обучающимся. На основе обеих оценок результаты систематизируются.

Формы представления образовательных результатов:

табель успеваемости по предметам (с указанием требований, предъявляемых к выставлению отметок);

тексты итоговых диагностических контрольных работ, диктантов и анализ их выполнения обучающимся (информация об элементах и уровнях проверяемого знания - знания, понимания, применения, систематизации);

устная оценка успешности результатов, формулировка причин неудач и рекомендаций по устранению пробелов в обученности по предметам;
портфолио;
результаты психолого-педагогических исследований, иллюстрирующих динамику развития отдельных интеллектуальных и личностных качеств обучающегося, УУД.

Критериями оценивания являются:

соответствие достигнутых предметных, метапредметных и личностных результатов обучающихся требованиям к результатам освоения образовательной программы начального общего образования ФГОС;

динамика результатов предметной обученности, формирования УУД.

Используемая в школе система оценки ориентирована на стимулирование обучающегося стремиться к объективному контролю, а не сокрытию своего незнания и неумения, на формирование потребности в адекватной и конструктивной самооценке .

Виды отметок:

Текущие отметки выставляются учителем ежеурочно по поставленным на урок целям деятельности учащихся.

Тематическая отметка (рейтинговая, бальная оценка) выставляется учителем после изучения большой темы или раздела. У учителя есть право выбора формы проведения тематического контроля.

Отметки предметов обязательной части учебного плана выставляются по четвертям в 5-тибальной системе. Годовая отметка выставляется на основании отметок за 1, 2, 3, и 4 четверть, итоговых комплексных работ, накопительной системы оценивания.

Права и обязанности учащихся при получении отметки:

При проведении тематического контроля отметка ставится всем ученикам, так как каждый должен показать, как он овладел знаниями и умениями темы. В случае получения неудовлетворительной отметки ученик имеет право передачи и исправления «двойки». В случае отсутствия ученика по уважительной причине в день проведения тематического контроля ЗУНов «н» в классный журнал выставляется, а ученик обязан сдать эту тему и получить отметку в течение 7 дней после выхода. Отметка ставится рядом с буквой «н» в день, когда проводилась работа.

Преимущества Портфолио как метода оценивания достижений учащихся:

- сфокусирован на процессуальном контроле новых приоритетов современного образования, которыми являются УУД (универсальные учебные действия);
- содержание заданий Портфолио выстроено на основе УМК, реализующего новые образовательные стандарты школы;
- разделы Портфолио (Портрет, Рабочие материалы, Коллектор, Достижения) являются общепринятой моделью в мировой педагогической практике;
- учитывает особенности развития критического мышления учащихся путем использования трех стадий: вызов (проблемная ситуация) - осмысление - рефлексия;
- позволяет помочь учащимся самим определять цели обучения, осуществлять активное присвоение информации и размышлять о том, что они узнали.

Практическое использование системы оценки качества образования строится в соответствии с требованиями ФГОС ООО, законодательными актами Российской Федерации, школы, регламентирующими реализацию процедур контроля и оценки качества образования. Качество образования - интегральная характеристика системы образования, отражающая степень соответствия ресурсного обеспечения, образовательного процесса, образовательных результатов нормативным требованиям, социальным и личностным ожиданиям. Оценка ка-

чества образования - определение с помощью диагностических и оценочных процедур степени соответствия ресурсного обеспечения, образовательного процесса, образовательных результатов, нормативным требованиям, социальным и личностным ожиданиям.

Система оценки качества начального общего образования - это совокупность организационных и функциональных структур, норм и правил, диагностических и оценочных процедур, обеспечивающих на единой основе оценку общеобразовательных достижений обучающихся, эффективности деятельности школы с учетом запросов основных пользователей результатов системы оценки качества образования.

Литература

1. Ефремова Н.Ф., Склярова Н.Ю. Логистические процессы в образовании. Теория и практика в управлении качеством обучения.- М.: Национальное образование, 2014. 128 с.
2. Захарова И.Г. Информационные технологии в управлении образовательными учреждениями.- М.: Академия, 2012. 192 с.
3. Коротков Э.М. Управление качеством образования.- СПб.: Академический Проект, 2010. 320 с.
4. Панасюк В.П. Школа и качество. Выбор будущего.- М.: КАРО, 2013. 384 с.
5. Полонский В.М. Словарь понятий и терминов по законодательству Российской Федерации об образовании.- СПб.: Питер, 2010. 80 с.
6. Татарченкова С. Проблемы качества образования и их решения в образовательном учреждении.- М.: КАРО, 2013. 120 с.
7. Управление качеством образования / под ред. М.М. Поташника.- М.: Педагогическое общество России, 2010. 448 с.
8. Шадриков В.Д. Качество педагогического образования.- СПб.: Логос, 2012. 200 с.
9. Шамова Т.И., Белова С.И. Современные средства оценивания результатов обучения в школе.- М.: Педагогическое общество России, 2009. 192 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

С. А. Ковалева

МБОУ «Элистинский технический лицей», Элиста

Применение новых информационных и телекоммуникационных технологий в школьном образовании обсуждается на страницах всех методических журналов и газет. При этом каждому учителю, безусловно, очевидна целесообразность применения компьютеров для обучения в среднем и старшем звеньях школы. Богатейшие возможности представления информации на компьютере позволяют изменять и неограниченно обогащать содержание образования; выполнение любого задания, упражнения с помощью компьютера создает возможность для повышения интенсивности урока; использование вариативного материала и различных режимов работы способствует индивидуализации обучения. Т.о. информационные технологии, в совокупности с правильно подобранными технологиями обучения, создают необходимый уровень качества, вариативности, дифференциации и индивидуализации обучения.

В обучении математике должен получать свое отражение характерный для нашего времени процесс информатизации математики, внедрение новейших компьютерных технологий, Интернет и дистанционного обучения (дистанционное обучение способствует восстановлению пробелов знаний при отсутствии на уроке по различным причинам). Подрастающему поколению необходимо научиться жить и работать в качественно новой информационной среде, адекватно воспринимать её реалии и научиться пользоваться ею.

Формы и место использования компьютеров на уроке, конечно, зависит от содержания этого урока, цели, которую ставит учитель. Каковы же функции и особенности применения образовательных программ? Можно выделить следующие функции:

- инструментальная (изготовление наглядных пособий);
- демонстрирующая (показ готовых демонстрационных программ, слайдов, презентаций и т.д.)
- обучающая (тренажеры);
- контролирующая.

Возможны различные виды уроков с применением информационных технологий: уроки- беседы с использованием компьютера как наглядного средства; уроки постановки и проведения исследований; уроки практической работы; уроки-зачеты; интегрированные уроки и т.д. Практика моей работы показывает, что наиболее эффективно использование компьютера на уроках математики:

- при проведении устного счёта (возможность оперативно предъявлять задания и корректировать результаты их выполнения);
- при изучении нового материала (иллюстрирование разнообразными наглядными средствами; мотивация введения нового понятия; моделирование);
- при проверке фронтальных самостоятельных работ (быстрый контроль результатов);
- при решении задач обучающего характера (выполнение рисунков, составление плана работы; отработка определенных навыков и умений);
- при организации исследовательской деятельности учащихся;
- при интегрировании предметов естественно-математического цикла.

Выгодные особенности работы с компьютерной поддержкой на уроке:

- учащийся становится субъектом обучения, ибо программа требует от него активного управления;
- легко достигается уровневая дифференциация обучения (индивидуализация обучения);
- достигается оптимальный темп работы ученика, так как каждый ученик выполняет индивидуальное задание, работая в своем темпе;
- сокращается время при выработке технических навыков учащихся;
- увеличивается количество тренировочных заданий;
- отслеживаются ошибки, допущенные учеником, и повторно отрабатывается недостаточно усвоенный материал;
- работа ученика оценивается сразу;
- учитель меньше тратит времени на проверку работ;
- обучение можно обеспечить материалами из удалённых баз данных, пользуясь средствами телекоммуникаций.

Система работы с ИКТ в настоящий момент включает:

- работа в сети Интернет (включая привлечение учащихся к поиску фактических материалов в сети Интернет для мини-исследований и творческих заданий);
- презентации по различным темам,
- компьютерное тестирование (электронные тесты, лабораторные работы);
- электронные учебники, программные продукты, тренажеры.

Применение компьютерных технологий обучения позволяет видоизменять весь процесс преподавания, реализовывать модель личностно-ориентированного обучения, интенсифицировать занятия, а главное - совершенствовать самоподготовку обучающихся. Безусловно, современный компьютер и интерактивное программно-методическое обеспечение требуют изменения формы общения преподавателя и обучающегося, превращая обучение в деловое сотрудничество, а это усиливает мотивацию обучения, приводит к необходимости поиска новых моделей занятий, проведения итогового контроля (доклады, отчеты, публичные защиты групповых проектных работ), повышает индивидуальность и интенсивность обучения.

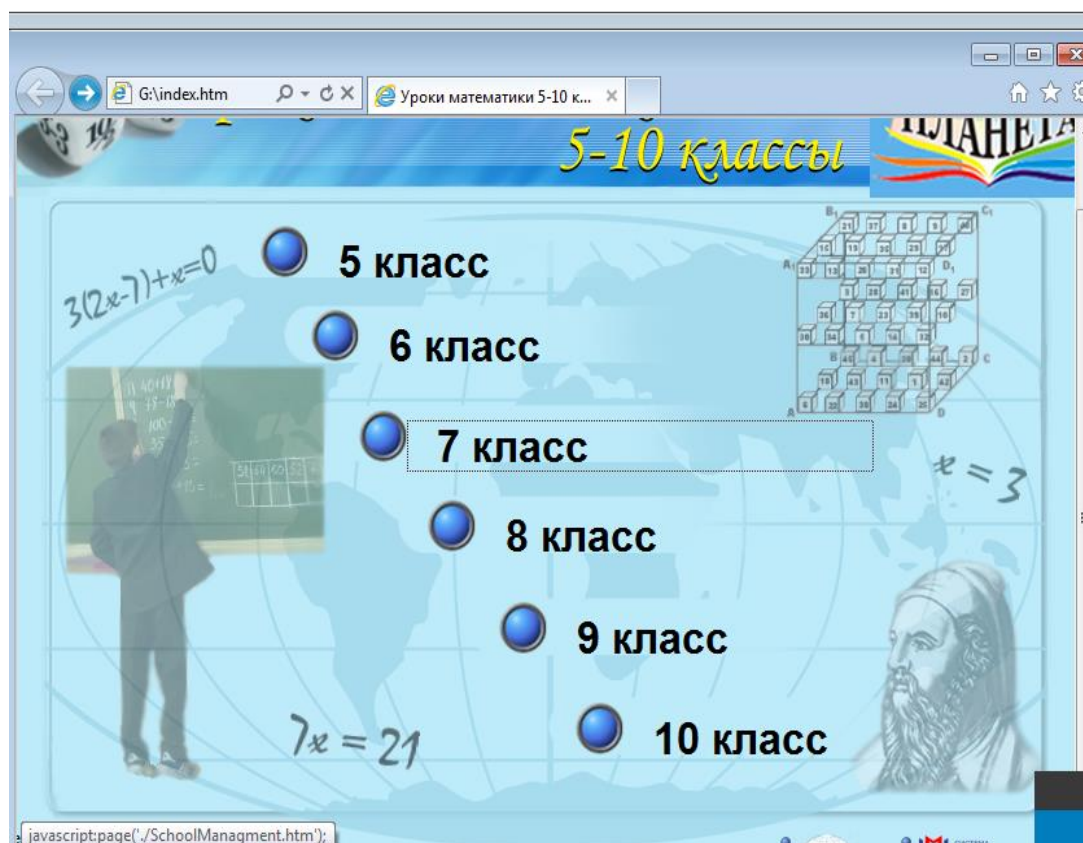
Компьютерные технологии обучения предоставляют большие возможности в развитии творчества, как учителя, так и учащихся. Мультимедиа технологии - способ подготовки электронных документов, включающих визуальные и аудиоэффекты, мультипрограммирование различных ситуаций. Применение мультимедиа технологий открывает перспективное направление развития современных компьютерных технологий обучения.

Кроме этого, использование информационно-коммуникационных технологий облегчает и труд преподавателя. В этом может помочь освоение новых учебных комплексов и пакетов компьютерной алгебры. Так, например, в учебный процесс все больше внедряются системы компьютерной алгебры для интенсификации преподавания курса алгебры (Axiom, Mathematica, Maple, MatLab и другие); для проведения уроков-лекций либо уроков другого типа, где требуется большое количество наглядного материала, могут использоваться презентации, изготовленные при помощи PowerPoint.



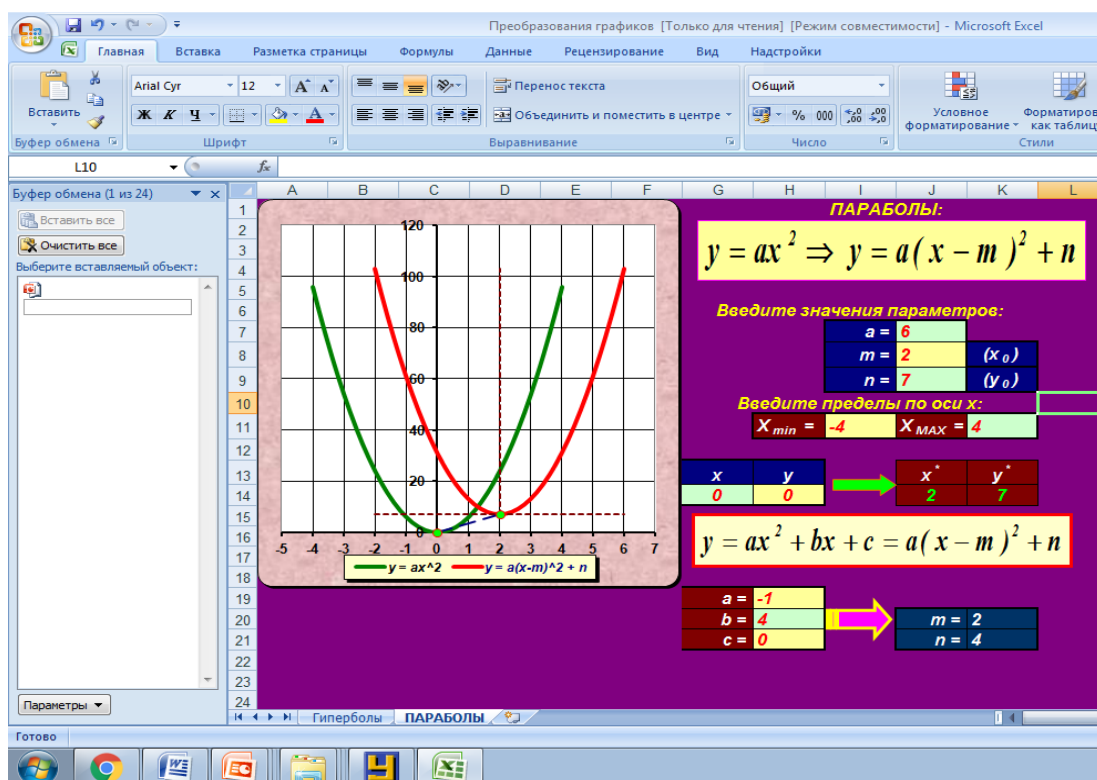
На уроках стереометрии учителя могут применять пакет 3d StudioMax для работы с трехмерными изображениями. Этот пакет полезен на протяжении всего изучения курса стереометрии. Так как почти на каждом уроке приходится строить изображение тел, которые детям тяжело представить. Изображение на доске не всегда может помочь в этом. С помощью пакета 3d StudioMax за считанные секунды можно представить ученикам тело в различных проекциях, в цветах, сделать более наглядным для восприятия школьником.

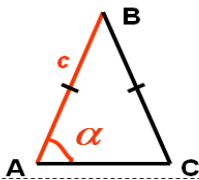

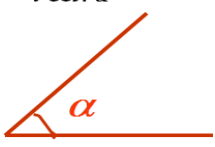
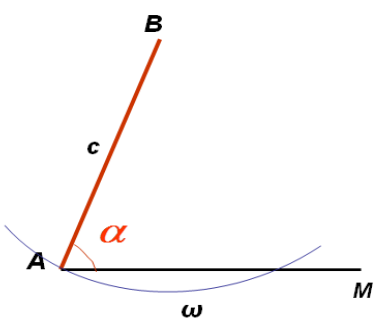
Также в своей работе я использую различные компакт – диски, фирмы «1С», «Физикон», «Дрофа», «Кирилл и Мефодий», содержащие презентации, интерактивные модели.





В настоящее время использование ИКТ является необходимым средством, служащим для построения занятий. Внедрение ИКТ в образовательный процесс стимулирует познавательный интерес к математике, создавая условия для мотивации к изучению этого предмета, способствуют повышению эффективности обучения и самообучения, повышению качества образования.



Задача. Построить равнобедренный треугольник по боковой стороне и углу при основании.	
<p>Анализ:</p> 	<p>Построить $\triangle ABC$: $AB = c$; $\angle BAC = \alpha$; $AB = BC$.</p>
<p>Дано:</p> <p>Отрезок c</p>  <p>Угол α</p> 	<p>Ход построения:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $AB = c$; 2) $\angle BAM = \alpha$; 3) $\omega(B ; R = BA)$; 4) $\omega \cap AM = C$;
	

Анализируя опыт использования ИКТ на уроках математики, можно с уверенностью сказать, что использование информационно-коммуникативных технологий позволяет:

- повысить мотивацию обучения (в связи с развитием информатизации);
- представить на уроках максимальную наглядность
- использовать на уроках разнообразных форм и методов работы с целью максимальной эффективности урока;
- формировать навыки подлинно исследовательской деятельности;
- использовать тестовые задачи с моментальной проверкой и выставлением компьютером отметки за выполненную работу (на разных этапах работы)
- обеспечить доступ к различным справочным системам, электронным библиотекам, другим информационным ресурсам.

ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ

Т. К. Кравченко

*МКОУ «Виноградненская средняя общеобразовательная школа имени Ф.И. Дедова»,
Городовиковский район*

«Российская математическая школа – это мощный интеллект с большим творческим потенциалом, который не знает государственных границ и может реализоваться и за пределами своей страны, но корнями уходит в родную землю и питается её животворными соками», – В.А. Садовничий, ректор МГУ им. Ломоносова, академик.

Невозможно переоценить роль математики как предмета в воспитании гражданина нашей родины – России, ведь математика учит думать, логически мыслить, на это нацелены стандарты второго поколения. Именно с математики началось такое осмысление мира, которое лежит в основе становления и развития научного знания. Современная математика по-прежнему является важнейшим инструментом для естественных наук.

В школьном математическом образовании сегодня можно выделить ряд проблем, но я, как практикующий учитель, остановлюсь на тех, с которыми приходится сталкиваться в своей работе чаще всего.

Проблема воспитания творческой активности школьников до сих пор не теряет своей актуальности. Решение связано с преодолением многочисленных противоречий и ряда проблем, присущих процессу обучения. По - моему мнению, вот некоторые из них:

1. Существуют противоречия между объемом и содержанием учебного материала, которые жестко определены программой и естественным стремлением творчески работающего учителя выйти за ее границы, рассмотреть тот или иной вопрос в трактовке, отличной от принятой учебником;

2. Противоречие между экономичностью (проявляющихся в сообщении учащимся готовых знаний и приводящих часто к формальному их усвоению) и неэкономичностью во времени индуктивных методов (широко используемых в проблемном обучении и активизирующих самостоятельную познавательную деятельность школьников);

3. Противоречие между повседневной коллективной учебной работой школьников и индивидуальными особенностями усвоения ими знаний, формирования их умений и навыков, их темпом и характером работы;

4. Противоречие между массовостью школьного математического образования, неизбежно приводящей к известной стандартизации, и подчеркнута индивидуальным характером познания (выход из этого противоречия в дифференциации обучения на основе вариативности образования и обучения);

5. Противоречия между развитием математики и методикой преподавания математики, если математика развивается необычайно быстро, приобретая все новые и новые знания, находящие свое отражение в школьных курсах, то методика преподавания математики, особенно в условиях массового обучения, развивается намного медленнее.

В школьном математическом образовании сегодня можно выделить три проблемы. Решение должно быть нацелено на издание современных учебников, удовлетворяющих современным стандартам образования:

1) не все школьники научены самостоятельно добывать информацию, читать учебную литературу;

2) выбирая между обучением и развитием, отдают предпочтение более легкому – обучению;

Решение первой проблемы возможно лишь при условии доступного и подробного изложения материала в учебнике, это поможет приучить школьников к чтению учебной литературы и к самостоятельному добыванию информации. Главная задача учителя сегодня – не набить головы учеников информацией, которая якобы понадобится им в дальнейшей жизни, а научить их добывать нужную информацию самостоятельно, научить их осознанному чтению учебной литературы. Для того чтобы они могли самостоятельно читать учебник, нужно, чтобы учебник был написан в первую очередь для них, для учеников, а не для учителя. Не секрет, что большинство школьных учебников по математике писались для учителя, поэтому дети их и не читали. И только в последние годы ситуация начинает меняться к лучшему: многие новые авторские коллективы стараются ориентироваться в первую очередь на учащихся. В наше время владение хотя бы азами математического языка — неперенный атрибут культурного человека. Поэтому, на мой взгляд, заниматься изучением математического языка и математических моделей надо сегодня в школе как можно раньше, если не в начальной школе, то уж в курсе математики 5-6 классов.

Гуманитарный потенциал школьного курса алгебры состоит, во - первых, в том, что владение математическим языком и математическим моделированием позволит учащемуся лучше ориентироваться в природе и обществе; во - вторых, в том, что математика по своей внутренней природе имеет богатые возможности для воспитания мышления и характера учащихся; в - третьих, в том, что уроки математики способствуют развитию речи учащегося не в меньшей степени, чем уроки русского языка и литературы; в - четвертых, в реализации процесса преподавания идей развивающего и проблемного обучения.

Есть три подхода к обучению математике, в той или иной степени ассоциирующихся с проблемным обучением: метод обучения с помощью задач, метод обучения с помощью создания проблемных ситуаций и собственно проблемное обучение. Метод обучения с помощью задач заключается в следующем: учитель предлагает ученикам задачу, решить которую они пока не в состоянии. Он кое - что объясняет, вводит новые элементы теории, затем возвращается к исходной задаче и доводит ее до конца. В принципе это вполне пригодный метод обучения, но у него есть один крупный недостаток – он не является личностно-ориентированным. Задача, которая разбирается на уроке, нужна не ученику, а учителю. Учитель навязывает ее ученикам, ведь это делает процесс объяснения нового материала более комфортным. Примерно так же обстоит дело и с методом создания проблемных ситуаций. В проблемную ситуацию учащегося загоняет учитель, и сам его из нее и выводит, причем, как правило, на том же уроке. При использовании указанных двух методов учащиеся, как правило, пассивны. Я думаю, что правильный подход к проблемному обучению базируется на двух положениях:

- 1) с проблемой должен непосредственно столкнуться сам учащийся; решая задачу или проводя какие - то рассуждения, он должен лично убедиться в том, что что - то ему не по силам, поскольку он, видимо, чего-то не знает;
- 2) решение проблемы должно быть отсрочено по времени, проблема должна «отлежаться».

Только при этих условиях, добравшись до решения проблемы, учащийся поймет, что он продвинулся в своем развитии и получит определенные положительные эмоции.

Школьный курс алгебры это синтез четырех содержательно-методических линий: числовая линия, функциональная линия, линия уравнений и неравенств, линия преобразований (формулы). Я убедилась, что приоритетной является функционально-графическая линия. Это выражается прежде всего в том, что какой бы класс функций, уравнений, выражений не изучался, построение материала практически всегда следует осуществлять по жесткой схеме: функция – уравнения – преобразования.

С реализацией в школе функционально-графической линии связаны три методические проблемы: 1) когда и как дать учащимся формальное определение функции; 2) какая должна быть стратегия и тактика изучения свойств функций на весь период обучения в школе; 3) какова должна быть система упражнений по функциональному материалу.

Из своей работы я могу сделать вывод о том, что для понимания учащимися курса алгебры в целом важно, прежде всего, чтобы они полноценно усвоили первичные модели (функции). Это значит, что нужно организовать их деятельность по изучению той или иной функции так, чтобы рассмотреть новый объект (конкретную математическую модель – функцию) системно, с разных сторон, в разных ситуациях. В то же время эта системность не должна носить характер набора случайных сюжетов, различных для разных классов функций — это приведет к дискомфорту в обучении.

Литература.

1. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ В. А. Оганесян, Ю. М. Колягин, Г. Л. Луканкин, В. Я. Саннинский. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Просвещение, 1980.

2. Образовательные стандарты / Под ред. Б.А. Бордовского. - Санкт-Петербург: Образование, 1996.

3. Практикум по методике преподавания математики в средней школе: Учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов /Т.В. Автономова, С.В. Варченко, В.А. Гусев и др.; Под ред. В.И. Мишина. - М.: Просвещение, 1993.

4. Профессиональная педагогика: Учебник для студентов, обучаемых по педагогическим специальностям и направлениям. - М.: Ассоциация «Профессиональное образование», М., 1997.

ФОРМИРОВАНИЕ И РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ НА УРОКАХ ФИЗИКИ

И. А. Муева

Калмыцкий республиканский институт повышения квалификации работников образования, Элиста

Основная задача школьного образования, в свете реализации Федеральных государственных образовательных стандартов, заключается в обновлении его содержания, методов обучения и достижения на этой основе нового качества его результатов. Мерой достижения личностных и метапредметных образовательных результатов являются универсальные учебные действия: личностные, познавательные, регулятивные, коммуникативные. Очевидно, что наиболее значимые из них – познавательные универсальные учебные действия. Познавательные универсальные учебные действия (УУД) – это система способов познания окружающего мира, построения самостоятельного процесса поиска, исследования и совокупность операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации.

Современный учитель хорошо осведомлен об образовательных технологиях и положениях ФГОС и системно - деятельностном подходе, однако проблему эффективного формирования и развития УУД, в том числе и познавательных УУД нельзя назвать решенной. Наибольшие затруднения учителей связаны с выбором приемов, направленных на формирование и развитие познавательных УУД.

Специфика физики как учебного предмета проявляется в том, что она представляет исключительный простор для формирования познавательных универсальных учебных действий. Это связано с тем, что передача информации на уроке физики многообразна: устное сообщение, текст (особенно определение, формулировка); таблицы; формулы, графики, рисунки, схемы, чертежи, фотографии; физические демонстрации и опыты в классе (видеофрагменты; физические анимации, моделированные физические процессы средствами информационных технологий). Информация, изучаемая на уроках физики, позволяет создать типовые задания, в которые будут способствовать формированию и развитию «умений определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы; создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач».

Познавательные УУД включают общеучебные и логические универсальные учебные действия.

Общеучебные УУД включают:

- самостоятельное выделение и формирование познавательной цели;
- поиск и выделение необходимой информации; применения методов информационного поиска, в том числе с помощью сети Интернет;
- структурирование знаний;
- выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;
- рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности;
- смысловое чтение как осмысление цели чтения и вывод вида чтения в зависимости от цели;

- умение адекватно, осознанно и произвольно строить речевые высказывания в устной и письменной речи;
- действие со знаково - символическими средствами (замещение, кодирование, декодирование, моделирование).

В рамках школьного обучения под логическим мышлением понимается способность и умение учащихся производить простые логические действия (анализ, синтез, сравнение, обобщение и т. д.).

Универсальные логические действия:

- сравнение конкретно - чувственных и иных данных (с целью выделения тождеств), различия, определения общих признаков и составление классификации.
- анализ - выделение элементов, расчленение целого на части;
- синтез - составление целого из частей;
- классификация- отношение предмета к группе на основе заданного признака;
- обобщение - генерализация и выведение общности для целого ряда или класса единичных объектов на основе выделения сущностной связи;
- доказательство - установление причинно - следственных связей, построение логической цепи рассуждений;
- установление аналогий.

Всю информацию на уроке физики условно можно условно разбить на информационные блоки:

- 1) устное сообщение, текст (определение, формулировка);
- 2) таблицы;
- 3) формулы;
- 4) графики;
- 5) схема, чертеж, рисунок, фотография;
- 6) физические демонстрации и опыты в классе, видеофрагменты, физические анимации.

Существует множество приемов работы с информацией, однако, для каждого из информационных блоков используются свои. Приведем некоторые из приемов, посредством которых можно развивать познавательные УУД:

Прием «Сводная таблица».

Прием «Сводная таблица» можно использовать для работы с информационным блоком текст. Основной смысл использования приема «Сводная таблица» (описана Дж. Беллансом) заключается в том, что «линии сравнения», то есть характеристики, по которым учащиеся сравнивают различные явления, объекты и прочее, формулируют сами ученики. Первая колонка называется «линией сравнения». В ней перечислены те категории, по которым предполагается сравнивать какие-то явления, события, факты. В колонки, расположенные по правую сторону от «линии сравнения», заносится информация, которую и предстоит сравнить. Например, при изучении постоянного тока в 8 классе можно сравнить характеристики постоянного тока (таблица 1). Цель применения данного приема – научить систематизировать, информацию, проводить параллели между событиями, явлениями, фактами. Данный прием полезен, когда необходимо сравнить три и более понятия. Заполнение таблицы позволяет систематизировать изученный материал, быстрее и прочнее запоминать информацию, более качественно подготовить домашнее задание. Составление «Сводной таблицы» возможно на всех этапах урока.

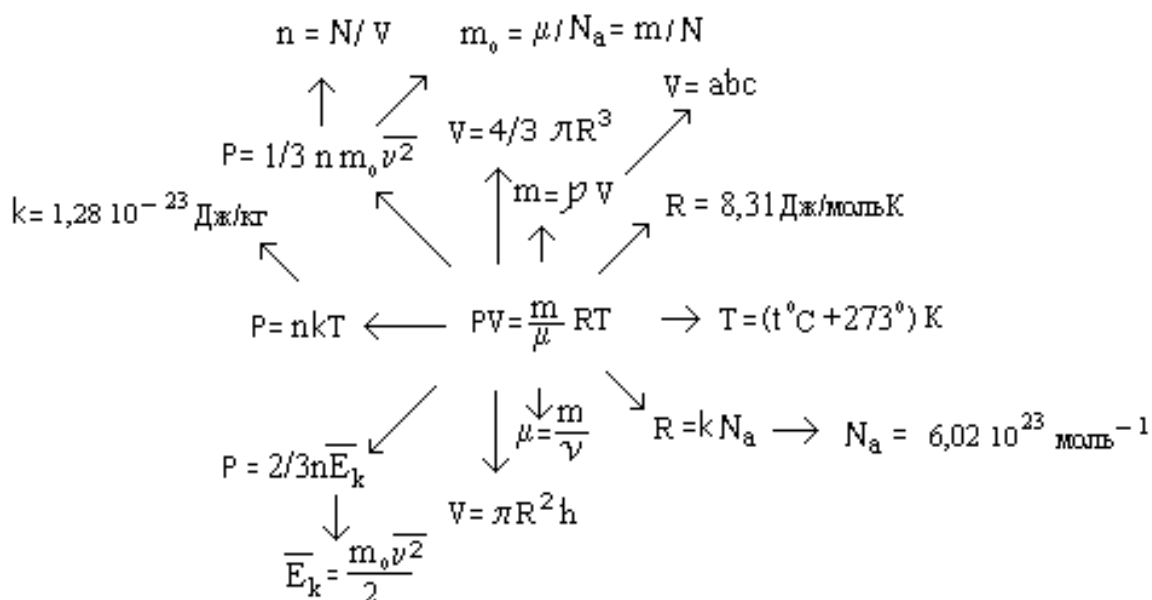
Таблица 1. Прием «Сводная таблица»

Линия сравнения	Сила тока (I)	Напряжение (U)	Сопротивление (R)
Единица измерения	Ампер	Вольт	Ом
Формула	$I = \frac{U}{R}$ $I = \frac{q}{t}$	$U = I \cdot R$ $U = \frac{A}{q}$	$R = \frac{U}{I}$ $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$
Последовательное соединение проводников	$I = I_1 = I_2$	$U = U_1 + U_2$	$R = R_1 + R_2$
Параллельное соединение проводников	$I = I_1 + I_2$	$U = U_1 = U_2$	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Прием «Кластер».

Прием кластер подходит не только для работы с текстом, но и для работы с формулами, определениями, графиками, схемами, рисунками. Суть данного приема заключается в том, что в середине листа записывается или зарисовывается основное слово (идея, тема, формула), а по сторонам от нее фиксируются идеи (слова, рисунки, формулы), как-то с ним связанные. В итоге информация сжимается в виде своеобразных гроздьев, кустиков – кластеров.

Рис. 1. Кластер для решения задач на уравнение Менделеева - Клапейрона



На этапе обобщения материала, для запоминания множества формул можно провести конкурс «Лучшая шпаргалка для решения задач». Для примера - кластер для решения задач

на уравнение Менделеева – Клапейрона (рис. 1). Для любого школьника такая работа является творческой, интересной и приносящей удовольствие, так как позволяет реализоваться в этом виде деятельности, выполнить ее так, как он лучше всего умеет это делать. Составление кластера в виде формул позволяет учиться систематизировать материал, находить логические связи, прогнозировать решение задач.

Прием «Синквейн».

Слово синквейн происходит от французского «пять». Это стихотворение из пяти строк, которое строится по правилам.

1. В первой строчке тема называется одним словом (обычно существительным).
2. Вторая строчка - это описание темы в двух словах (двумя прилагательными).
3. Третья строчка - это описание действия в рамках этой темы тремя словами. Третья строчка образована тремя глаголами или деепричастиями, описывающими характерные действия объекта.

4. Четвертая строка - это фраза из четырех слов, показывающая отношение к теме.

5. Последняя строка - это синоним из одного слова, который повторяет суть темы.

Как это делать:

Название (одно существительное) _____

Описание (два прилагательных) _____

Действия (три глагола или деепричастия) _____

Чувство (четыре слова) _____

Повторение сути (синоним темы) _____

К примеру, синквейн о гравитационной силе:

Гравитационное поле

Ньютоновское, всемирное

Удерживает, притягивает, способствует падению

Управляет всем во Вселенной

Гравитация

Написание синквейна может быть и произвольным, не обязательно четкое соблюдение правил написания и количества слов в строках. Можно использовать в строчках и другие части речи – но только в том случае, если это необходимо для улучшения текста.

Синквейны способствуют синтезу сложной информации, формированию понятийного и словарного багажа учащихся. При внешней простоте формы, синквейн - быстрый, но мощный инструмент для рефлексии (резюмировать информацию, излагать сложные идеи, чувства и представления в нескольких словах не так-то просто).

Прием «Решение творческих учебных задач».

Учебный материал на уроках физики часто подается в форме экспериментальных и теоретических исследований. Прием «Решение творческих учебных задач» используется для стимуляции творческой мыслительной активности учащихся, пробуждении интереса к изучаемой теме. Условие задачи должно соответствовать следующим требованиям: наличие проблемы, требующей решения, достаточность условия, корректность вопроса, наличие противоречия. Учащиеся решают поставленную задачу самостоятельно или в группах, выдвигают варианты решения.

К примеру: схема составления характеристики физической величины.

1. Название и обозначение физической величины.
2. Физический смысл величины (дать определение, что характеризует, что показывает).
3. Векторная величина или скалярная? Если величина векторная, то куда направлена?
4. Единицы измерения физической величины.
5. Выражение единицы измерения физической величины через основные единицы измерения.
6. От чего зависит численное значение величины, по какой формуле ее можно рассчитать?
7. В какие физические формулы еще входит?
8. Способ измерения величины.

Таким образом, очевидно, что уроки физики в школе имеют значительный потенциал для формирования и развития познавательных универсальных учебных действий через применение технологий работы с информационными блоками. Учет данного обстоятельства может сделать работу школьных учителей по формированию и развитию познавательных универсальных учебных действий более продуктивной.

Литература

1. В.Г. Разумовский, В.А. Орлов, Ю. И. Дик «Методика обучения физике. 7 класс».
2. И. Я. Ланина «Формирование познавательных интересов учащихся на уроках физики» - М., «Просвещение», 1997 г.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО «АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ» ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ОЛИМПИАДЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

С. С. Мучкаева, И. В. Очирова

Калмыцкий госуниверситет им. Б. Б. Городовикова

Задача любого вуза, как известно, состоит не только в том, чтобы передать студенту определенную сумму знаний по предметам, но и в том, чтобы научить его творчески мыслить, подготовить к жизни, к практической работе.

Задача повышения качества обучения и воспитания неразрывно связана с проблемой активизации его познавательной деятельности. Студент должен стать активным участником образовательного процесса. Важные резервы повышения качества обучения, качества знаний студентов, развития творческого мышления заключаются в совершенствовании учебного процесса, который невозможен без активной учебной деятельности студентов. Практика показывает, что научить творческому мышлению с помощью таких традиционных форм учебного процесса, как лекции, практические и лабораторные занятия, не всегда представляется возможным. Необходимым условием формирования творческого характера мышления студента является его непосредственное участие в данном виде творчества.

Проблема творчества в системе современного образования России, как и в любой другой стране, несомненно, актуальна. И решить эту проблему успешно помогает олимпиадное движение. Математическую олимпиаду нельзя рассматривать как просто усложненную контрольную работу. Целью олимпиады, кроме повышения интереса участников к изучению математики, является выявление особо глубоких и прочных знаний, умений, навыков, способности к творческому мышлению, нестандартности подходов. Как правило, подготовка к олимпиаде - длительный и трудоемкий процесс, который осуществляется в подготовке отобранных студентов по различным темам курса «Математика». К этим темам относятся следующие:

- линейная алгебра;
- аналитическая геометрия;
- введение в математический анализ;
- дифференциальное и интегральное исчисление;
- дифференциальные уравнения;
- ряды.

Большинство задач по аналитической геометрии относятся к задачам, в которых содержание составляет овладение более сложным действием, составленным из нескольких действий, и способность применения сложного действия в алгоритмической ситуации, поэтому организация занятий по этой теме является одной из самых сложных. Нами разработаны занятия по четырем основным темам, которые позволяют классифицировать основные виды задач, предлагаемых на олимпиаде (как показал анализ олимпиадных заданий за последние несколько лет).

1. На геометрическое место точек.
2. На угол между кривыми.
3. На кратчайшее расстояние между кривыми.
4. На касательные к кривым.

Рассмотрим несколько задач по ключевым темам «Аналитической геометрии».

Задача 1. Докажите, что объем тетраэдра, заключенного между координатными плоскостями и касательными плоскостями к поверхности $xuz = 1$, где $x, y, z \geq 0$, не зависит от точки касания.

Решение:

Уравнение касательной плоскости имеет вид

$$F'_x(x_0) \cdot (x - x_0) + F'_y(y_0) \cdot (y - y_0) + F'_z(z_0) \cdot (z - z_0) = 0$$

$$F'_x = yz \quad F'_y = xz \quad F'_z = xy, \text{ тогда } F'_x(x_0) = y_0 z_0; \quad F'_y(y_0) = x_0 z_0; \quad F'_z(z_0) = x_0 y_0$$

$$y_0 z_0 \cdot (x - x_0) + x_0 z_0 \cdot (y - y_0) + x_0 y_0 \cdot (z - z_0) = 0$$

$$y_0 z_0 x + x_0 z_0 y + x_0 y_0 z = 3x_0 y_0 z_0 \quad : 3x_0 y_0 z_0$$

Преобразуем уравнение плоскости к уравнению в отрезках:

$$\frac{x}{3x_0} + \frac{y}{3y_0} + \frac{z}{3z_0} = 1$$

$$V = 1/3 * 1/2 * 3X_0 * 3Y_0 * 3Z_0 = 9/2 = 4,5$$

Ответ: 4,5

Задачу можно рассматривать как опорную, стартовую, по которой можно составлять серии задач. Предлагаем одну из них.

Задача 2: Докажите, что касательные плоскости к поверхности $xyz = a^3$ в любой ее точке образуют с плоскостями координат тетраэдр постоянного объема. Найти этот объем.

Очень часто непривычная формулировка задачи лишь маскирует вполне доступное математическое содержание. По сути, эта задача 1, но общего случая.

Решение задачи аналогичное и ответ $4,5 | a^3 |$.

Задача 3: Найти ГМТ, из которых эллипс виден под прямым углом.

Решение.

1) Рассмотрим эллипс в каноническом виде $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ и рассмотрим точку

$A(x; y)$. Проведем через эту точку прямую $(x + \lambda t; y + \mu t)$ касательную к эллипсу

$$\frac{(x + \lambda t)^2}{a^2} + \frac{(y + \mu t)^2}{b^2} = 1$$

После преобразования уравнение имеет вид

$$t^2 \cdot (b^2 \lambda^2 + a^2 \mu^2) + t \cdot (2b^2 \lambda x + 2a^2 \mu y) + b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 b^2 = 0$$

Чтобы уравнение имело один корень, полагаем $D=0$

$$D = (b^2 \lambda x + a^2 \mu y)^2 - (b^2 \lambda^2 + a^2 \mu^2) \cdot (b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 b^2) = 0$$

и получим $\lambda^2 (b^2 - y^2) + \mu^2 (a^2 - x^2) + 2\lambda \mu xy = 0$

2) Другая прямая проходящая через A и перпендикулярная первой прямой $(x + \lambda t; y - \mu t)$. Проведем те же преобразования и получим

$$\lambda^2 (a^2 - x^2) + \mu^2 (b^2 - y^2) - 2\lambda \mu xy = 0$$

Сложим полученные уравнения

$$\lambda^2 (b^2 - y^2 + a^2 - x^2) + \mu^2 (a^2 - x^2 + b^2 - y^2) = 0$$

$$(\lambda^2 + \mu^2)(a^2 + b^2 - x^2 - y^2) = 0$$

$$a^2 + b^2 - x^2 - y^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 = a^2 + b^2$$

Получили уравнение окружности с центром в $(0;0)$.

Текст задачи можно изменить, указав другой угол или изменить кривую, например окружность. Тем самым можно рассматривать серии задач, исходящих из одной опорной.

В последнее время наблюдается тенденция к расширению типов задач по теме «Аналитическая геометрия», выносимых на олимпиаду. «Аналитическая геометрия» рассматривает-

ся совместно с темами «Определенный интеграл» или «Дифференциальные уравнения». Рассмотрим одну такую задачу.

Задача 4: Из точек параболы $y = x^2$ проводятся касательные к параболе $y = x^2 + 1$. Доказать, что площадь криволинейного треугольника, образованного этими касательными и дугой параболы $y = x^2 + 1$ между точками касания, не зависит от выбора точки на нижней параболе.

Рассмотрим подробно решение этой задачи и выделим моменты, на которые особо следует обратить внимание.

Задача связана с темой «Определенный интеграл», но для ее решения необходимо вспомнить уравнение касательной к кривой, проведенной в данной точке. Оно будет иметь вид: $y = x_0^2 + 1 + 2x_0(x - x_0)$, где x_0, y_0 – координаты точки касания. Поскольку касательная проходит через точку $A(x_1, x_1^2)$ параболы $y = x^2$ то, подставляя ее координаты в предыдущее уравнение, получаем $x_1^2 = 2x_0x_1 - x_0^2 + 1$, а значит, $x_0 = x_1 \pm 1$.

Далее переходим непосредственно к теме «Определенный интеграл» и вычисляем искомую площадь криволинейного треугольника ABC , вычитая из площади криволинейной трапеции $MBCK$, ограниченной параболой $y = x^2 + 1$, $x \in [x_1 - 1; x_1 + 1]$, площади трапеций $MBAN$ и $NACK$, ограниченных касательными и прямыми $x = x_1 \pm 1$ (рис. 1).

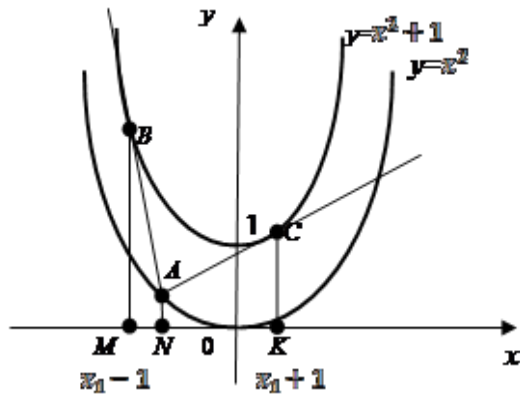


Рис. 1. Схема определения площади криволинейного треугольника ABC .

Получим

$$S = \int_{x_1-1}^{x_1+1} (x^2 + 1) dx - \frac{x_1^2 + (x_1 + 1)^2 + 1}{2} - \frac{x_1^2 + (x_1 - 1)^2 + 1}{2} = 2x_1^2 + \frac{8}{3} - (x_1^2 + x_1 + 1) - (x_1^2 + x_1) = \frac{5}{3}$$

В итоге, при вычислении интеграла получили число, а, следовательно, площадь S не зависит от выбора точки A .

Литература

Аракчеев С.А. *Избранные задачи математических олимпиад для вузов* // 2011, Учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во СГУПС, 128.

Бортаковский А.С. *Аналитическая геометрия в примерах и задачах.* // 2005, Учебное пособие. – М.: Высш. шк., 496.

Клетеник Д.В. *Сборник задач по аналитической геометрии* // 1980, 13-е изд., стереотип. – М.: Гл. ред. Физ-мат. Лит-ры, 240.

Шахматов В.М., Лисок А.Л., Тарбокова Т.В. *Сборник олимпиадных задач по высшей математике* // 2009, Учебное пособие. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 144.

ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ В ШКОЛЕ

Е. В. Рыбалко

МБОУ «Соленовская СОШ им. В. А. Казначеева», Яшалтинский район

Единый (базовый) уровень образования - общая стартовая площадка для всех учащихся. А дальше каждый ученик с помощью учителя, исходя из своих познавательных склонностей, учебных интересов, должен получить возможность выбирать содержание, уровень, темп обучения. Чтобы это обеспечить, учитель должен хорошо владеть учебным материалом и уметь выявлять готовность к его усвоению, а она у каждого ученика индивидуальная. Под готовностью к усвоению знаний имеется в виду положительная мотивация и интерес к учению, исходный минимум знаний, являющийся необходимой базой для овладения математикой, индивидуальная избирательность ученика к содержанию, типу, виду и форме учебного материала.

Существующие дидактические материалы - сборники задач и упражнений, тематические контрольные и самостоятельные работы, разнообразные по содержанию рабочие тетради учащихся и т. п. - разрабатываются с учетом объективной трудности программного материала, подлежащего усвоению. Все задания в них, как правило, распределяются по уровню сложности: легкие, средние, трудные. В зависимости от того, с какими заданиями ученик в целом справляется, его относят к разряду сильного, среднего, слабого, что фиксируется соответствующей школьной оценкой (пять, четыре, три). При этом оценивается в основном результат работы ученика: правильность или неправильность выполнения задания, время, потраченное на его выполнение, типы ошибок, характер затруднений и т.п. Учитывается и количество заданий, сделанных за единицу времени, отведенного на уроке (например, 10 - 15 мин). Все это, конечно, дает сведения об индивидуальных возможностях ученика при усвоении им программного материала, но не раскрывает учителю структуру его интеллектуальной деятельности.

Разноуровневая дифференциация нередко сводится только к расширению, углублению, усложнению содержания учебного материала; фиксирует в основном результативную сторону усвоения знаний, оцениваемую учителем, профессиональным ориентиром для которого по - прежнему остается средний (точнее усредненный) ученик. Предполагая усвоение материала для среднего ученика, учитель старается придерживаться по крайней мере трех обязательных условий:

- 1) задания должны быть выполнимы при использовании минимума знаний;
- 2) выполнение заданий не должно предусматривать сложной графической работы, так как в противном случае было бы трудно разграничить причины невыполнения заданий;
- 3) задания не должны требовать для своего решения много времени.

Преподавание геометрии с помощью технологии УДЕ, позволяет на уроке уделить внимание всем учащимся, с различными способностями. Проследим за этим в ходе урока геометрии в 8 классе.

I. Тема урока: Центральные и вписанные углы

Цель урока:

образовательная (ввести понятие центрального угла и вписанного угла, рассмотреть теорему о вписанном угле и следствия из нее, рассмотреть теорему пересекающихся хорд);

развивающая (научить применять полученные знания при решении задач, научить применять справочник);

воспитательная (привить умение самостоятельно пополнять свои знания).

Тип урока: формирование первичных предметных знаний, умений и навыков

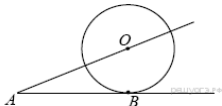
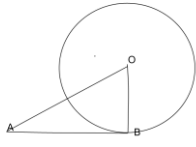
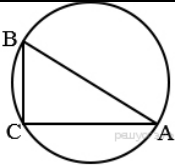
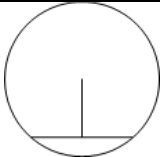
Методы обучения: блочная подача материала, самостоятельное добывание знаний, использование технологии УДЕ.

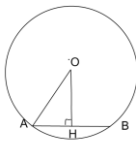
Оборудование: Компьютер, проектор, справочник.

Ход урока:

1. Организационный этап (учитель рассказывает притчу «Знания стоят дорого»).

Рассказывают, будто одна известная зарубежная фирма пригласила советского ученого-физика П. Капицу осмотреть новый электродвигатель большой мощности, который долгое время не могли запустить. Ввиду того, что была необходима квалифицированная консультация, на ее оплату была выделена крупная сумма 10 тысяч долларов. Капица внимательно осмотрел двигатель, затем, взяв молоток, ударил по подшипнику. Двигатель заработал. Фирме стало обидно выплачивать большую сумму известному физика за такие, на первый взгляд, несложные действия. Капицу попросили написать отчет о проделанной работе. И ученый будто бы написал: «Один удар молотком - 1 доллар. За то, что знал, куда ударить 9999 долларов». Шутка шуткой, а существо дела изложено точно: важен не только сам «удар», важнее знать, где «ударить». При решении геометрических задач как раз важно - где «ударить».

Образовательный портал «РЕШУ ОГЭ» (http://математика.решуогэ.рф)		
<p>На «3». Задание 10 № 311681. К окружности с центром в точке О проведены касательная АВ и секущая АО. Найдите радиус окружности, если АВ = 12 см, АО = 13 см. рис. 1</p>	 Рис. 1  Рис. 2	<p>Решение. Соединим точки О и В рис. 2; полученный отрезок — радиус, проведённый в точку касания, поэтому $OB \perp AB$. Задача сводится к нахождению катета ОВ прямоугольного треугольника АОВ: по теореме Пифагора находим $OB = \sqrt{AO^2 - AB^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ Ответ: 5 см.</p>
<p>На «4». Задание 10 № 311912. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 30$, $BC = 5\sqrt{13}$. Рис. 3 Найдите радиус окружности, описанной около треугольника</p>	 Рис. 3.	<p>Решение. Вписанный прямой угол опирается на диаметр окружности, поэтому радиус окружности, равен половине гипотенузы. По теореме Пифагора имеем: $AB = \sqrt{30^2 + (5\sqrt{13})^2} = \sqrt{900 + 325} = \sqrt{1225} = 35$ Ответ: 17,5.</p>
<p>На «5». Задание 10 № 324324. Длина хорды окружности равна 72, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 27. Найдите диаметр</p>	 Рис. 4	<p>Решение. Введём обозначения как показано на рисунке 5. Рассмотрим треугольники АОН и НОВ, они прямоугольные, ОН — общая, АО и ОВ равны как радиусы окружности,</p>

<p>окружности рис. 4.</p>	 <p>Рис. 5</p>	<p>следовательно, эти треугольники равны, откуда $AH = HB = \frac{AB}{2} = \frac{72}{2} = 36$</p> <p>По теореме Пифагора найдём радиус окружности:</p> $r = AO = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{36^2 + 27^2} = 45$ <p>Диаметр равен двум радиусам, следовательно, $d = 2r = 2 \cdot 45 = 90$</p> <p>Ответ: 90</p>
---------------------------	---	---

2. Проверка выполнения домашнего задания (На данном этапе учитель должен установить правильность, полноту и осознанность домашнего задания, выявить и устранить в ходе проверки обнаруженные проблемы). С помощью проектора показать решение заданий на «3», на «4» и на «5».

Таблица 1.

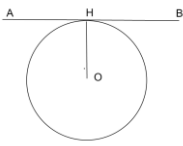
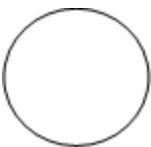
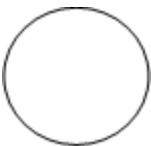
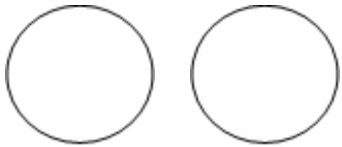
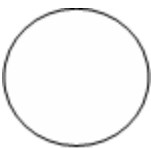
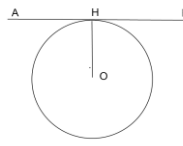
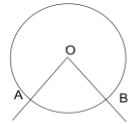
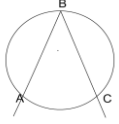
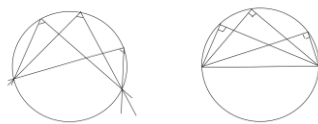
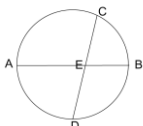
ГЛАВА VIII Окружность
 <p>AB ⊥ OH</p>





Таблица 2.

ГЛАВА VIII Окружность
 <p>AB ⊥ OH</p>
<p>Центральный угол (вершина в O)</p> 
<p>Вписанный угол (вершина на O)</p> 
<p>Следствие 1. Следствие 2.</p> 
<p>Теорема. AE ⊥ EB = CE ⊥ ED</p> 

3. Подготовка учащихся к работе на основном этапе. (На данном этапе, ученики, должны самостоятельно разобрать новую тему по учебнику, при этом заполняя справочник. Таблица 1) Учебник. §2 Центральные и вписанные углы. П. 72,73. Задание: Читая новый материал заполнить пробелы справочника. Обобщение и проверка выполненной работы по таблице 2. В геометрии в основном все задачи решаются на основе чертежа (плоскостного или объемного). Практически любая геометрическая задача сопровождается требованием учителя: прочти условие, сделай чертеж. Именно чертеж — широко распространенный и наиболее часто применяемый компонент решения разнообразных задач на доказательство, построение, измерение, вычисление. Научить работать с чертежом, по мнению многих учителей, — обеспечить хорошее знание предмета. Наличие чертежа еще мало говорит об умении работать с ним. Задача учителя сводится к тому, что бы научить ученика осознать чертеж в соответствии с условиями задачи, мысленно его преобразовать, перестроить и на этой основе открыть для себя новые свойства фигур и отношения между ними.

4. Этап усвоения новых знаний и способов действий (Обеспечить восприятие, осмысление и первичное запоминание изучаемого материала) На данном этапе решить задачу № 650 а), применяя технологию УДЕ, решение записывается в таблицу 3.

5. Первичная проверка понимания изученного (Установить правильность и осознанность изученного материала, выявить пробелы, провести коррекцию пробелов в осмыслении материала) Ученикам предлагается на выбор или самостоятельно решить или придумать свою задачу, таблица 4.

Таблица 3.

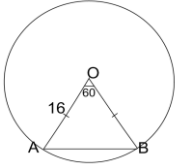
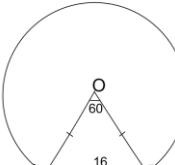
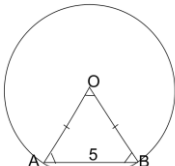
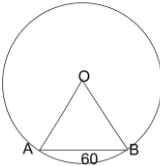
Прямая задача		Обратная задача
 <p>Рис.6</p>	<p>Рассмотрим треугольник АОВ на рис. 6: он равнобедренный, его боковые стороны равны радиусу. Углы при основании равнобедренного треугольника равны. Треугольник, у которого все углы равны, — равносторонний треугольник; значит, хорда $AB=16$.</p> <p>Ответ: 16.</p>	

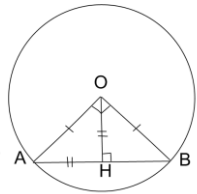
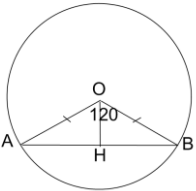
Таблица 4.

Самостоятельно решенная задача	Своя придуманная задача
	

6. Этап закрепления новых знаний и способов действий. (Обеспечить в ходе закрепления повышение уровня осмысления изученного материала, глубины понимания) На данном этапе решается задача №650 б), где прямую, обратную и самостоятельную задачу решают все, а кто посильнее должны успеть придумать и решить свою задачу, таблица 5.

8. Обобщение и систематизация (Обеспечить формирование целостной системы ведущих знаний учащихся, обеспечить установление внутрисубъектных и межпредметных связей) Еще раз проговорить с учениками общие методы и алгоритм решения задач такого типа, чертежи рис. 8, зарисовать в справочнике в разделе центральные углы.

Таблица 5.

<p>ПЗ</p> <p>Дано: Окружность, O R=16, $\angle AOB=90^\circ$ Найти: Хорду AB Решение: Рис 7. $AO^2 = OH^2 + AH^2$, $16^2 = 2AH$, $AH = 8\sqrt{2}$, $AB = 16\sqrt{2}$ Ответ: $16\sqrt{2}$</p>	 <p>Рис 7.</p>	<p>ОЗ</p> <p>Дано Окружность, O Хорда AB = 16, $\angle AOB=90^\circ$ Найти: R=? Решение: $AH=OH=0,5AB$, $AO^2 = OH^2 + AH^2$, $AO^2 = 8^2 + 8^2$, $AO = 8\sqrt{2}$ Ответ: $8\sqrt{2}$</p>
<p>7. Применение знаний и способов действий (Обеспечить усвоение знаний и способов действий на уровне применения их в разнообразных ситуациях)</p>		
<p>СР</p> <p>Дано: Окружность, O, $\angle AOB=90^\circ$, OH=4 Найти: Хорду AB, R Решение: $AB=2AH=2OH=2 \cdot 4=8$. $AO^2 = OH^2 + AH^2$, $AO^2 = 4^2 + 4^2$, $AO = 4\sqrt{2}$ Ответ: 8, $4\sqrt{2}$</p>	<p>Своя задача</p> 	

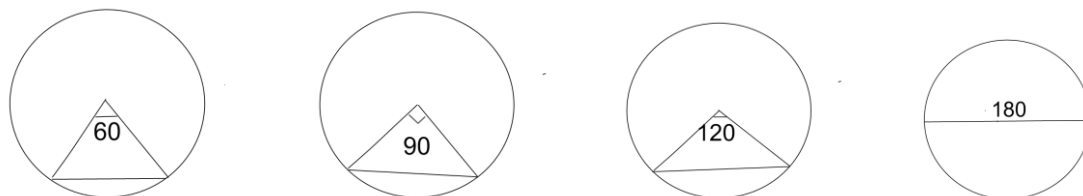


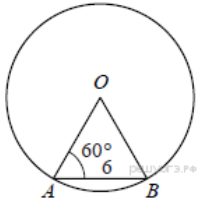
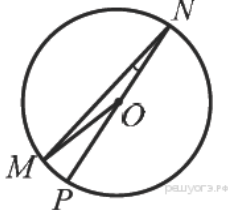
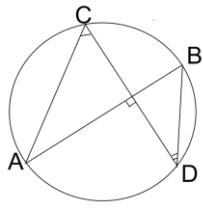
Рис. 8

9. Контроль и самоконтроль знаний и способов действий (Выявление качества и уровня усвоения знаний и способов действий). Проводится разноуровневая самостоятельная работа. Образовательный портал «РЕШУ ОГЭ» (<http://математика.решуогэ.рф>). Тема 10, Центральные и вписанные углы, На «3» - №1. На «4» - №3. На «5» - №12.

10. Коррекция знаний и способов действий (Проведение коррекции выявленных пробелов в знаниях и способах действия) Решение заданий №1, № 3 и № приведены в таблице 6.

11. Информация о домашнем задании (Обеспечить понимание учащимися цели, содержания и способов выполнения домашнего задания) Три уровня домашнего задания: Тема 10. Центральные и вписанные углы. На «3» - придумать задачу вида №1. На «4» - придумать задачу вида №1,3. На «5» - придумать задачу вида №1,3,12.

Таблица 6.

<p>№1. Решение.</p> <p>Рассмотрим треугольник АОВ на рис. 9: он равнобедренный, его боковые стороны равны радиусу. Углы при основании равнобедренного треугольника равны. Пусть АОВ равен x, тогда $x + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$, где $x = 60^\circ$. Треугольник, у которого все углы равны, — равносторонний треугольник; значит, радиус равен 6.</p> <p>Ответ: 6.</p>	 <p>Рис. 9</p>
<p>№3 Решение.</p> <p>На рисунке 10 треугольник MON — равнобедренный. Тогда угол $\sphericalangle MON = 180^\circ - 2 \cdot 18^\circ = 144^\circ$.</p> <p>Ответ: 144.</p>	 <p>Рис. 10</p>
<p>№12 Решение.</p> <p>Треугольник BOD на рис. 11 — прямоугольный, сумма его острых углов равна 90°. Поэтому $\sphericalangle ABD = \sphericalangle OBD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$. Углы ABD и ACD опираются на одну дугу, поэтому эти углы равны. Таким образом, $\sphericalangle ACD = 65^\circ$.</p> <p>Ответ: 65.</p>	 <p>Рис. 11</p>

12. Подведение итогов занятия (Дать качественную оценку работы класса и отдельных учащихся).

13. Рефлексия (Инициировать рефлексия учащихся по поводу своего психоэмоционального состояния, мотивации своей деятельности и взаимодействия с учителем и одноклассниками) Главный вопрос урока - что нового узнал? Что поняли, а что не очень и как решить эту проблему.

Литература

1. Атанасян Л.С. и др. Геометрия, учеб. для 7 - 9 кл. – М. Просвещение, 1997.
2. Гусев В.А. и др. Методика обучения геометрии: Учеб. пособие для студентов — М.: Издательский центр, Академия. 2004.
3. Эрдниев П. М., 2009. Обучение математике в начальных классах. - Элиста. ГУ «Герел».
4. Эрдниев О. П., Эрдниев П.М. Математика, учеб. для 8 кл. М, Просвещение, 1995.

МЕТОД ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ – ОДИН ИЗ СПОСОБОВ РЕШЕНИЯ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ

Ю. Б. - Г. Спиридонов

МБОУ «Элистинская многопрофильная гимназия», Элиста

Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математической подготовки, глубины освоения учебного материала. Поэтому любой экзамен по математике, любая проверка знаний содержит в качестве основной и, пожалуй, наиболее трудной части решение задач. И вот тут обнаруживается, что многие из учащихся не могут показать достаточные умения в решении задач. На всех экзаменах довольно часто встречаются случаи, когда ученик показывает, казалось бы, хорошие знания в области теории, но запутывается при решении весьма несложной задачи.

За время обучения в школе решается огромное число задач, в результате чего учащиеся овладевают общим умением решения задач. Наблюдения показывают, что многие учащиеся решают задачи лишь по образцу. А поэтому, встретившись с задачей незнакомого типа, заявляют: «А мы такие задачи не решали!!!».

Известный математик, профессор МГУ С. А. Яновская (1896 - 1966) однажды выступала перед участниками олимпиад с лекцией «Что значит решить задачу?». Её ответ оказался поразительно простым, но несколько неожиданным для слушателей: «Решить задачу – значит свести её к уже решённым».

Когда ученик приступает к решению какой-либо задачи и в результате её анализа не сумеет распознать в ней знакомый вид/ иными словами/ обнаружит, что данная задача принадлежит к незнакомому ему виду, для которого не известен общий метод решения, то что ему остаётся? Только попытаться свести к знакомым, ранее решённым задачам. Это - то и рекомендовала С. А. Яновская.

Совет С. А. Яновской абсолютно верный и простой, но практически им воспользоваться не так-то просто. Ведь нет определённых правил для точного сведения незнакомых задач к знакомым. Однако, если внимательно анализировать задачу, вдумчиво решать каждую задачу, фиксируя в своей памяти все приёмы, с помощью которых были решены задачи, то постепенно у учащихся выработается умение в таком сведении.

Покажем на примерах, как такое сведение производится.

Задача 1. Найти сумму всех корней уравнения

$$x^2 - x + 3\sqrt{x^2 - x - 3} = 21$$

Решение: Выполним «бросающуюся в глаза» замену, взяв радикал за новую переменную и записав основную равносильность для арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{x^2 - x - 3} = t \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2 - x - 3 = t^2, \\ t \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2 - x = t^2 + 3, \\ t \geq 0 \end{array} \right\}$$

Исходное уравнение примет вид

$$t^2 + 3 + 3t = 21 \text{ или}$$

$$t^2 + 3t - 18 = 0 \text{ (КВУР относительно } t\text{).}$$

$$t_1 = 3 \geq 0 \text{ (верно),}$$

$t_2 = -6 \geq 0$ (ложно), тогда $x^2 - x = 3^2 + 3$,

$$x^2 - x - 12 = 0.$$

Сумму его корней найдём по теореме Виета (её можно применить, т. к. $D > 0$):

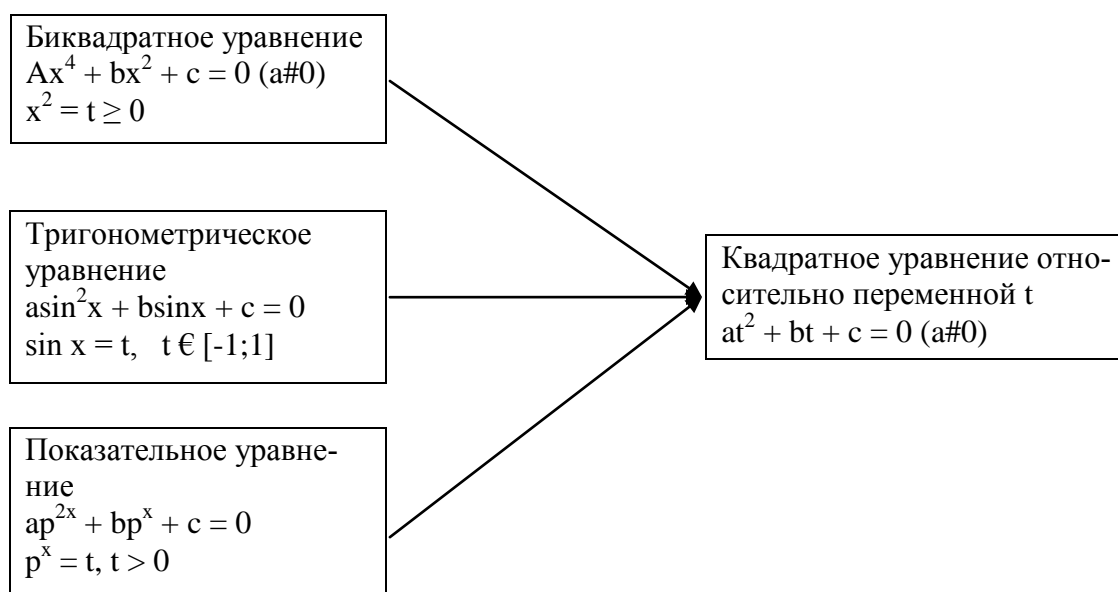
$$x_1 + x_2 = -(-1) = 1.$$

Ответ: 1.

Как видим, здесь для сведения незнакомой задачи к знакомым использован приём *замены переменных*. Назовём его «Метод вспомогательных переменных». Этот метод довольно-таки популярен. Одной из первых «встреч» учащегося с этим приёмом произошла в 7 классе при изучении темы «Умножение многочленов». Например.

$$(a + b)(c + d) = x(c + d) = xc + xd = (a + b)c + (a + b)d = ac + bc + ad + bd.$$

Некоторые классы уравнений с помощью замены переменных сводятся к стандартным, чаще всего к квадратным уравнениям.



Задача 2 (C1). Решить уравнение

$$(x^2 + x + 1)^2 = x^2(3x^2 + x + 1)$$

Решение. Выполним замену $x + 1 = t$, $x^2 = z$. В результате этой замены данное уравнение примет вид:

$$(z + t)^2 = z(3z + t);$$

$$z^2 + 2zt + t^2 = 3z^2 + zt;$$

$$t^2 + zt - 2z^2 = 0.$$

Если трактовать последнее уравнение как квадратное относительно переменной t , то его дискриминант равен:

$$D = z^2 + 8z = (3z)^2, \text{ и поэтому его корни есть}$$

$$t_{1,2} = \frac{-z \pm 3z}{2}, \text{ т. е.}$$

$$t_1 = z \text{ или } t_2 = -2z.$$

$$\text{При } t = z \text{ имеем: } x + 1 = x^2; \quad x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 5,$$

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \quad x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{При } t = -2z \text{ имеем: } x + 1 = -2x^2; \quad 2x^2 + x + 1 = 0$$

$$D < 0, \text{ корней нет.}$$

$$\underline{\text{Ответ:}} \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Когда встречаешься с незнакомой и хитроумной задачей, то все известные рекомендации и советы почему-то не помогают. И снова возникает вопрос: «Как же всё-таки искать решение задачи?».

Известный математик В. А. Тартаковский, один из первых организатор математических олимпиад, отвечая на этот вопрос, сравнивал поиск решения с задачей поймать мышь в куче камней. «Есть два способа поймать мышь, - рассказывал он. – Можно постепенно отбрасывать из этой кучи камень за камнем до тех пор, пока не покажется мышь, тогда бросайтесь и ловите её. Но можно иначе. Надо ходить и ходить вокруг кучи и зорко смотреть, не покажется ли где-либо хвостик мыши. Как только заметите его – хватайте и вытягивайте мышь из кучи».

Задача 3. Проверить равенство

$$\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} = 4$$

Решение. Рассмотрим уравнение

$\sqrt[3]{20+x} + \sqrt[3]{20-x} = 4$, решим его. Если в ответе получится $x = \pm 14\sqrt{2}$, значит равенство верное.

Итак, пусть:

$$\begin{aligned} u &= \sqrt[3]{20+x}, u^3 = 20+x, \\ v &= \sqrt[3]{20-x}, v^3 = 20-x \quad \Leftrightarrow u^3 + v^3 = 40 \end{aligned}$$

Тогда

$$\left\{ \begin{array}{l} u + v = 4, \\ u^3 + v^3 = 40 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} u + v = 4, (1) \\ u^2 - uv + v^2 = 10, (2) \end{array} \right\}$$

$$v = 4 - u, \rightarrow (2):$$

$$u^2 - u(4 - u) + 16 - 8u + u^2 = 10$$

$$3u^2 - 12u + 6 = 0$$

$$u^2 - 4u + 2 = 0$$

$$u_1 = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{2} = 2 - \sqrt{2} \Rightarrow v_1 = 2 + \sqrt{2}$$

$$u_2 = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow v_2 = 2 - \sqrt{2}$$

$$u^3 = (2 \pm \sqrt{2})^3 = 8 \pm 12\sqrt{2} + 12 \pm 2\sqrt{2} = 20 \pm 14\sqrt{2};$$

$$v^3 = (2 \mp \sqrt{2})^3 = 20 \pm 14\sqrt{2}.$$

Т. е. $x_1 = 14\sqrt{2}$ и $x_2 = -14\sqrt{2}$, что и требовалось доказать.

Часто иррациональное уравнение содержит радикалы различной степени.

Задача 4.

$$\sqrt[3]{24+x} + \sqrt{12-x} = 6$$

Решение: Применим метод составления систем уравнений. Обозначим

$$\sqrt[3]{24+x} = u, x = u^3 - 24,$$

$$\sqrt{12-x} = v,$$

где

$$v \geq 0; x = 12 - v^2.$$

Тогда новые переменные будут связаны соотношениями:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = 6 - u, \\ u^3 + (6-u)^2 = 36 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v = 6 - u, \\ u^3 + 36 - 12u + u^2 = 36 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v = 6 - u, \\ u^3 + u^2 - 12u = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v = 6 - u, \\ u = 0, \\ u = -4, \\ u = 3. \end{array} \right.$$

Делая обратную замену, получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = 0^3 - 24 = -24, \\ x_2 = (-4)^3 - 24 = -88, \\ x_3 = 3^3 - 24 = 3 \end{array} \right.$$

Ответ: -24; -88; 3.

Часто при решении алгебраических задач бывает удобно заменить переменную (или переменные, если их несколько) тригонометрической функцией и свести тем самым алгебраическую задачу к тригонометрической. Такие замены – тригонометрические подстановки – порой существенно упрощают решение. Выбор той или иной функции при этом зависит от вида уравнения. Например, если из условия следует, что допустимые значения переменной x определяются неравенством $|x| \leq 1$, то удобны замены

$$x = \sin \alpha, \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], \text{ или}$$

$$x = \cos \alpha, \alpha \in [0; \pi]$$

В случаях, когда переменная может принимать любые значения, используются замены:

$$x = \operatorname{tg} \alpha, \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], \text{ или}$$

$$x = \operatorname{ctg} \alpha, \alpha \in [0; \pi]$$

Задача 5. Решить уравнение

$$\sqrt{1-x^2} = 4x^3 - 3x$$

Решение: В данном случае $|x| \leq 1$. Положив

$$x = \cos \alpha, \alpha \in [0; \pi],$$

приходим к уравнению: Т. к.

$$\sin \alpha \geq 0, \text{ то}$$

$$\sin \alpha = \cos 3\alpha, \text{ или}$$

$$\cos 3\alpha - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 0.$$

$$2\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) * \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right) = 0,$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi n,$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right) = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}.$$

Условию $0 \leq \alpha \leq \pi$ удовлетворяют три значения

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{8}, \alpha_2 = \frac{5\pi}{8}, \alpha_3 = \frac{3\pi}{4}, \text{ поэтому}$$

$$x_1 = \cos \frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{4}}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}};$$

$$x_2 = \cos \frac{5\pi}{8} = -\sqrt{\frac{1 + \cos \frac{5\pi}{4}}{2}} = -\sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2}} = -\frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2}};$$

$$x_3 = \cos \frac{3\pi}{4} = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ответ: $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}; \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}\right\}$

Задачи подобного типа относятся к параметрическим задачам. Действительно, решая одно уравнение можно найти значения только одной переменной, входящей в него. Все остальные переменные объявляются параметрами.

Начнём с парадоксального примера, прекрасно иллюстрирующего решение подобных уравнений. Хотя в этом уравнении только одна переменная, однако, решать его приходится несколько экстравагантным способом.

Задача 6. Уравнение

$$x^4 - 2\sqrt{2}x^2 - x + 2 - \sqrt{2} = 0$$

Решение: Решение уравнения 4-ой степени общего вида, да ещё и с иррациональными коэффициентами, есть задача сложная.

Представим это уравнение как квадратное относительно $\sqrt{2}$.

$$(\sqrt{2})^2 - (2x^2 + 1)\sqrt{2} + (x^4 - x) = 0,$$

$$D(x) = (2x^2 + 1)^2 - 4(x^4 - x) = (2x^2 + 1)^2,$$

$$(\sqrt{2})_1 = \frac{2x^2 + 1 - (2x^2 + 1)}{2} = x^2 - x,$$

$$m.e.(x^2 - x - \sqrt{2}) = 0, D = 1 + 4\sqrt{2},$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\sqrt{2}}}{2}$$

$$(\sqrt{2})_2 = \frac{2x^2 + 1 + (2x^2 + 1)}{2} = x^2 + x + 1,$$

$$m.e.(x^2 + x - (\sqrt{2} - 1)) = 0, D = 1 + 4\sqrt{2} - 1 = 4\sqrt{2} - 3,$$

$$x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{4\sqrt{2} - 3}}{2}$$

Ответ:

$$\frac{-1 - \sqrt{4\sqrt{2} - 3}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{4\sqrt{2} - 3}}{2}; \frac{1 + \sqrt{1 + 4\sqrt{2}}}{2}; \frac{1 - \sqrt{1 + 4\sqrt{2}}}{2}$$

Задача 7. Уравнение $5x^2 + 2y^2 + 2xy + 2x - 2y + 1 = 0$.

Решение: Представим в КВУР относительно x :

$$5x^2 + 2(y + 1)x + (2y^2 - 2y + 1) = 0.$$

$$D(y)/4 = (y + 1)^2 - 5(2y^2 - 2y + 1) = -(3y - 2)^2.$$

$D(y) \geq 0$ при $y = 2/3$, при этом значение параметра D равен 0, а при других – отрицателен.

Тогда при $y = 2/3$ существует единственное значение x , удовлетворяющее уравнению:

$$x = \frac{-(y+1)}{5} = \frac{-\left(\frac{2}{3}+1\right)}{5} = -\frac{5}{3} * \frac{1}{5} = -\frac{1}{3}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{3}, \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Сформулируем основные рекомендации для поиска решения математических задач:

1. Прочтя задачу, надо попытаться определить, к какому виду задач она принадлежит.
2. Если Вы узнали в ней стандартную задачу, то примените для её решения известное Вам общее правило.
3. Если же задача не является стандартной, то следует действовать в следующих направлениях:
 - вычленять из задачи или разбивать её на подзадачи стандартного вида (способ разбиения);
 - ввести в условие вспомогательные элементы: вспомогательные параметры, вспомогательные построения (метод вспомогательных переменных);
 - переформулировать её, заменить её другой равносильной задачей (способ моделирования).
4. Решение нестандартных задач – есть искусство, которым можно овладеть лишь в результате глубокого постоянного самоанализа действий по решению задач и постоянной тренировки в решении разнообразных.

Помните, что решение задач – есть вид творческой деятельности, а поиск решения – есть процесс изобретательства.

Учитесь творить и изобретать в процессе решения задач!

Литература

1. А. Г. Рубин, Л. В. Боложник «Тематические тесты для подготовки к итоговой аттестации и ЕГЭ», изд. «Баласс», Москва, 2014 г.
2. А. Р. Рязановский, В. В. Мирошин «Математика. Решение задач повышенной сложности», Москва, изд. «Интеллект-Центр», 2007 г.
3. «Математика. Тесты для подготовки к ЕГЭ – 2014». Под ред. Ф. Ф. Лысенко. Изд. «Легион», Ростов-на-Дону, 2013 г.
4. «Практикум абитуриента» « 3, 1995 г. Приложение к журн. «Квант».
5. Приложение «Математика» к «1 сентября» № 5, 2004 г.

ОСОБЕННОСТИ СОЗДАНИЯ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ В ЭЛЕКТРОННОМ УЧЕБНИКЕ

Тугульчиева В.С., Джимбеева Л.Н., Дорджиева А.В.
Калмыцкий государственный университет им. Б. Б. Городовикова, Элиста

Abstract

ESPECIALLY IN THE CREATION OF TEST TASKS FOR SELF-CONTROL IN THE ELECTRONIC TEXTBOOK, *by Tugulchieva V. S., Dzjimbeeva L. N., Dordzhiyeva A.V.* In article the question of creation of the electronic textbook and existence in it test tasks for self-checking is considered. The main advantages of the electronic textbook over the traditional are revealed. Classification of tasks in a test form is considered and need of use not less than two types of test tasks for receiving an objective picture about quality of knowledge is proved.

Согласно одному из определений электронный учебник - основное учебное электронное издание, созданное на высоком научном и методическом уровне, полностью соответствующее федеральной составляющей дисциплины Государственного образовательного стандарта специальностей и направлений, определяемой дидактическими единицами стандарта и программой. В соответствии с введенным выше определением можно выявить основные преимущества электронного учебника:

- наглядная форма представления информации;
- возможность осуществления поиска и наличие навигации, позволяющей осуществить быстрый переход от одного раздела к другому.

В отличие от обычного учебника электронный учебник позволяет решать следующие задачи:

- представлять материал не только в виде текста, но и с использованием интерактивных моделей и видеоматериала;
- осуществлять самоконтроль (с автоматизированным выставлением оценок) усвоения содержания учебных тем;
- осуществлять индивидуальный выбор темы для изучения и повторения и так далее.

Электронный учебник, как правило, представляет собой комплект обучающих, контролирующих, моделирующих и других программ, размещаемых на внешних носителях информации, в которых отражено основное научное содержание учебной дисциплины. Следует отметить, что электронный учебник наиболее эффективен как дополнение к обычному учебнику в тех случаях, когда он:

- обеспечивает практически мгновенную обратную связь;
- помогает быстро найти необходимую информацию (в том числе контекстный поиск), поиск которой в обычном учебнике затруднен;
- существенно экономит время при многократных обращениях к гипертекстовым объяснениям;
- наряду с кратким текстом – показывает, моделирует и позволяет осуществить самоконтроль над усвоением содержания учебных тем.

Существуют различные средства создания электронных учебников, которые можно разделить на группы, используя, например, комплексный критерий, включающий такие показатели, как назначение и выполняемые функции, требования к техническому обеспечению, особенности применения. В соответствии с указанным критерием возможна следующая классификация средств создания электронных учебников:

- традиционные алгоритмические языки;
- инструментальные средства общего назначения;
- средства мультимедиа;
- гипертекстовые и гипермедиа средства.

Существует ряд критериев, по которым производится оценка качества электронного учебника:

- содержание (форма информационного наполнения должна соответствовать аудитории – материалы должны быть ясны, кратки и действенны);
- структура и навигационные функции (система навигации должна дать студенту возможность быстрого поиска информации);
- визуальное оформление (дизайн учебника должен быть разработан с учетом психолого-физиологических и возрастных критериев);
- функциональность (электронный учебник должен быть независимым от платформы и типа браузера);
- интерактивность (должна быть предусмотрена возможность двустороннего обмена информацией);
- общее впечатление (помимо информационного наполнения, структуры и навигационных возможностей, визуального оформления, функциональности и интерактивности общее впечатление учитывает и дополнительные критерии, руководствуясь которыми преподаватели и студенты выбирают данный учебник как средство обучения).

Ранее было сказано о необходимости учета психолого-физиологических критериев при создании электронного учебника. Учет достижений психологии позволяет сформулировать ряд общих рекомендаций, которые следует учитывать при разработке способа визуализации информации на экране компьютера при работе с компонентами электронного учебника:

- информация на экране должна быть структурирована;
- визуальная информация периодически должна меняться на аудио- или видеoinформацию;
- периодически должны варьироваться яркость цвета и/или звука;
- содержание визуализируемого учебного материала не должно быть слишком простым или слишком сложным.

Средством создания электронного учебника нами был выбран язык гипертекстовой разметки HTML (Тугульчиева, Джимбева, 2012). Гипертекст – это способ нелинейной подачи текстового материала, при котором в тексте имеются выделенные каким-либо образом ключевые слова, имеющие привязку к определенным текстовым фрагментам. Таким образом, пользователь, будь то преподаватель или студент, не просто листает по порядку страницы, но может и сам управлять процессом выдачи информации.

В рамках данной работы будет рассматриваться особенность создания тестовых заданий для самоконтроля. Инструментом, который позволяет осуществлять самоконтроль, является критериально - ориентированный тест, который содержит контрольное задание по определенной тематике, а также эталон выполнения задания для получения объективной оценки усвоения материала. В случае размещения тестовых заданий в электронном учебнике эталон, по которому можно судить о качестве усвоения, прописывается html-кодом и скрыт от студента, и главным достоинством такого размещения заданий является автоматизированный процесс проверки. К достоинствам тестовой проверки можно отнести скорость осуществления проверки, а к недостаткам – вероятностный результат студента (например, если тест состоит в выборе единственного ответа из двух предложенных, студент может просто угадать правильный ответ). Компьютерное тестирование может также спровоцировать слу-

чайные ошибки (если испытуемый плохо владеет компьютером), допущенную ошибку невозможно исправить, а значит, это может существенно снизить результат.

Наличие тестовых заданий для самоконтроля в электронном учебнике позволяет студентам определить объем обязательных требований по дисциплине.

В настоящее время различают четыре типа заданий в тестовой форме:

Задание на выбор одного или нескольких правильных ответов;

Задание в открытой форме или на дополнение;

Задание на установление правильной последовательности;

Задания на установление соответствий.

В использовании заданий на выбор одного или нескольких правильных ответов лежит идея исключения из заданий неправильных ответов, которые, как считается, слабые студенты могут запомнить.

В заданиях открытой формы готовые ответы не даются: их должен получить сам тестирующийся. Задания данного типа бывают двух заметно отличающихся видов:

с ограничениями, налагаемыми на ответы, возможности, получения которых соответствующим образом определены по содержанию и форме представления;

задания со свободно конструируемым ответом, в котором необходимо составить развернутый ответ в виде полного решения задачи или дать ответ в виде сочинения.

В заданиях с ограничениями заранее определяется, что однозначно считать правильным ответом, задается степень полноты представления ответа.

В случае заданий со свободно конструируемым ответом предполагается наличие эталона, в качестве которого обычно выступает наиболее правильный ответ с описывающими его характеристиками и признаками качества. Данный тип заданий, как правило, используется при бланочном тестировании, но практически не применяется в компьютерном тестировании.

В заданиях на установление соответствия преподаватель проверяет знание связей между элементами двух множеств (объектов). Элементы для сопоставления записываются в два столбца: слева обычно, приводятся элементы задающего множества, содержащие постановку проблемы, а справа – элементы, подлежащие выбору.

Желательно, чтобы в столбце выбора элементов было больше, чем элементов задающего множества. В этой ситуации возникают трудности, связанные с отбором правильных ответов и исключением из рассмотрения неправильных.

Тестовые задания на установление правильной последовательности предназначены для оценки уровня владения последовательностью, действий, процессов. Выбор форм заданий определяется особенностью содержания, целями тестирования.

Цель введения заданий на установление правильной последовательности в учебный процесс – формирование алгоритмического мышления, алгоритмических знаний, умений и навыков.

Следует отметить, что проверка заданий закрытой формы проще, но сами задания считаются менее информативными, чем задания открытого типа. Однако для заданий открытого типа сложнее организовать их проверку.

Из вышеизложенного можно сделать вывод, что в компьютерном тестировании для контроля знаний студентов можно использовать не менее двух видов тестовых заданий, так использование одного типа заданий не дает объективную картину о качестве знаний обучаемого.

В нашем электронном учебнике (Тугульчиева, Джимбеева, 2012) для осуществления самоконтроля используются тестовые задания следующих типов: задания на выбор одного или нескольких правильных ответов, задания в открытой форме с ограничениями, налагаемыми на ответы и задания на установление соответствия. Рассмотрим создание тестовых за-

даний на примере одной темы «Системы линейных уравнений». Студентам предлагается ответить на шесть вопросов (число вопросов можно увеличить) и по завершении теста выдается отчет, содержащий оценку по пятибалльной шкале и номера вопросов, по которым даны неверные ответы.

Отметим, что в сети Интернет можно найти достаточно большое количество примеров написания html кодов для создания тестов не только с выбором одного или нескольких ответов, но и для заданий в открытой форме и заданий на установление соответствия.

В завершение теста студенту выдается отчет, содержащий оценку по пятибалльной шкале и номера вопросов, по которым даны неверные ответы. Возможно также предусмотреть учет количества попыток прохождения теста. В нашем случае были определены следующие критерии оценки прохождения тестирования студентом:

- до 61 % выполненных заданий – «неудовлетворительно»;
- 61-75 – «удовлетворительно»;
- 76-89 – «хорошо»;
- 90-100 – «отлично».

Критерии оценки задаются преподавателем-составителем на этапе написания html кода. В данном случае была выбрана система оценок принятая положением о рейтинговой системе контроля знаний студентов.

Таким образом, наличие тестовых заданий для самоконтроля позволяет студенту не только определить объем требований по дисциплине, но и ознакомиться с базовыми заданиями, а также проверить уровень освоения определенной темы.

Литература

1. Положение о рейтинговой системе контроля знаний студентов [Электронный ресурс]: Калмыцкий государственный университет: <http://www.kalmsu.ru>
2. Приложение N 2 к приказу Министерства общего и профессионального образования Российской Федерации от 19.06.98 N 1646 // СПС Гарант
3. Создаем сами [Электронный ресурс]: Теория и практика создания тестов: <http://phustest.narod.ru/make.html>
4. Тугульчиева В.С., Джимбеева Л.Н. Разработка и использование электронного учебно-методического комплекса по дисциплине «Математический анализ» // 2012, Перспективы развития науки и образования сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции: в 14 частях, с. 144-145.
5. Чельшкова М.Б., Савельев Б.А., 1995, Методические рекомендации по разработке педагогических тестов для комплексной оценки подготовленности студентов в вузе - М.: ИЦ, 280 с.

АКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ НА УРОКАХ ФИЗИКИ

Швыдка Е.Н.

МКОУ «Виноградненская СОШ имени Ф.И.Дедова» Городовиковский район

«Расскажи мне, и я забуду.
Покажи мне, и может быть я запомню.
Дай мне действовать самому, и я научусь».
Конфуций

В настоящее время учебный процесс требует постоянного совершенствования, так как происходит смена приоритетов и социальных ценностей. В условиях введения ФГОС нового поколения изменились требования и к современному уроку физики. Принципиальным отличием современного подхода является ориентация стандартов на результаты освоения основных образовательных программ. Под результатами понимается не только и не столько предметные знания, но и умения применять эти знания в практической деятельности.

Теперь учитель на каждом этапе должен критически относиться к подбору форм, методов работы, содержания, способов организации деятельности учащихся. И при этом, учитывать постоянное увеличение объема информации, которую необходимо усвоить. Урок должен быть направлен на получение новых результатов: личностных, метапредметных и предметных. Добиться этих результатов на уроках физики помогут активные методы обучения.

Под активными методами обучения (АМО) понимают такие способы и приемы педагогического воздействия, которые побуждают обучаемых к мыслительной активности, к проявлению творческого, исследовательского подхода и поиску новых идей для решения разнообразных задач.

АМО строятся на:

- использовании знаний и опыта обучающихся;
- вовлечение в процесс всех органов чувств;
- групповой форме организации их работы;
- деятельностном подходе к обучению;
- разнообразных коммуникациях;
- творческом характере обучения;
- практической направленности;
- диалоге и полилоге;
- интерактивности;
- игровом действе;
- рефлексии;
- движении.

Отличительными особенностями активных методов обучения являются:

- принудительная активизация мышления;
- длительное время вовлечения обучаемых в учебный процесс;
- самостоятельная творческая выработка решений, повышенная степень мотивации и самостоятельности;
- постоянное взаимодействие обучаемых и преподавателей.

Опыт применения форм и методов активного обучения решает ряд задач:

- развитие профессиональной компетентности специалиста;
- формирование целостного представления о профессии;
- обучение коллективной мыслительной деятельности и приобретение опыта

- социального взаимодействия;
- воспитание ответственного отношения к делу;
 - приобретение опыта инновационной деятельности в контексте будущей профессии.

Классификация АМО по Ю.С.Арутюнову

Активные методы обучения		
не имитационные	Имитационные	
	не игровые	Игровые
Проблемное обучение Лабораторная работа Практическое занятие Эвристические лекции Семинар Тематические дискуссии Научно — практическая конференция	Анализ ситуаций Имитационные упражнения Действие по инструкции Разбор документации	Деловая игра Разыгрывание ролей Игровое проектирование

Имитационные методы наиболее эффективны при усвоении материала, так как в этом случае достигается существенное приближение учебного процесса к практической производственной деятельности.

Каждый из видов занятий, обеспечивающий активное обучение, отличается определенными признаками, имеет свое назначение и рациональную область применения. При планировании следует помнить, что применение активных методов обучения требует значительного времени. Поэтому наряду с ними используются и традиционные: обычная лекция, объяснение, рассказ. Только их сочетанием (без неоправданного уклона в какую-либо сторону) можно достигнуть активизации учебного процесса.

На уроках физики наиболее важно строить содержание изучаемой темы или раздела как логическую последовательность познавательных задач, а сам учебный процесс как цепь учебных ситуаций, познавательным ядром которых являются учебно-познавательные задачи, а содержанием - совместная работа педагога и обучаемых над решением задачи с привлечением разнообразных средств познания и способов обучения. При изучении физических явлений и процессов очень важно дать учащимся возможность самим участвовать в постановке экспериментов. При организации такой работы можно использовать имитационные методы обучения. Специфика имитационной технологии состоит в моделировании в учебном процессе различного рода отношений и условий реальной жизни.

Использование имитационных методов позволяет обеспечить деятельностный характер обучения, формировать способы общения, мышления, понимания, рефлексии, действия, а также решает многие воспитательные задачи: умение работать в группе, выбирать лидера, проектировать траекторию действий группы и т. д.

Где, как ни на уроках физики использовать АМО? На наших уроках АМО возможно применять на любых этапах:

1. начало урока

АМО «Улыбка»

Цель: приветствие, создание положительного настроения на работу.



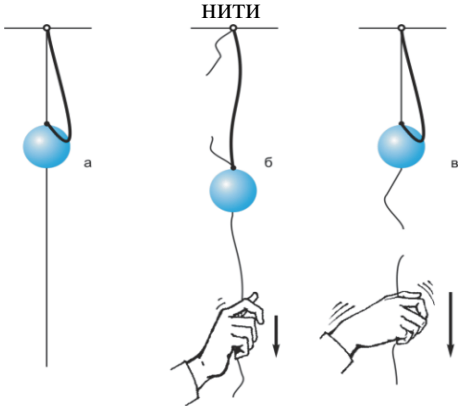
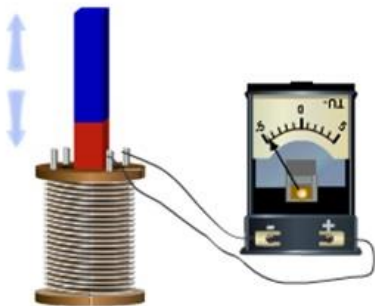


Учитель предлагает ученикам начать урок с улыбки, улыбнуться друг другу.

2. Целеполагание, вхождение в тему;

АМО «Необычное вхождение в урок», «Проблемная ситуация», «Эврика», «Кроссворд»

Цель: актуализировать знания учащихся по ранее изученной теме, подвести учащихся к изучению нового материала, формулировке цели урока.

После показа учащимся таких ярких демонстраций в начале урока учитель подводит ребят к формулировке темы урока, целей и задач.

<p>7 класс «Плотность вещества» или «Плавание тел» показать опыт с яйцом</p> 	<p>7 класс «Диффузия» начинаем урок с засолки огурца</p> 
<p>9 класс «Инерция, инертность» опыт с грузиком на нити</p> 	<p>9 или 11 класс «Индукционный ток»</p> 
<p>8 класс, Л.Р. «Построение графика зависимости температуры остывающей воды от времени»</p>   <p>По имеющемуся набору оборудования учащимся предлагается самим определить тему и цель работы.</p>	

3. Презентация учебного (нового) материала;

АМО «Интерактивная лекция», «Творческая лаборатория», «Пометка на полях»

Цель: представление нового материала, структурирование материала, оживление внимания обучающихся.

1) Работа с текстом: использование маркировочных знаков на полях

«!» - я это знаю

«+» - узнал новое

«->» - думаю иначе

«?» - хочу узнать подробнее

2) Работа с интернет ресурсами

Удобно в кабинете информатики

3) Групповая работа

7 класс: выяснения условий плавления тел, изучение давления т.т,

Все лабораторные работы

4) Презентация подготовленного учащимися материала

5) Эвристический метод

8 класс «Плавление и кристаллизация» - мороженное за 2 минуты;



рис. 1 Соль+лёд+сок=мороженное

10 класс «Электрический ток в различных средах. Электролиты» -опыт с солью и сахаром

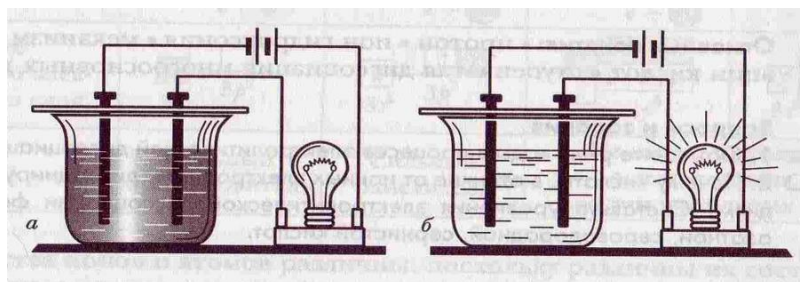


рис. 2 раствор сахара в воде не проводит ток, а соли проводит

4. Проработка и содержание темы;

АМ Организация самостоятельной работы над темой, «Творческая мастерская»

Цель: активизировать мыслительную деятельность, проработать новый материал.

8 класс «Электрические цепи» - Живая цепь

«Придумай задачу с ответом...»

«Составь кроссворд по теме...»

9 класс «Свободное падение тел» Ситуация: с Вашего стола упал

Ластик. Можно ли измерить время падения с помощью секундомера? А рассчитать? Что для этого понадобится? Сравните результаты.

Мини-проекты: термос, проводники-диэлектрики, влажность воздуха, Давление ножек стула на пол, выращивание кристаллов

Работа в группах: взаимоконтроль, взаимопроверка, взаимопомощь

5. Рефлексия;

АМО «Цветопись», «Мишень», «Лестница»

Цель: эффективно, грамотно, интересно подвести итоги урока

б. Динамическая пауза;

Цель: снять напряжение, усталость, сменить род деятельности.

Живой график, электрофорная машина, дождь



рис. 3 Мишень

7. домашнее задание

В качестве домашнего задания учащиеся выполняют творческие работы (составление кроссвордов, ребусов по пройденной теме, опорных конспектов, структурно-логических схем, тестов), составляют презентации об ученых и их открытиях, об экологических и экономических проблемах, возникающих при применении различных видов получения энергии, пишут сочинения. Большинство учащихся научились выполнять работы эстетично, в соответствии с требованиями, подходят к работе неформально, делают выводы по конкретному исследованию, представляют результаты не только в описательной форме, но и в виде таблиц, графиков, сравнительных диаграмм.

Подводя итоги: Активные методы обучения на уроках физики развивают интерес к учению, повышают уровень знаний через активизацию мыслительных процессов. Воспитывают у учащихся трудолюбие, заинтересованность в обучении, аккуратность. Развивают творческие и коммуникативные способности.

Мир АМО яркий, удивительный, многогранный. В нем комфортно чувствуют себя и учителя, и ученики. Войдите в этот мир и станьте его полноправным хозяином. Откройте для себя его тайны и возможности. Научитесь управлять его мощным потенциалом, сделайте свою работу намного интереснее и эффективнее, а своих учеников благодарными, успешными и счастливыми.

В любом случае активные методы обучения – это методы, стимулирующие познавательную деятельность обучающихся. И активным его делает тот, кто его применяет. При системном использовании активных методов обучения меняется роль учителя: он становится консультантом, наставником, независимым экспертом, наблюдателем. Главное условие эффективности внедрения АМО в образовательный процесс – готовность учителя измениться самому.

Литература

1. Социальная сеть работников образования nsportal.ru
<http://nsportal.ru/shkola/fizika/library/2013/04/23/stsenariy-master-klassa-primenenie-aktivnykh-metodov-obucheniya-na>
2. Фестиваль педагогических идей «Открытый урок»
<http://festival.1september.ru/articles/602479/>
3. Metod – copilka.ru http://www.metod-kopilka.ru/pedagogicheskiy_proekt_formirovanie_klyuchevykh_kompetency_uchaschihsya_cherez_primenenie-23760.htm
4. Учительский портал <http://www.uchportal.ru/board/2-1-0-50>
5. ИНФОУРОК
https://infourok.ru/ispolzovanie_aktivnykh_metodov_obucheniya_na_urokah_fiziki-132873.htm
6. Валюшицкая И. В. Методы, которые мы выбираем.- МОО Центр "Сотрудничество на местном уровне": г. Красноярск. 2003.-75 с.

РОЛЬ УЧИТЕЛЯ И СОВРЕМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ В ФОРМИРОВАНИИ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ

И. В. Шевченко

МБОУ «Красномихайловская СОШ имени Т. Т. Шерета» с. Красномихайловское, Яшалтинский район

Почему я учитель. Есть много важных и почетных профессий: инженер, полицейский, депутат, президент и т.д. – их представители создают настоящее нашей страны, и есть всего три профессии, представители которых создают будущее – ученый, врач и учитель. Какими бы важными ни казались нам сиюминутные потребности – пройдет время и о них забудут, на смену им придут другие. Какие бы личности ни довлели над нами сейчас, пройдет время, и их сменят сегодняшние школьники. Все самое большое, самое мощное, самое сильное сегодня – завтра станет историей, сегодня ты гордишься самым быстрым паровозом, а завтра паровой двигатель можно будет увидеть лишь в музее. Но то, что учитель закладывает в ученика, то влияние, которое он на него производит, остается вместе с учеником и проходит сквозь всю его жизнь, сквозь время.

Дети приходят в школу в том возрасте, когда личность только-только начинает формироваться, их банк данных почти пуст, выпускаем же мы взрослых людей, которым законодательно разрешено жениться, избирать, избираться, которые могут пойти в армию, то есть полностью несут ответственность за свое будущее. Эти 11 лет, что они проводят в школе самые важные на этапе взросления, через призму информации, получаемой от учителей, они будут осознавать мир и события вокруг них.

Я вижу свою миссию в том, чтобы помочь ребенку стать полноценной самостоятельной независимой личностью, свободной внутренне, свободной от предрассудков, суеверий, влияния, умеющей и любящей мыслить и рассуждать, настоящим гражданином, способным нести ответственность не только за себя, но и за своих близких и свою страну.

Мне выпала честь преподавать математику, не хочу обидеть других учителей, но, на мой взгляд, математика важнейший предмет для формирующейся личности, не столько за счет практических навыков, которые она дает, в конце концов, не все выпускники выберут технические профессии, и многое из того, что мы изучаем на уроках не пригодится им в будущем напрямую, но изучение математики раскрывает методологию познания мира, учит находить взаимосвязь событий, задаваться вопросом «почему?»).

Математика единственная наука, где возможна абсолютная истина, почти любое математическое утверждение может быть доказано или опровергнуто с абсолютной точностью, так как любая математическая модель сводится к аксиомам созданным нами же – людьми. В реальном мире нет аксиом, либо мы их не знаем и никогда не узнаем, но обучаясь математике школьник решая задачи, чувствуя кураж, принимая вызов за вызовом, обучается искать истину, проникается любовью к истине. Учителю математики не нужно подавлять учеников авторитетом, ведь любое утверждение можно проверить, любую школьную теорему можно доказать. Чем больше вопросов «почему?» я слышу, тем сильнее радуюсь, так как навык докапываться до сути оградит моих учеников от негативного влияния в будущем. Я мечтаю о том, чтобы во взрослой жизни все, что скажут им друзья, коллеги, начальство, все, что они услышат по телевизору, или прочтут в газете, они бы пропускали через фильтр собственного мышления, чтобы не боялись задавать вопросы, ничего не принимали на веру, ведь именно для этого нам дан разум и пытливым ум. Мои уроки и математика помогут им в

этом, радость от успешного решения задачи, осознание логической связи, умение превращать условие в модель, любовь к истине не позволят им запутаться.

Для того, чтобы наша страна оставалась свободной, в будущем, в ней должны жить свободные люди, и в первую очередь свободные внутренне, только свобода и самостоятельность способны породить ответственность, только такой человек может считаться полноценным гражданином, не ведомым, не членом коллектива, не шестеренкой в механизме, но важной частью большой страны, состоящей из независимых личностей совместно ведущих ее в будущее.

Современные технологии обучения. В настоящее время в своей работе я применяю следующие педагогические технологии: групповая технология; технология личностно-ориентированного, проблемного и развивающего обучения; технология метода проектов; технология метапредметного подхода и информационно-коммуникационных технологий обучения.

Всем известно, что люди усваивают лучше то, что обсуждают с другими, а лучше всего помнят то, что объясняют другим. Все эти возможности даёт учащимся используемая мною на уроке групповая работа.

Групповая технология - это технология обучения, при которой ведущей формой учебно- познавательной деятельности учащихся является групповая работа. При данной форме деятельности класс делится на группы для решения определённых учебных задач (задание выполняется самостоятельно группой или под руководством учителя). Целью такой технологии обучения является создание условий для развития самостоятельности учащихся, их коммуникативной деятельности и интеллектуальных возможностей в процессе выполнения совместного задания для самостоятельной работы.

Групповая форма обучения решает три основные задачи:

1. Конкретно-познавательную, которая связана с непосредственной учебной ситуацией.
2. Коммуникативно-развивающую, в процессе которой вырабатываются основные навыки общения внутри группы и за её пределами.
3. Социально ориентационную, воспитывающую гражданские качества, необходимые для адекватной социализации индивида в обществе.

Групповая технология, на мой взгляд, позволяет организовать активную самостоятельную работу на уроке. Учащийся при этом чувствует себя раскованно, формируется адекватная оценка своих возможностей, каждый имеет возможность проверить, оценить, подсказать, исправить, что создает комфортную обстановку.

Как показывает практика целесообразно, чтобы в составе группы были учащиеся всех уровней подготовки. При этом не менее половины должны составлять ученики, способные успешно заниматься самостоятельной работой.

Также одно из самых главных условий для создания рабочей обстановки в группе - это личностные взаимоотношения между учащимися. В ходе работы членам группы разрешается совместное обсуждение хода и результатов работы, обращение за советом друг к другу. Результаты совместной работы учащихся в группах, как правило, всегда значительно выше по сравнению с выполнением того же задания каждым учащимся индивидуально. Члены группы помогают друг другу, несут коллективную ответственность за результаты отдельных членов группы. Наряду с помощью учителя каждый получают помощь и со стороны сильных учеников-консультантов в своей группе, а также из других групп. Причем, помогающий

ученик получает при этом не меньшую помощь, чем ученик слабый, поскольку его знания актуализируются, конкретизируются, приобретают гибкость, закрепляются именно при объяснении своему однокласснику. При оценке деятельности каждого учащегося в группе можно используется оценочный лист, в котором каждый член группы выставляет на каждом этапе работы самостоятельно себе оценку за проделанную работу.

Пример.

Математика, 5-й класс. Тема: «Сложение, вычитание и сравнение дробей с разными знаменателями». Все ученики делятся на группы 3 группы. В каждой группе по пять человек, из которых есть «сильные», «слабые» и «средние».

На 1 этапе урока проходит активизация опорных знаний через устный счет или опрос. Предлагаются задания занимательного характера, например, учитель, задает вопросы, учащиеся отвечают. За каждый правильный ответ группа получает балл, по завершению опроса определяется самая активная группа.

На 2 этапе проходит изучение нового материала по группам с использованием опорного конспекта. Каждая группа получает разные задания. После завершения работы, каждой группе предлагается защитить свое задание у доски. Решить с объяснением два примера.

Опорный конспект. Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.

Как сравнить, сложить и вычесть дроби с разными знаменателями?

Чтобы сравнить (сложить, вычесть) дроби с разными знаменателями, надо: 1) привести данные дроби к наименьшему общему знаменателю; 2) сравнить (сложить, вычесть) полученные дроби.

Примеры:

- Сравнить дроби $3/15$ и $4/27$, $21/135 < 20/135$
- Сложить дроби $5/12 + 7/18 = 15/36 + 14/36 = 29/36$
- Вычесть дроби $3/5 - 3/7 = 21/35 - 15/35 = 6/35$

1 группа «Изучить правило сложения дробей с разными знаменателями», 2 группа «Изучить правило вычитания дробей с разными знаменателями», 3 группа «Изучить правило сравнения дробей с разными знаменателями».

У каждого члена группы имеется опорный конспект, по которому учащиеся учат правило и затем рассказывают его консультанту группы, после чего, приступают к практическому применению, разбирают решенные примеры в опорном конспекте. Если возникают вопросы, обращаются к консультанту. Далее выполняют примеры, предложенные для самостоятельной работы, после чего проходит взаимопроверка. Консультант сообщает учителю, о готовности группы по своему заданию. На 3 этапе проходит защита заданий каждой группой. Учащиеся остальных групп внимательно слушают объяснения и готовятся отвечать на вопросы по правилам, которые не изучали. На 4 этапе каждая группа получает одинаковые карточки, которые содержат задания на все три правила, т.е. на сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями. Проходит взаимопроверка, подводится итог.

Групповая работа способствует более прочному и глубокому усвоению знаний, развитию индивидуальных способностей, развитию самостоятельного творческого

мышления. Также при совместной работе учащиеся приучаются сотрудничать друг с другом при выполнении общего дела, формируются положительные нравственные качества личности. Наблюдения показали, что данная форма обучения имеет большее преимущество в сравнении с традиционной методикой обучения.

Применение технологии личностно - ориентированного обучения нужно рассматривать в тесной связи с групповой технологией. Она предполагает «признание ученика главной действующей фигурой всего образовательного процесса, весь учебный процесс строится на основе этого главного положения. Далее я хочу привести самоанализ открытого урока по теме: «Подготовка к ОГЭ».

Данный урок проходил в рамках учебного курса алгебра в 9 классе в разделе «Итоговое повторение». Место и роль данного урока в курсе математики были определены так, что урок находился в связи с предыдущими и последующими уроками. Основным в уроке был этап повторения и решения заданий из модуля «Геометрия», а также решение заданий со второй части, самостоятельная работа. В начале урока была проведена актуализация знаний и мотивация с использованием ранее изученного материала. Организованная данным образом работа позволила учащимся ориентироваться в своей системе знаний, с помощью учителя, систематизировать знания, находить ответы на вопросы, используя учебник, и информацию, полученную на уроке. На этом этапе использовалась дифференцированная работа в парах. Это способствовало развитию умения работать в сотрудничестве, слышать другого и самому говорить так, чтобы быть услышанным, обосновывать свой ответ, считаться с мнением товарища, уметь спорить и приходить к общему решению, уметь доброжелательно высказать свое мнение, выслушать мнение товарища, а также развитию логического мышления, умственных способностей, образного мышления, быстроте умственных реакций. В результате этой работы учащиеся усвоили информацию, а также воспроизвели в памяти пройденное. Высокая работоспособность на данном этапе обеспечивалась сменой видов деятельности, формой организации работы.

На протяжении всего урока осуществлялась взаимосвязь поставленных задач через организацию мотивации в начале урока, создание сюжета действий для актуализации знаний учащихся, плавного перехода одного этапа урока в другой, сочетая письменную работу с устной и т.д. На уроке я использовала презентацию по теме урока, решение тренировочного варианта ГИА. Использовала математическую терминологию и старалась, чтобы дети при ответе пользовались так же терминологией. Предложенные задания, парная работа носили как развивающий, так и воспитывающий характер. По объёму материал был подобран так, чтобы уложилась во временные рамки урока, и дети не испытывали большие трудности в его выполнении. Выбранный темп учебной работы на уроке позволил добиться поставленных задач. Дети самостоятельно решали задачи, самостоятельно оценивали правильность своего решения, отвечали у доски. Применение проблемного обучения на уроке позволило сделать его интересным, насыщенным, плотным по структуре. На каждом этапе урока учитывались индивидуальные особенности и интересы учащихся, уровень их подготовленности, осуществлялась индивидуализация обучения и дифференцированный подход. При дифференцированном подходе перед разными категориями учащихся ставились различные цели: одни достигали уровня базовой подготовки, другие должны были достичь более высоких результатов.

При проведении урока я использовала различные виды контроля: ученик- ученик (при работе в парах), самоконтроль, ученик – учитель (сравнение своей работы с решением на доске).

Порядок и дисциплину учащихся на уроке я поддерживала с помощью умелой организации, интересного материала и высокой степени корректности. Постоянно приветствовала проявление активности детей, поощряла самостоятельность. Доброжелательный тон, умение контролировать внутриколлективные отношения, позволили комфортно чувствовать себя всем детям на уроке. Завершающим этапом было подведение итогов и оценивание учителем результатов урока. Высокая работоспособность на протяжении всего урока обеспечивалась сменой видов деятельности, различными формами организации работы (фронтальной, работой в парах), а также применением здоровьесберегающих технологий (пауза на уроке, подводящая к следующему заданию). Это способствовало созданию на уроке положительной психологической атмосферы, ситуации успеха.

Проблемное обучение основано на ряде психологических посылок: мышление не сводится лишь к функционированию готовых знаний. Это процесс продуктивный, творящий новые знания. Начало и источник творческого мышления - это проблемная ситуация. Цель технологии проблемного обучения - общее развитие ученика, не только познавательных процессов; ученик - активный субъект учебной деятельности; учитель - организатор коллективной поисковой деятельности; знания, умения и навыки не есть конечная цель обучения, а средство общего развития. На своих уроках использую разнообразные методы и приемы проблемного обучения: частично - поисковый метод обучения, создание проблемных ситуаций на уроках.

Проектная технология. Использование различных современных педагогических технологий позволяет разнообразить учебный процесс и тем самым вовлекать в активный процесс познания большее количество учащихся. Одной из таких технологий является «Метод проектов». Метод проектов не является принципиально новым в педагогической практике. Под методом проектирования понимается обобщённая модель определённого способа достижения поставленной цели, система приёмов, определённая технология познавательной деятельности. Считаю, что «Метод проектов» один из главных методов, так как позволяет ученику стать субъектом обучения и собственного развития. Главной отличительной особенностью метода проектов является обучение на активной основе, через целесообразную деятельность ученика, которая соответствует его личным интересам. В основе этого метода лежит развитие познавательных навыков учащихся, умений самостоятельно конструировать свои знания, умения ориентироваться в информационном пространстве, развитие критического и творческого мышления. Метод проектов всегда ориентирован на самостоятельную деятельность учащихся - индивидуальную, парную, групповую, которую учащиеся выполняют в течение определенного отрезка времени. Метод проектов всегда предполагает решение какой-то проблемы.

Указанную технологию я применяю для изучения нового материала. Задолго до изучения конкретной темы предлагаю группе своих учеников самостоятельно познакомиться с теоретическим материалом, подобрать интересные исторические сведения, практические задания с решениями, и оформить всё это либо в виде презентации, либо в качестве устного сообщения. Затем выступить со своим проектом перед одноклассниками. Насколько глубоко учащиеся группы изучили тему, видно из их ответов, как на вопросы одноклассников, так и на вопросы учителя. В оценивании проекта участвуют все: класс - группа - учитель. Используя технологию метода проектов в обучении, я преследую следующие цели:

- научить учащихся самостоятельному, критическому мышлению;
- размышлять, опираясь на знание фактов, закономерностей науки, делать обоснованные выводы;
- принимать самостоятельные аргументированные решения;
- научить работать в команде.

Информационные технологии в образовательном процессе сегодня ни у кого не вызывает сомнения. Использование информационных технологий дает возможность сделать учебный процесс наиболее эффективным, как с точки зрения учителя, так и с точки зрения учащегося. Информационные технологии дают совершенно новые возможности для творчества, обретения и закрепления различных учебных навыков, позволяют реализовать принципиально новые формы и методы обучения с применением моделирования явлений и процессов. Применение компьютерной техники на уроках математики позволяет сделать урок нетрадиционным, ярким, насыщенным. Такие уроки так же позволяют показать связь предметов, учат применять на практике теоретические знания, отработывают навыки работы на компьютере, активизируют умственную деятельность учеников. Этим достигается мотивационная цель - побуждение интереса к изучению предмета и показывается его необходимость в реальной жизни. Но каждый преподаватель должен понимать, что применение компьютера должно органично вписываться в учебный процесс, ведь процесс использования компьютерных технологий на уроках имеет как положительные, так и отрицательные моменты. С одной стороны, компьютер - это средство повышения эффективности обучения, мотивации к учению. С другой стороны, компьютер - это сложный технический прибор, негативно влияющий на работоспособность, общее самочувствие и здоровье школьников.

Литература

1. Переворзнюк Е.С. Уроки математики в рамках концепции личностно ориентированного обучения. /Е.С. Переворзнюк// Математика в школе. 2003. № 3.
2. Писаревский Б.М. Смешанные чувства. / Б.М. Писаревский // Математика в школе. 2006. № 4.
3. Саранцев Г.И. Гуманитаризация математического образования и его состояние сегодня. /Г.И. Саранцев// Математика в школе. 2006. № 4.
4. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов/Г.И. Саранцев. М.: Просвещение, 2002.
5. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: учебное пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. М.: Просвещение, 2002.
6. Саранцев Г.И. Современный урок математики/Г.И. Саранцев// Математика в школе. 2006. № 7.
7. Якиманская И.С. Развивающее обучение. / И.С. Якиманская. М.: Педагогика, 1979, с. 70.

ПРОБЛЕМЫ ВОСПРИЯТИЯ ОБУЧАЮЩИМИСЯ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА ПО МАТЕМАТИКЕ

М.И. Шошунова

МБОУ «Средняя общеобразовательная школа №10 имени В.А.Бембетова», Элиста.

«Среди беспорядка найдите простоту,
среди раздора найдите гармонию,
в трудности найдите возможность...»
Альберт Эйнштейн (1879-1955).

В содержании приказа Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. «Об утверждении профессионального стандарта педагога» выделены основные требования к учителю – это образование, аудит, личностные качества, развитие, профессионализм, психолого - педагогические требования, привитие уважения к интеллектуальному труду.

Основная задача учителя математики - сформировать у учащегося модель математической деятельности в соответствии со степенью общего образования, включая дошкольную. Принципиальной особенностью школьной математики на начальной и основной ступени является наличие в ней целостной основной линии содержания, выраженной более рельефно и последовательно, нежели в других предметах. Пропуск любого значительного фрагмента в этой линии приводит к существенному снижению возможности дальнейшего учебного продвижения. Очень важна и психологическая составляющая каждого урока.

Из психологической схемы урока по Б.С.Волкову хочу выделить несколько моментов, касающихся восприятия учебного материала:

1. Подготовка учащихся к восприятию материала урока:

- мотивация, постановка цели, установка, интерес, любопытство, удивление и т.д.;
- создание ситуации ожидания; личностный смысл и др.

2. Соотношение образа и слова, их взаимосвязь:

- создание наглядных образов; ясность, образность речи учителя, записей на доске.

3. Особенности наглядных иллюстраций, их применение:

- схемы, чертежи, графики и др., их соответствие психологии восприятия;
- моделирование содержания материала и способов действий учащихся;
- ознакомление учащихся с воспринимаемыми объектами; функции наглядности;
- иллюстрации того, что описывает учитель словами;
- сближение абстрактных понятий с конкретными понятиями; восприятие сущности явления.

4. Избирательность восприятия:

- особенности изображения того, что должно быть предметом осознания;
- отсутствие лишней детализации; структура объекта (расчленение на части и др.);
- выделение объекта восприятия цветом, штриховкой, голосом и др.

5. Осмысленность восприятия:

- по реакции учащихся на ответы товарищей; по возникновению у учащихся вопросов;

- по высказываниям и дополнениям учащихся;

- пояснение учителем наглядного материала словом.

6. Формирование чувственного опыта учащихся:

- с опорой на имеющиеся знания; с опорой на опыт учащихся (апперцепция);

- соотношение новых и имеющихся представлений у учащихся, то есть это та идеальная ситуация, к которой стремится учитель на уроке для успешного восприятия учебного материала обучающимся.

Посмотрим на процесс восприятия учебного материала обучающимися глазами клинических психологов. Человек живет не в мире изолированных световых или цветовых пятен, звуков и прикосновений, а живет он в мире вещей, предметов и форм, в мире сложных ситуаций, т.е. что бы человек ни воспринимал, он неизменно имеет дело не с отдельными ощущениями, а с целыми образами. Отражение этих образов выходит за пределы изолированных ощущений, опираясь на совместную работу органов чувств в пределах как одной модальности (рассматривая картину, мы объединяем отдельные зрительные впечатления в целый образ), так и в пределах нескольких модальностей (воспринимая апельсин, мы фактически объединяем зрительные, осязательные, вкусовые впечатления, присоединяем к ним и наши знания о нем). Лишь в результате такого объединения изолированные ощущения превращаются в **целостное восприятие**.

При восприятии знакомых предметов (стакан, стол) узнавание их происходит очень быстро - человеку достаточно объединить два - три воспринимаемых признака, чтобы прийти к нужному решению. При восприятии новых или незнакомых предметов узнавание их совершается гораздо сложнее.

Различают восприятие непреднамеренное (или произвольное) и преднамеренное (произвольное). При **непреднамеренном восприятии** мы не руководствуемся заранее поставленной целью или задачей - воспринять данный предмет. Восприятие направляется внешними обстоятельствами. **Преднамеренное восприятие**, напротив, с самого начала регулируется задачей - воспринять тот или иной предмет или явление, ознакомиться с ним. Преднамеренное восприятие может быть включено в какую-либо деятельность и осуществляться по ходу ее выполнения на уроках, но иногда восприятие может выступать и как относительно самостоятельная деятельность.

Восприятие как самостоятельная деятельность особенно ясно выступает в наблюдении, которое представляет собой преднамеренное, планомерное и более или менее длительное (хотя бы и с промежутками во времени) восприятие с целью проследить течение какого-либо явления или те изменения, которые происходят в объекте восприятия.

Наблюдение - это активная форма чувственного познания человеком действительности.

Длительные упражнения в наблюдении приводят к развитию наблюдательности, т.е. умения подмечать характерные, но малозаметные, на первый взгляд, кажущиеся малосущественными особенности предметов.

Чтобы развить наблюдательность, нужна такая организация восприятия, которая соответствовала бы всем необходимым условиям его успешности: ясность задачи, предварительная подготовка, активность наблюдения, его систематичность, планомерность и

т.д. Наблюдательность необходима во всех областях жизни и деятельности человека. Развитию наблюдательности, точности и многогранности восприятия необходимо уделять серьезное внимание уже в детском возрасте, особенно в процессе игры и обучения.

Итак, **восприятие** - это наглядно-образное отражение действующих в данный момент на органы чувств предметов и явлений действительности в совокупности их различных свойств и частей.

Предметность как качество восприятия играет особую роль в регуляции поведения. Обычно мы определяем предметы не по их виду, а в соответствии с их практическим назначением или основным свойством. Например, введение понятия «прямая и обратная пропорциональная зависимость» само по себе абстрактно, так как его нельзя потрогать руками или увидеть глазами. Я задаю вопросы детям: «Как вы себя сегодня чувствуете? Здоровье можно потрогать руками или увидеть глазами? Можно сказать, что его нет в природе? От чего оно зависит? Найдите прямую зависимость здоровья от чего - либо. Найдите обратную зависимость здоровья от чего - либо». Целостность. Компоненты ощущения настолько прочно связаны между собой, что единый сложный образ предмета возникает даже тогда, когда на человека непосредственно действуют только отдельные свойства или отдельные части объекта (бархат). Впечатления эти возникают условно рефлекторно вследствие образовавшейся в жизненном опыте связи между зрительными и тактильными раздражениями. Например, при введении понятий «площадь круга и длина окружности», обычно дети сложно запоминают новые формулы, предлагаю запомнить их «ногами». Измерить длину своего шага, определить количество шагов вокруг предмета или объекта круглой формы, перевести количество шагов в метры, таким образом, определив длину окружности, найти радиус данной окружности и занимаемую площадь. Найти периметр своей комнаты, периметр школьного здания в шагах, затем в метрах.

С целостностью восприятия связана и его **структурность**. Восприятие в значительной мере не отвечает нашим мгновенным ощущениям и не является простой их суммой. Мы воспринимаем фактически абстрагированную из этих ощущений обобщенную структуру, которая формируется в течение некоторого времени. Пример: при изучении единиц измерения, можно попросить детей провести анализ цепочки из слов: Поезд-Такт - Ритм - Музыка - Путь. Можно ли измерить путь в количестве тактов? Можно ли сказать, что поезд движется в определенном ритме? С какими математическими и физическими величинами мы можем провести аналогию этих слов?

Константностью восприятия называется относительное постоянство некоторых свойств предметов при изменении его условий. В наибольшей степени константность наблюдается при зрительном восприятии цвета, величины и формы предметов. Например: использование наглядного материала, использование информационных технологий, презентаций, прототипирования.

Осмысленность восприятия. Хотя восприятие возникает при непосредственном действии раздражителя на органы чувств, перцептивные образы всегда имеют определенное смысловое значение. Восприятие у человека теснейшим образом связано с мышлением. Сознательно воспринимать предмет — значит мысленно назвать его, т.е. отнести к определенной группе, классу, обобщить его в слово. Даже при виде незнакомого предмета мы пытаемся установить в нем сходство со знакомыми. Например, составляем мини бизнес проекты, сравниваем цены в ближайших магазинах, проводим соответствие между прожиточным минимумом и потребительской корзиной, и дети постепенно убеждаются в том, что математика – это предмет необходимый каждому и каждый день.

Восприятие зависит не только от раздражения, но и от самого субъекта.

Воспринимают не глаз и ухо, а конкретный живой человек, и поэтому в восприятии всегда сказываются особенности личности человека. *Зависимость восприятия от содержания психической жизни человека, от особенностей его личности, называется апперцепцией.*

При предъявлении испытуемым незнакомых фигур уже на первых фазах восприятия они ищут эталоны, к которым можно было бы отнести воспринимаемый объект. В процессе восприятия выдвигаются и проверяются гипотезы о принадлежности объекта к той или иной категории. *Таким образом, при восприятии активизируются следы прошлого опыта. Поэтому один и тот же предмет может по-разному восприниматься различными людьми.*

Содержание восприятия определяется и поставленной перед человеком задачей, и мотивами его деятельности; в его процессе участвуют установки, эмоции, которые могут изменять содержание восприятия. Это необходимое условие ориентировки человека в окружающей среде.

Предлагаю другой угол обозрения для рассматриваемой нами ситуации: подачи материала учителем и восприятия этого материала учеником. Почему у современных детей, в основной массе, слабая мотивация к учебе, несмотря на большое количество предлагаемых методик преподавания, новых УМК, олимпиад и прочих рейтинговых мероприятий, затраты государства на повышение квалификации педагогов, дистанционные уроки, Интернет - уроки, доступность любой справочной информации. В обществе произошло смешение аксиологических параметров. Это явление, характерное для всей России, и наблюдается оно практически со времени распада СССР. Рассмотрим ситуацию в другом разрезе, хотелось изучить глубину вопроса. И я поставила перед собой такой вопрос: «Кто кузнец сознания и здоровья детей, которых мы обучаем?». Первые ростки сознания и здоровья ребенок получает в семье, несложно просчитать, что возрастной диапазон нынешних родителей от 30 лет и немного за 40 лет. Давайте рассмотрим ту ситуацию, в которой росли родители наших учеников. Вернемся на 30 лет назад.

1986 год - Глобальная техногенная катастрофа в Чернобыле. По закрытым данным Госкомстата СССР за 20 лет с 1960 года по 1980 годы, алкогольная смертность в нашей стране выросла до 47%, это значит, что примерно каждый третий мужчина умирал от водки. Советское руководство серьезно озадачилось данной проблемой, но вместо того, чтобы принять меры, оно просто засекретило данную статистику. Андропов приводил объективные данные о том, что при среднем мировом потреблении 5,5 литров водки на душу населения, в СССР эта цифра зашкаливала за 20 литров на душу населения. А цифра 25 литров алкоголя на душу населения во всем мире медиками признана, как граница, после которой фактически начинается самоуничтожение нации. США убеждают Саудовскую Аравию в обмен на поставки современного оружия снизить цены на нефть, и за 5 месяцев к весне 1986 года цена «черного золота» падает с 30\$ до 12\$ за баррель. Именно тогда пошел всплеск алкоголизма.

1991 год – Августовский путч. Начало распада СССР. В авральном режиме прекратили хождение 50 и 100-рублевые банкноты выпуска 1961 года. Официально признано, что валютный кризис стал неуправляем. Страна живет в долг и становится все более зависимой от импорта.

22 сентября 1992 год, 11 октября 1994 год – «черный вторник», экономический обвал постсоветского пространства.

1998 год - крупнейший дефолт. «Черный четверг», курс доллара с 6 рублей поднялся до 21 рубля. Увеличивается смертность населения.

2008 год – начало мирового экономического кризиса, который продолжается до сих пор.

Да, мы сейчас живем в непростое время и нам решать задачи воспитания и взращивания тех детей, которые уже через 10-15 лет будут держать рычаги управления каким – либо звеном или просто маленькой ячейкой общества, называемой семьей. Что дадут они, будучи уже сами родителями, своим детям?

Давайте посмотрим, как они сейчас живут. Я провела небольшое исследование, в анонимном опросе принимали участие 136 учащихся. Было задано всего 12 вопросов, вот результат:

Полная семья	64%	Неполная семья	36%
Родители с высшим образованием	37%	Родители со средним образованием	63%
Не многодетная	60%	Многодетная	40%
Собственное жилье	83%	Жилье съемное	17%
Родители работают в республике	79%	На заработках в другом регионе	21 %
Нет хронических заболеваний	61%	Есть хронические заболевания	39 %
Выполняют дом.задание больше часа	45 %	Меньше часа (от 15 мин.)	55 %
Помощь взрослых при выполнении домашнего задания.	63%	Нет помощи взрослых при выполнении домашнего задания.	31%
Сон до 22.00	26 %	Поздний сон (до 24.00)/ (до 03.00)	52% / (21%)
Завтракают	69 %	Не завтракают	31%
Нравится учиться	86 %	Не нравится учиться	14%

Картина получилась не совсем приятная. Получается, что одна пятая часть детей сидит на уроке не выспавшаяся, одна треть - голодная, в то время как их родители в поисках лучшей доли мигрировали в другие регионы. Как вы думаете, будут ли эти дети активно воспринимать материал на уроке, грамотно составленном методически и психологически? Нам с вами необходимо преломлять сложившуюся ситуацию для каждого из них, и для всех вместе. Итак, причины невосприятия учебного материала - это экономическая ситуация, социальная ситуация, экологическая ситуация, перегруженность школьных программ и классов, интенсификация обучения. И как следствие: низкий уровень развития (органические нарушения), низкая мотивация (познавательная активность), низкие организационные навыки, частые пропуски (заболевания), отсутствие помощи родителей, гиперактивность (отсутствие внимания).

В чем это проявляется? Ребенок не видит общее и, главное, не умеет работать с текстом, не может организовать свое время, неусидчив, отвлекаем, имеет конфликтное отношение со сверстниками или учителями, отказывается от усилий в учебной деятельности, у него низкая работоспособность, с ребенком никто не занимается, требуется поддержка.

Как это нам преодолеть? Мы должны сформулировать и сформировать минимум знаний и навыков, которые должен усвоить обучающийся, разнообразить виды его деятельности, подобрать индивидуальные задания, учитывая принцип необходимости и достаточности. И, конечно, всем своим сердцем стремиться понять и принять каждого ребенка, создавая благоприятную обстановку на уроке, уметь вести непринужденный диалог и осторожно оценивать, многократно повторять и проговаривать основные моменты темы, стремиться создавать определенный алгоритм действий, хвалить исполнителя, оценивать исполнение.

На уроках математики необходимо с такими учащимися составлять карточки для индивидуальной работы, неоднократно объяснять выполнение домашней работы и контролировать его исполнение, подбирать дифференцированные проверочные задания. Целесообразно осуществлять наставничество более успешным и авторитетным товарищем, пояснять прикладное назначение знаний, использовать тренажеры устного счета, разминки, создавать образцы решения, алгоритмы действий, вести математический словарь, создавать ситуации успеха, не скупиться на похвалу и следить за тем, как учащийся оценивает свою работу.

Чтобы изменить сложившуюся ситуацию и поднять качество математического образования, распоряжением Правительства России 24.12.2013 г. была принята «Концепция развития математического образования в РФ». И в ее рамках в ноябре прошлого года в Новосибирске прошел III Всероссийский съезд «Школьное математическое образование». Ознакомившись с тезисами, принятыми на этом съезде, хочу выделить моменты, которые считаю важными для улучшения качества знаний обучающихся. К ним относятся: деление обучающихся на подгруппы с целью обеспечения дифференцированного обучения, радикальное сокращение нагрузки учителя в части составления программ, отчетов и максимальный упор на преподавание математики, компенсирующие курсы для учащихся, имеющих слабую математическую подготовку, разнообразие учебников, дидактических материалов, использование компьютерных инструментов в математической деятельности, использование ресурсов внеурочной деятельности.

Литература

1. Волков Б.С., 2007. «Психология урока, его подготовка, проведение и анализ». М.: Педагогическое общество России, - 96 с.
2. «Математика в школе», 2016., О III съезде «Школьное математическое образование», №1, 50с., «Размышления после съезда» №2, 7с.
1. <http://www.grandars.ru/>
2. <http://ussrvopros.ru/ekosnomika-sssr/perestrojka/>
3. <http://nsportal.ru/fgos>

I. ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА

ВОЗМОЖНОСТИ НАБЛЮДЕНИЯ НА КОРОНАС-Ф ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ПРОЦЕССОВ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

Агапова О.Е., Гольдварг Т.Б., Горяев Э.П.

Калмыцкий государственный университет им. Б.Б. Городовикова, Элиста

Аннотация. В последние 15 лет изучению влияния Солнца на Землю отводится все больше места не только в физике Солнца и геофизике, но и на стыке различных наук. Поэтому экспериментальные данные, получаемые вновь запускаемыми спутниками, являются чрезвычайно востребованными в современном обществе. Космическая программа КОРОНАС, включающая в себя 3 спутника, является частью долгосрочной программы по солнечно-земной физике, целью которой является изучение процессов солнечной активности.

В данной статье кратко приводятся возможности наблюдения на одном из трех спутников программы – КОРОНАС-Ф и более подробно рассматривается вопрос изучения временных задержек жесткого рентгеновского излучения относительно радиоизлучения солнечных вспышек, с использованием данных, полученных на данном инструменте.

Введение. Изучению единственной звезды нашей планетной системы, а также солнечно-земным связям во всемирной науке по праву отдано одно из лидирующих мест. Это объясняется тем огромным влиянием, которое оказывает Солнце на земные и околоземные процессы, протекающие в ионосфере и магнитосфере, а так же на биосферу Земли и атмосферные явления.

Изучение системы «Земля – Солнце» ведется как наземными, так и космическими средствами наблюдения. Космические средства исследования в последнее время вышли на первый план по нескольким причинам, в частности из-за того что некоторые наблюдения можно проводить только из космоса, кроме этого внеатмосферные наблюдения на современных спутниках позволяют получить данные об излучении космических объектов с высоким временным и пространственным разрешением.

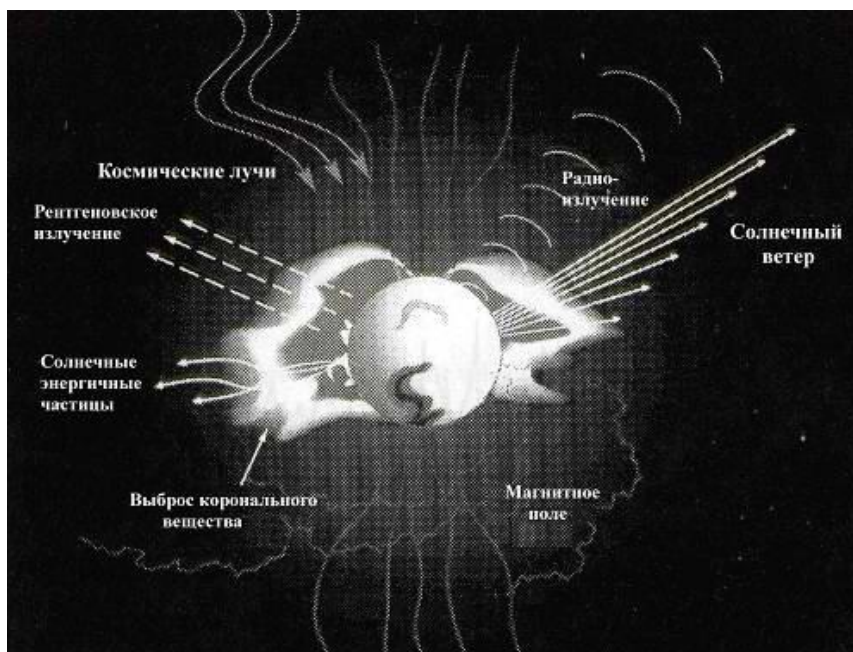


Рис.1. Солнечные излучения, воздействующие различными способами на околоземное космическое пространство.

Солнце испускает в космическое пространство целый спектр лучей и частиц (рис. 1), которые так или иначе воздействуют на атмосферу Земли. Здесь наибольшая интенсивность

достигается в периоды максимумов циклов солнечной активности, т.е. одиннадцатилетний солнечный цикл играет не последнюю роль в формировании климата нашей планеты, в циркуляции энергии и других природных процессах.

При этом, надо отметить, что явления солнечной активности являются принципиально нестационарными, поэтому периодичность, так же, как и интенсивность солнечной цикличности не является постоянной (Амбыкова Ю.А. и др, 2012), что требует постоянного мониторинга «космической погоды».

Кроме этого, потоки заряженных частиц и излучения постоянно влияют на окружающую среду Земли, на технические системы и средства связи, как в космосе, так и на поверхности Земли (рис. 2)

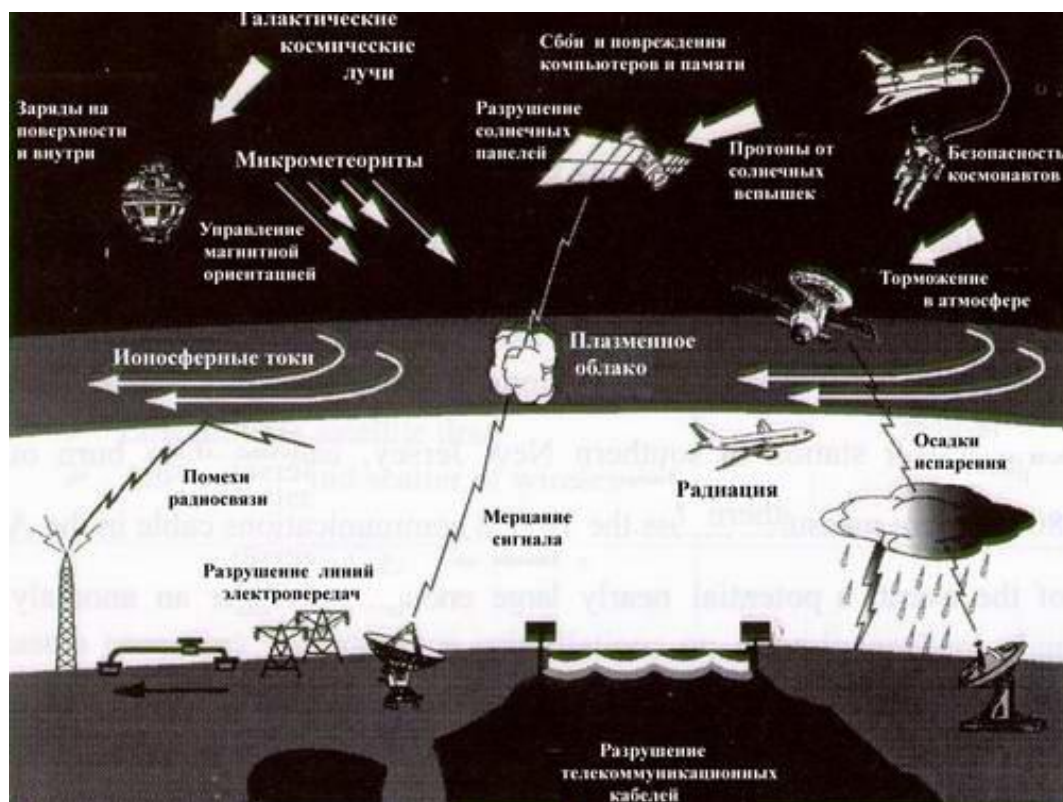


Рис. 2 Влияние потоков заряженных частиц и излучения на технические средства на поверхности Земли и в космосе.

Несмотря на то, что за последние полвека в гелиофизике были достигнуты успехи, сравнимые с достижениями астрономии за всю ее историю, до сих пор остаются вопросы, которые требуют дальнейших исследований.

Среди этих вопросов можно выделить следующие:

1. Солнечный ветер, его ускорение, нагрев короны Солнца;
2. Механизмы одиннадцатилетнего солнечного цикла;
3. Структура солнечных возмущений и структура гелиосферы;
4. Прогноз влияния солнечной активности на околоземные и земные процессы.

Возможности наблюдения на КОРОНАС-Ф. Сейчас в мире существует большое число проектов, направленных на разрешение различных вопросов физики Солнца. Программа КОРОНАС (Комплексные Орбитальные Околоземные Наблюдения Активности Солнца) разработана ИЗМИРАН-ом (институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова Российской академии наук) и ориентирована для разрешения не только этих, но и других вопросов (<http://stp.cosmos.ru>). КОРОНАС является

международным проектом, в его реализации принимали участие ученые и специалисты разных стран мира.

В рамках данной программы в 1994 г. был запущен первый из серии планируемых спутников для наблюдения за Солнцем вблизи минимума его активности КОРОНАС-И. Вторым из серии был спутник КОРОНАС-Ф, запущенный в 2001 г. для исследования активности вблизи максимума 23-го цикла солнечной активности и проработал до конца 2005г. Орбита данного спутника позволяла обеспечить повторяющиеся периоды непрерывных наблюдений за активностью Солнца длительностью около 20 суток.

Этот космический комплекс включал в себя 15 инструментов и позволял исследовать явления солнечной активности и их влияния на Землю на основании как наблюдений солнечной атмосферы, так и околоземного космического пространства. Приборы этой космической обсерватории позволяли регистрировать излучения в широком диапазоне длин волн: от оптических до гамма лучей.

Главными, первостепенными задачами проекта являются:

наблюдение и изучение колебаний на Солнце;

исследование внутреннего строения Солнца;

комплексное изучение процессов активности Солнца в динамике в широком диапазоне длин волн;

исследование солнечных лучей, их ускорения, условия выхода, распространения, а так же действие на магнитное поле Земли).

Работа спутника позволила получить ценные научные результаты, так например, впервые были получены

- данные о динамике солнечной короны на расстояниях до трех солнечных радиусов в выбросы массы и эруптивные протуберанцы в рентгеновском диапазоне;
- карты распределения жесткого ультрафиолетового излучения для спокойной и возмущенной короны в присутствии на лимбе ярких активных областей, которые наглядно иллюстрируют магнитный нагрев короны над активными областями;
- зафиксирован магнитный нагрев короны в зависимостях жесткости рентгеновских спектров активных областей от числа солнечных пятен;
- измерена высокая линейная поляризация жесткого рентгеновского излучения в импульсной фазе мощной вспышки, что является первым прямым доказательством не только существования самих пучков ускоренных частиц, но и подтверждением того, что эти частицы ускоряются импульсным электрическим полем, а не каким-либо стохастическим рентгеновском диапазоне;
- обнаружен эффект, состоящий в исчезновении внешнего радиационного пояса электронов на главной фазе магнитных бурь при энергиях выше 1.5 МэВ;
- обнаружены локализованные квазистационарные «высыпания» энергичных частиц из магнитосферы в атмосферу на низких широтах и вблизи экватора, которые характеризуются заметным увеличением фона радиации (на 20-30%) и временем жизни, достигающим 8 суток;
- изучены атомные процессы в солнечных вспышках и выполнена спектроскопическая диагностика вспышечной плазмы;
- измерены и изучены полно-профильные спектральные линии от самых мощных вспышек;
- измерены абсолютные сдвиги рентгеновских спектральных линий и радиальные скорости излучающей плазмы в течение всей фазы роста вспышки;
- обнаружены и изучены спектральные линии ионов солнечной плазмы для высоких значений квантовых чисел n ;
- в резонансной линии $MgXII$ (8.42 \AA) в солнечной короне обнаружен и исследован целый класс новых явлений - быстродинамических плазменных образований с температурами до 20 млн. градусов. Установлено, что образования имеют самую разнообразную форму – «горячих облаков», «пауков», петель, распространяющихся волновых фронтов, последовательно

зажигаются магнитных арок. Они являются проявлением одного из механизмов нагрева солнечной короны в результате выделения магнитной энергии в магнитных конфигурациях и трансформации ее в энергию плазмы. Установлена связь обнаруженных горячих плазменных образований в короне с выбросами массы из атмосферы Солнца.

Наблюдения солнечных вспышек и обработка данных. Наиболее ярким процессом солнечной активности являются солнечные вспышки, большая часть энергии которых приходится на ускоренные заряженные частицы (Saint-Hilaire P., Benz A.O., 2005). Но вопрос об их ускорении до сих пор остается открытым, поэтому исследование излучения вспышек в широком диапазоне длин волн является актуальной задачей. Так, с запуском космических аппаратов, стало ясно, что временные профили излучения в радио- и рентгеновском диапазонах хорошо коррелируют между собой. Это говорит о единой природе ускоренных электронов различных энергий. При этом, существующие модели солнечных вспышек хорошо объясняют запаздывание пиков временных профилей микроволнового излучения относительно рентгеновского (Tsap Y. et al., 2013).

В работе (Цап Ю.Т. и др., 2016) с помощью наблюдений на КОРОНАС-Ф был проведен корреляционный анализ излучения нескольких вспышек в 2-х волновых диапазонах. Так, использовались данные, полученные при помощи разработанного в НИИЯФ МГУ совместно с ИЭФ Словацкой академии наук многоканального гамма-спектрометра СОНГ – Солнечные Нейтроны и Гамма кванты, который, в частности, предназначался для регистрации жесткого рентгеновского и гамма-излучения в диапазоне 30 кэВ – 300 МэВ с временным разрешением около 1 с. Был выбран канал, соответствующий диапазону энергий 72–180 кэВ, поскольку он отличался наиболее стабильной работой в ходе всего эксперимента.

Для анализа микроволновых данных привлекалась наземная служба RSTN (Radio Solar Telescope Network), созданная Исследовательской лабораторией ВВС США (Air Force Research Laboratory) с целью мониторинга солнечных вспышек, шумовых бурь и других проявлений солнечной активности. В сеть RSTN входят 4 наземные станции: Palehua (Гавайи), San Vito dei Normanni (Италия), Sagamore Hill (Массачусеттс, США), RAAF (Royal Australian Air Force) Learmonth (Западная Австралия), что позволяет проводить непрерывный мониторинг радиоизлучения Солнца. Привлекались наблюдения, полученные с помощью метровой параболической антенной на частоте 15.4 ГГц с временным разрешением около 1 с. Выбор наиболее высокочастотного канала объяснялся тем, что, как правило, микроволновое излучение солнечных вспышек на заданной частоте является оптически тонким (Bastian T.S., 1999). Однако ввиду отсутствия наблюдений RSTN для события 27 мая 2003 г. также использовались данные о радиоизлучении от всего диска Солнца, полученными на радиополариметрах Nobeyama (17 ГГц) с временным разрешением около 0.1 с.

Исследуемая выборка событий включала в себя 8 солнечных вспышек рентгеновского класса М и X, которые наблюдались 2002 – 2003 гг. в различных активных областях на СОНГ/КОРОНАС-Ф (см. табл. 1). Результаты анализа свидетельствуют, что временные задержки между жестким рентгеновским и микроволновым излучением для исследованных событий меняются в широких пределах и, как правило, в среднем являются положительными.

Номер	Дата	Время макс. [UT]	Класс	Номер АО	Коэф. кор.	Задержка [с]
1	20.05.02	15:27	X2.1	9961	0.86	9.3
2	19.08.02	10:34	M2.0	10069	0.79	4.5
3	20.08.02	08:26	M3.4	10069	0.85	9.4
4	21.08.02	01:41	M1.4	10069	0.82	2.6

5	21.08.02	05:34	X1.0	10069	0.72	6.1
6	24.08.02	01:12	X3.1	10069	0.97	11.0
7	27.05.03	23:07	X1.3	10365	0.92	4.5
8	28.05.03	00:27	X3.6	10365	0.91	3.8

Таблица 1: Солнечные вспышки рентгеновского класса M и X, наблюдавшиеся с 2002 по 2003 гг. на СОНГ/КОРОНАС-Ф в различных активных областях (АО).

В качестве примера на рис. 3 показано событие 28 мая 2003 г. с ярко выраженными отрицательными и положительными временными задержками между временными профилями жесткого рентгеновского и микроволнового излучения, коэффициент корреляции для которых превышает 0.9. Обращает на себя внимание, что задержки одного знака характерны для всех участков временного ряда. Однако такое поведение отмечается далеко не всегда. Так, например, если временные профили разбить на три временных интервала, которым соответствуют промежутки времени: 00:20:10–00:23:35, 00:23:35–00:26:45 и 00:26:45–00:35:00 UT, то для них задержки соответственно составят: 3 с, -7.5 с и 3.5 с.

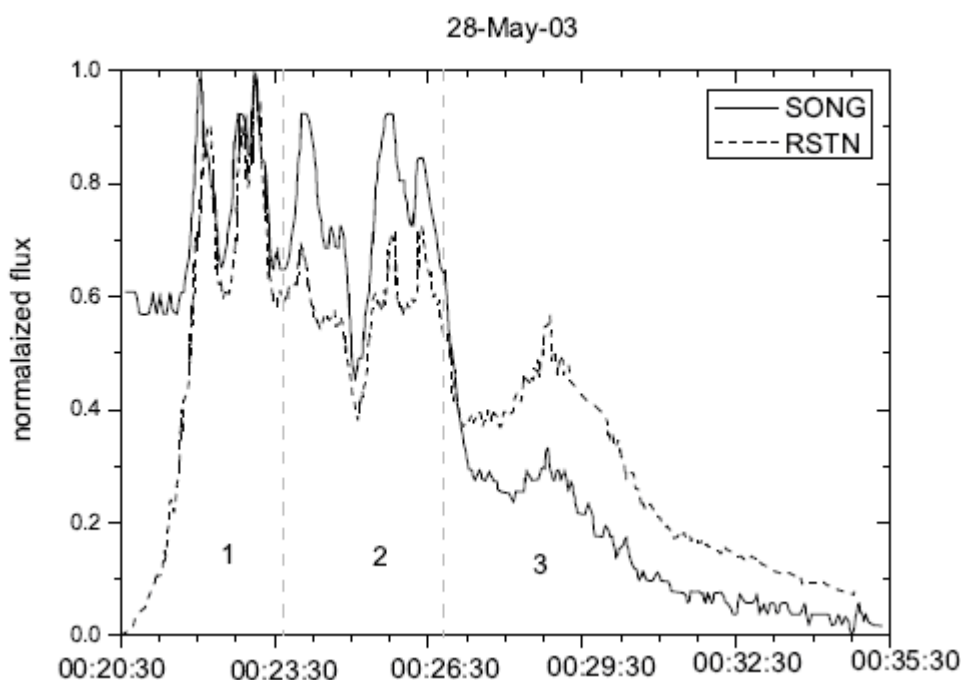


Рис. 3. Временные профили жесткого рентгеновского (72–180 кэВ) и микроволнового (15.4 ГГц) излучения события 28.05.2003 г., полученные на СОНГ/КОРОНАС-Ф и RSTN. Цифрами отмечены интервалы времени: 00:20:10–00:23:35, 00:23:35–00:26:45 и 00:26:45–00:35:00 UT.

Полученные выше результаты, свидетельствуют в пользу адекватности как модели коронального пробкатора (Stepanov A.V., Tsap Y.T., 2002), в котором реализуется режим слабой или сверхсильной диффузии (Беспалов П.А., Трахтенгерц В.Ю., 1986), так и представлениям о двухступенчатом ускорении заряженных частиц.

Литература

Амбыкова Ю.А., Гольдварг Т.Б., Агапова О.Е. *О максимуме 24 -го солнечного цикла* // Актуальные проблемы современной физики и математики, IV региональная науч.-практ. конф., Элиста, 2012, 6-9.

Беспалов П.А., Трахтенгерц В.Ю. // *Альфвеновские мазеры*. Горький: ИПФАН, 190 с. 1986.

- Цап Ю.Т., Степанов А.В., Кашапова Л.К., Мягкова И.Н., Богомолов А.В., Копылова Ю.Г., Гольдварг Т.Б. *Временные задержки нетеплового излучения солнечных вспышек по наблюдениям на КОРОНАС-Ф* // Космические исследования, 2016, Т.54, №4, 302-307
- Bastian T.S. Impulsive flares: a microwave perspective // Proceedings of the Nobeyama Symposium, NRO Report No.479. 1999. P.211–222.
- Stepanov A.V., Tsap Y.T. Electron–whistler interaction in coronal loops and radiation signatures // Solar Phys. 2002. V.211. P.135–154.
- Saint-Hilaire P., Benz A.O. Thermal and non-thermal energies of solar flares // Astron. Astrophys. 2005. V.435. P.743–752.
- Tsap Y., Kopylova Y., Goldvarg T., Stepanov A. *Oscillating magnetic trap and non-thermal emission from solar flares* // Publ. Astron. Soc. Japan. 2013. V.65. S6, 6 pp.
http://stp.cosmos.ru/index.php?id=1163&tx_ttnews%5Btt_news%5D=3163&cHash

О ТЕОРИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Р. А. Бисенгалиев, Т. М. Лиджиев, Т. Е. Батырева

Калмыцкий госуниверситет им. Б.Б. Городовикова

Новые задачи физики и математики, возникшие в XX столетии, привели к определению нового понятия функции - обобщенной функции или распределения. Обычное понятие функции, которое ставит в соответствие каждому значению x (из некоторой области определения этой функции) соответствующее ему значение y , оказалось недостаточным. В физике уже давно употребляются сингулярные функции, которые не могут быть корректно определены в рамках классической теории функций. Простейшим примером сингулярной функции является дельта-функция: она, по определению, равна нулю всюду, кроме одной точки, в которой она равна бесконечности, и обладает интегралом по всей оси x , равным единице. Строгая математическая теория обобщенных функций была построена С.Л. Соболевым, Л. Шварцем и другими математиками. С.Л. Соболев впервые разработал теорию обобщенных функций в связи с исследованием гиперболических уравнений (1937). Л. Шварц, развивая теорию обобщенных функций (которые он называл распределениями), построил теорию их преобразования Фурье. Большое внимание он уделил их приложениям к математическому анализу и дифференциальным уравнениям (1950). В настоящее время эта теория нашла приложения почти во всех областях математики и ее приложений, физике и других областях естествознания. Теория распределений стала новым дифференциальным исчислением нашего времени.

Сергей Львович Соболев родился 6 октября. В 1925 г. С.Л. Соболев поступил на физико-математический факультет Ленинградского университета. В ЛГУ Сергей Львович слушал лекции профессоров Н.М. Гюнтера, В.И. Смирнова, Г.М. Фихтенгольца и др. Под руководством Н.М. Гюнтера он написал дипломную работу об аналитических решениях системы дифференциальных уравнений с двумя независимыми переменными. С 1932 г. Сергей Львович работал в Математическом институте им. В.А. Стеклова в Ленинграде, а затем с 1934 г. - в Москве. Он предложил новый метод решения задачи Коши для гиперболического уравнения с переменными коэффициентами, основанный на обобщении формулы Кирхгофа. Работы, связанные с гиперболическими уравнениями, привели Сергея Львовича к пересмотру классического понятия решения дифференциального уравнения. Рассмотрение решений в пространствах функционалов ознаменовало начало теории обобщенных функций. Определив понятие обобщенной производной, он обогатил математику пространствами функций, обобщенные производные которых интегрируемы в некоторой фиксированной степени. Эти объекты теперь называют "пространствами Соболева".

Лоран Шварц родился в Париже 5 марта 1915 г. Среди его родственников немало выдающихся людей. Ж. Адамар был братом его бабушки. Лоран поступил в Высшую нормальную школу в 1934 г. В те годы математическую атмосферу в школе определяли такие люди, как Э. Борель, Э. Картан, А. Данжуа, М. Фреше, П. Монтель. В соседнем Колледже Франции читал лекции А. Лебег и вел семинары Ж. Адамар. Основы своей теории Л. Шварц опубликовал в материалах Гренобльского университета в 1945 г. Вскоре Л. Шварц был введен в состав группы Бурбаки. В 1950 г. он получил Филдсовскую медаль за теорию распределений, а затем увидел свет его двухтомник "Theorie des Distributions". Учениками Л. Шварца были многие знаменитости, среди них А. Гротендик, Ж.-Л. Лионе, Б. Мальгранж и А. Мартино.

В основе теории распределений лежит стремление применить технологии функционального анализа для исследования дифференциальных уравнений в частных производных. Функциональный анализ характеризуется алгебраизацией, геометризацией и социализацией аналитических задач. Под социализацией обычно понимают включение конкретной задачи в целый класс аналогичных проблем. Социализация позволяет стереть "случайные черты" -

избавиться от трудностей, привносимых чрезмерной спецификой задачи. К началу 30-х годов достоинства функционального анализа уже были продемонстрированы в сфере интегральных уравнений. На повестке дня стояли уравнения дифференциальные. Следует подчеркнуть, что размышления над природой интегрирования и дифференцирования лежат в основе большинства теорий современного функционального анализа, что неудивительно ввиду особой роли этих линейных операций. Однако, например, ряды гладких функций, вообще говоря, нельзя дифференцировать почленно, что существенно затрудняет применение аналитических средств для решения дифференциальных уравнений. В настоящее время мало кто усомнится в том, что центральным в теории распределений является понятие обобщенной производной. Производная рассматривается теперь как оператор, действующий на негладкие функции по тем же интегральным законам, которым подчиняется процедура взятия классической производной. Именно такой подход был впервые явно сформулирован С.Л. Соболевым. На предложенном пути стало возможным капитально расширить запас формул дифференцирования. В частности, оказалось, что любые распределения обладают производными любых порядков, поточечно сходящиеся ряды распределений можно сколько угодно раз дифференцировать почленно, а многие "традиционно расходящиеся" ряды Фурье допускают суммирование в виде явных формул. Математика приобрела дополнительные степени свободы. Развернутые изложения достижений новой теории появились практически одновременно. В 1950 г. в Париже вышел первый том "Теории распределений" Л. Шварца, а в Ленинграде увидела свет книга С.Л. Соболева "Некоторые применения функционального анализа в математической физике". Предложенные теорией распределений новые методы оказались столь сильными, что позволили выписать в некотором явном виде общее решение произвольного дифференциального уравнения в частных производных в случае, когда коэффициенты при производных постоянны. Дело сводится к наличию фундаментальных решений частных решений, отвечающих случаю, когда в правой части уравнения поставлена дельта-функция П. Дирака. Существование таких решений было установлено уже в 1953-1954 гг. независимо в работах Б. Мальгранжа и Л. Эренпрайса. Но лишь в 1994 г. фундаментальное решение было выписано явно сначала Н. Кенигом, а затем несколько позже и в более элементарном виде Н. Ортенером и П. Вагнером. Структура найденной ими формулы показывает роль преобразования Фурье для распределений и пространства Шварца, составленного из умеренных распределений. Факт существования фундаментального решения у произвольного уравнения в частных производных с постоянными коэффициентами по праву носит название теоремы Мальгранжа-Эренпрайса.

Литература

1. Соболев С. Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Л.: Изд-во ЛГУ, 1950.
2. Шварц Л. Математические методы для физических наук. М.: Мир, 1965.
3. М.И. Вишик. Обобщенные функции. Соросовский образовательный журнал, № 12, 1997.
4. С.С. Кутателадзе. Сергей Соболев и Лоран Шварц. Вестник РАН. 2005. том 75. № 4.

РАДИАЦИОННОЕ ЗАТУХАНИЕ БЫСТРЫХ МАГНИТОЗВУКОВЫХ ВОЛН В СОЛНЕЧНЫХ КОРОНАЛЬНЫХ ПЕТЛЯХ

С. Б. Дертеев, Г. А. Манкаева, Б. Б. Михалыев
Калмыцкий государственный университет, Элиста

Abstract

RADIATION DAMPING OF FAST MAGNETOSONIC WAVES IN THE SOLAR CORONAL LOOPS, by *Derteev S.B., Mankaeva G.A., and Mikhalyaev B.B.* Despite a long story, the problem of the heating solar corona by MHD waves captures the attention of many experts of the solar physics. Pendency of issue is largely due to the ambiguity of the physical properties of the coronal plasma. For example, radiative losses of the coronal plasma depends on the degree of ionization of elements which varies in considerable ranges due to an inhomogeneity of the solar corona. This circumstance leads to detection of new properties of coronal structures. In particular, noticed that radiative losses have a decisive role in the cooling of the coronal plasma while in many other well-known situations they aren't important sometimes. We explore influence of dissipative effects, viscosity and thermal conductivity with radiative losses on the fast magnetosonic wave behavior in the solar coronal loops and prominences. We pay special attention to the form of the function of the radiation losses which have significant changes in the different areas of the temperature scale.

Введение. Значительный прогресс в изучении солнечной атмосферы, происходящий в последние полтора десятка лет, связан главным образом с появлением новых наблюдательных средств, в том числе в ультрафиолетовом диапазоне электромагнитных волн, что позволило получить, в частности, прямые наблюдения изгибных колебаний корональных петель (Aschwanden и др., 1999b; Nakariakov и др., 1999; Aschwanden и др., 2002; Schrijver и др., 2002). Эти колебания являются предметом изучения корональной сейсмологии, основной задачей которой является определение параметров корональной плазмы и магнитного поля (Nakariakov, Ofman, 2001). С другой стороны, быстрое затухание наблюдаемых колебаний наводит на мысль об их возможной причастности к нагреву короны (Nakariakov и др., 1999). Последние наблюдения с помощью нового аппарата SDO/AIA показывают сложный пространственный характер колебаний. В частности, наблюдаются колебания интенсивности излучения с тем же периодом, что и сами изгибные колебания, предположительно, из-за вариаций толщины петель вдоль луча зрения (White, Verwichte, 2012). Не исключается, что здесь имеет место проявление нелинейного взаимодействия волн.

Детальное наблюдение изгибных колебаний корональных петель в интервале температур $T \approx 10^6 - 10^{6.3}$ К показывает, что в ряде случаев температура плазмы быстро падает вследствие охлаждения из-за радиационного излучения (Aschwanden, Terradas, 2008). Делается вывод о том, что излучение корональной плазмы может играть важную роль в некоторых физических процессах в короне. Эти результаты приводят к необходимости изучения влияния радиационного охлаждения на колебания корональных петель. Общий анализ колебаний плазмы с учетом излучения, нагрева и теплопроводности был сделан Филдом (Field, 1965). Мы попытаемся провести детальный анализ устойчивости МГД-волн в корональных условиях с учетом радиационного охлаждения, теплопроводности и вязкости основываясь на особенностях локального поведения функции радиационных потерь в отдельных температурных интервалах. Объектом нашего изучения будут главным образом быстрые магнито-звуковые моды, имеющие отношение к радиальным и изгибным колебаниям корональных петель в интервалах температур $T \approx 10^6 - 10^{6.3}$ К и $T \approx 10^{6.3} - 10^7$ К. Поскольку в первом интервале излучение плазмы происходит главным образом в крайнем ультрафиолетовом диапазоне длин волн (EUV-диапазон), а во втором - в рентгеновском диапазоне, далее при обозначении этих интервалов для краткости будем использовать термины «EUV-

температуры» и «рентгеновские температуры». Соответственно и корональные петли, имеющие температуры из указанных интервалов, будем называть «EUV-петлями» и «рентгеновскими петлями».

Исходные уравнения. Изучение магнитозвуковых волн проводится в приближении диссипативной МГД с учетом эффекта радиационных потерь

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla, \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v} + \left(\zeta + \frac{\eta}{3} \right) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (3)$$

$$\frac{dp}{dt} - \frac{\gamma p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -(\gamma - 1)(Q_{\text{cond}} + Q_{\text{rad}} - Q_{\text{visc}}), \quad (4)$$

$$p = \rho \frac{RT}{M}. \quad (5)$$

Диссипативные эффекты определяются классическими выражениями [1-2]:

$$Q_{\text{cond}} = \nabla \cdot \mathbf{q}, \quad (6)$$

$$Q_{\text{visc}} = \sigma_{ik} \frac{\partial v_i}{\partial x_k}, \quad \sigma_{ik} = \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \nabla \cdot \mathbf{v} \right) + \zeta \delta_{ik} \nabla \cdot \mathbf{v}. \quad (7)$$

где \mathbf{q} – вектор плотности теплового потока, его можно записать в виде

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T = -\nabla_{\parallel} \cdot (\kappa_{\parallel} \nabla_{\parallel} T) - \nabla_{\perp} \cdot (\kappa_{\perp} \nabla_{\perp} T). \quad (8)$$

Знак минус показывает, что тепловой поток направлен противоположно вектору ∇T . Считается, что в условиях солнечной короны основной вклад в процесс переноса тепла вносит теплопроводность вдоль магнитного поля. Предполагается также, что теплопроводность обусловлена взаимодействием электронов, а вязкость – взаимодействием ионов:

$$\kappa_{\parallel} = \frac{3,16 n_e k_B^2 T_e \tau_e}{m_e} \approx 1,8 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{T_e^{5/2}}{\Lambda_C}, \quad (9)$$

$$\eta = 0,96 n_i k_B T_i \tau_i \approx 2,2 \cdot 10^{-15} \cdot \frac{T_i^{5/2}}{\Lambda_C}, \quad (10)$$

где Λ_C – кулоновский логарифм, τ_e , τ_i – времена «электрон – электронных» и «ион – ионных» столкновений, соответственно. Время между «столкновениями электронов»

$$\tau_e = \frac{3\sqrt{m_e} (k_B T_e)^{3/2}}{4\sqrt{2\pi} \Lambda e^4 Z n_i}, \quad (11)$$

и время между «столкновениями ионов», соответственно

$$\tau_i = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{m_i}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{k_B^{3/2} \cdot T_i^{3/2}}{Z^4 n_i \cdot \Lambda \cdot e^4}, \quad (12)$$

так как мы рассматриваем полностью ионизованную водородную плазму – одноатомный газ, то в данном случае заряд $Z=1$. Для того чтобы рассчитать кулоновский логарифм можно воспользоваться выражением, которое основано на рассеянии частиц:

$$\Lambda_C = \ln \left(\frac{r_{\text{max}}}{r_{\text{min}}} \right) = \ln \left(\frac{3(k_B \cdot T_e)^{3/2}}{2\sqrt{\pi} e^3 \sqrt{n_e}} \right), \quad (13)$$

$$r_{\text{max}} \sim r_D = \left(\frac{k_B \cdot T_e}{4 \cdot \pi \cdot n_e \cdot e^2} \right)^{1/2}, \quad (14)$$

$$r_{\text{min}} \approx \frac{3 \cdot k_B \cdot T_e}{e^2}. \quad (15)$$

$r_{max} \sim r_D$ – дебаевский радиус экранирования, r_{min} – значение прицельного расстояния, соответствующего рассеянию частиц на угол $\pi/2$. Для плазмы, находящейся в солнечной короне, кулоновский логарифм $\Lambda_c \sim 20$.

Как показывает теоретическое исследование, коэффициент второй вязкости равен нулю, если газ одноатомен, поэтому второй (объемной) вязкостью ζ пренебрегаем [3]. Для энергии, теряемой на излучение, справедливо приближение оптически тонкой среды [4-5]

$$Q_{rad} = \rho(\rho\Lambda(T) - H). \quad (16)$$

Величина H , определяющая поступление энергии от других источников, чаще всего считается постоянной. В равновесном состоянии принято $\rho_0\Lambda(T_0) - H = 0$. Функция радиационных потерь солнечной плазмы $\Lambda(T)$ имеет сложный вид, обусловленный наличием множества составляющих и их вкладом при различных температурах (рис. 1). В небольших интервалах значений температуры, естественно используемых при изучении малых возмущений, для нее применяют [5] локальное представление вида

$$\Lambda(T) \approx \chi \cdot T^\alpha, \chi, \alpha - \text{const}. \quad (17)$$

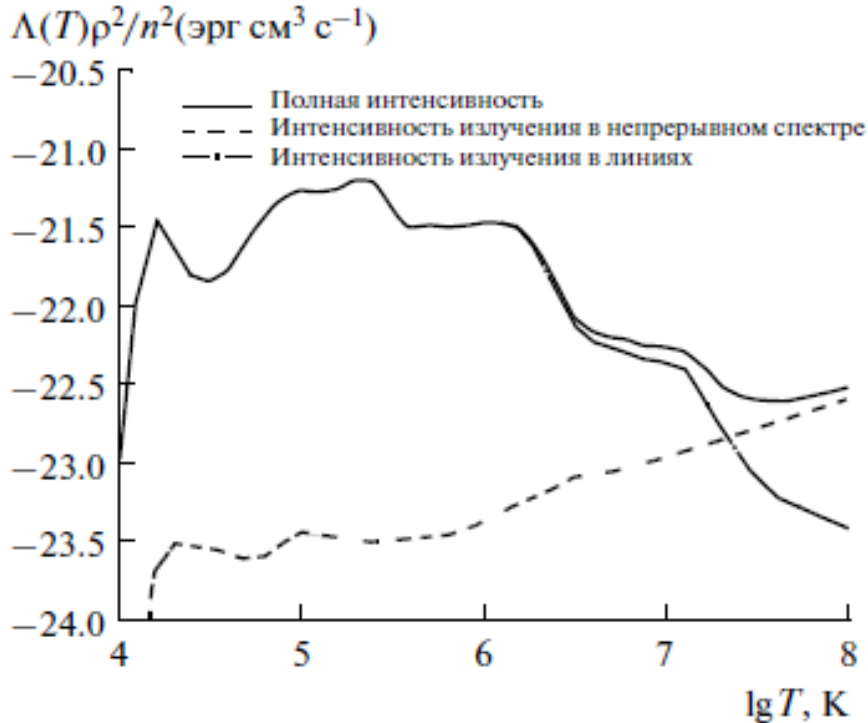


Рис. 1. График функции радиационных потерь плазмы солнечной атмосферы [5].

В интервале температур $T \approx 10^{5.75} \div 10^{6.3}$ К корональные петли наблюдаются в крайнем ультрафиолетовом диапазоне длин волн. Здесь для функции радиационных потерь справедлива аппроксимация [5]

$$\Lambda(T)\rho^2/n^2 \approx 10^{-21.94} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}. \quad (18)$$

В интервале $T \approx 10^{6.3} \div 10^7$ К корональные петли наблюдаются в рентгеновском диапазоне. Здесь аппроксимация имеет вид

$$\Lambda(T)\rho^2/n^2 \approx 10^{-17.73} \cdot T^\alpha \text{ эрг} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}. \quad (19)$$

Основной задачей настоящего исследования является изучение свойств затухания быстрых магнитозвуковых волн в указанных интервалах.

Дисперсионное уравнение. В основу исследования положено дисперсионное уравнение для магнитозвуковых волн, в котором учтены все перечисленные выше физические эффекты

$$\begin{aligned}
& \omega^5 + i\omega^4 \left(\frac{7}{3}vk^2 + (\gamma - 1)[\mu k^2 \cos^2 \vartheta + \alpha \delta] \right) - \\
& - \omega^3 \left((V_A^2 + C_s^2)k^2 + \frac{4}{3}v^2k^4 + \frac{7}{3}(\gamma - 1)vk^2[\mu k^2 \cos^2 \vartheta + \alpha \delta] \right) - \\
& - i\omega^2 \left(vV_A^2k^4 \left(1 + \frac{\cos^2 \vartheta}{3} \right) + (\gamma - 1) \left(V_A^2k^2 + \frac{4}{3}v^2k^4 \right) [\mu k^2 \cos^2 \vartheta + \alpha \delta] \right. \\
& \quad \left. + \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} C_s^2k^2 [\mu k^2 \cos^2 \vartheta - (1 - \alpha)\delta] + vC_s^2k^4 \right) + \\
& + \omega \left((\gamma - 1)vV_A^2k^4 \left(1 + \frac{\cos^2 \vartheta}{3} \right) [\mu k^2 \cos^2 \vartheta + \alpha \delta] + V_A^2C_s^2k^4 \cos^2 \vartheta \right. \\
& \quad \left. + \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} vC_s^2k^4 [\mu k^2 \cos^2 \vartheta - (1 - \alpha)\delta] \right) + \\
& \quad + i \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} V_A^2C_s^2k^4 [\mu k^2 \cos^2 \vartheta - (1 - \alpha)\delta] \cos^2 \vartheta = 0, \\
& \mu = \frac{\kappa_0 T_0}{p_0}, \delta = \frac{\rho_0^2 \Lambda(T_0)}{p_0}, v = \frac{\eta_0}{\rho_0}, C_s = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}, V_A = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi\rho_0}}.
\end{aligned} \tag{20}$$

Здесь параметр ϑ определяет угол распространения волны по отношению к магнитному полю. Индекс «0» обозначает значения величин при равновесных значениях плотности и температуры.

Обратим внимание на присутствие в уравнении производной функции радиационных потерь по температуре, представленной показателем α . Исходя из графика (рис. 1) и локального представления (18-19), можно предположить, что решение уравнения существенно зависит от него. Приводящиеся ниже расчеты подтверждают данное предположение. Иными словами, поведение волны в интервалах температур, где применимы аппроксимации (18-19), существенно различается [7]. Ранее было отмечено, что для корональных петель, которые имеют температуру около 1 МК и наблюдаются в линии 171 Å, излучение приводит к быстрому затуханию колебаний, значительно превосходящему затухание вследствие теплопроводности [8].

Рассмотрим распространение волны под углом $\vartheta = \pi/4$, поскольку при нормальном распространении эффект теплопроводности исчезает. Мнимая часть частоты показана на рисунке 4.

Найдем числовые значения при $k=0.02 \cdot 10^{-8} \text{ см}^{-1}$ в обоих случаях. Для аппроксимации (18) получаем комплексное решение $\omega=0.0235-0.000253i$. Ему соответствуют период $P=267$ с и время затухания $\tau=3958$ с. Их отношение равно $\tau/P=14.8$. Для аппроксимации (19) получаем $\omega=0.0333-0.0000082i$, период $P=189$ с и время затухания $\tau=1.22 \cdot 10^5$ с, отношение $\tau/P=646$. Во втором случае затухание слабое при наличии всех трех эффектов. В первом доминирующую роль в затухании играет излучение, диссипативные эффекты малы.

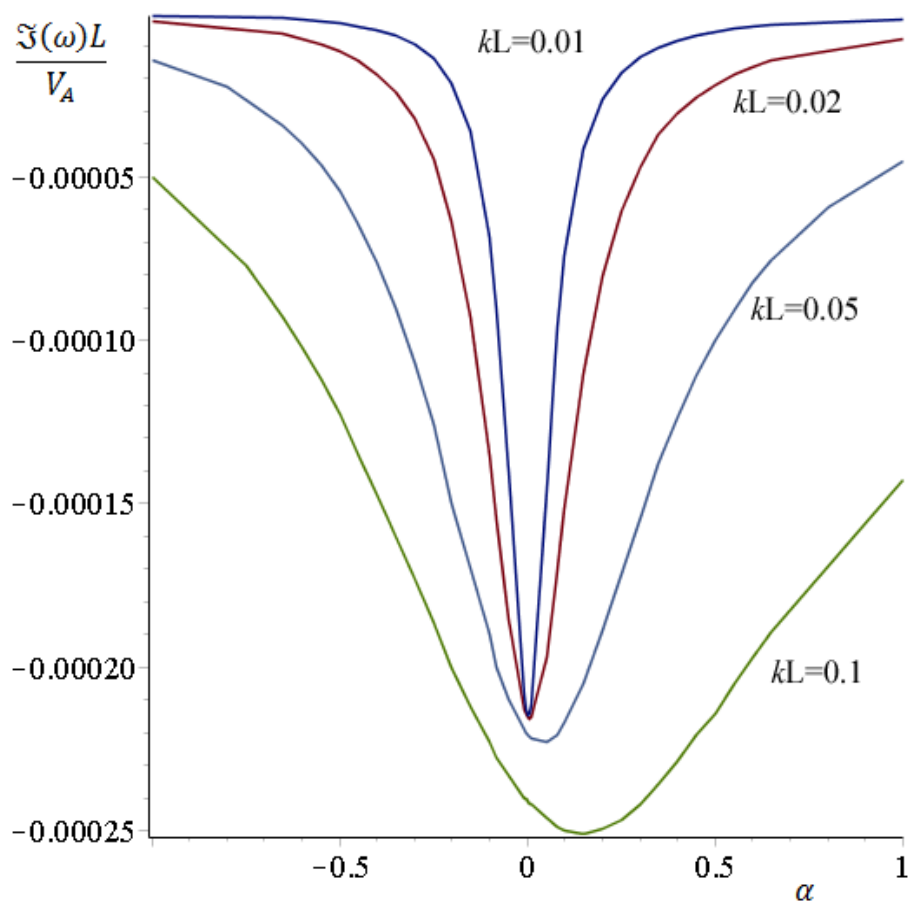


Рис. 2. Зависимость мнимой части частоты быстрой магнитозвуковой волны от показателя α , при угле распространения $\vartheta = \pi/4$.

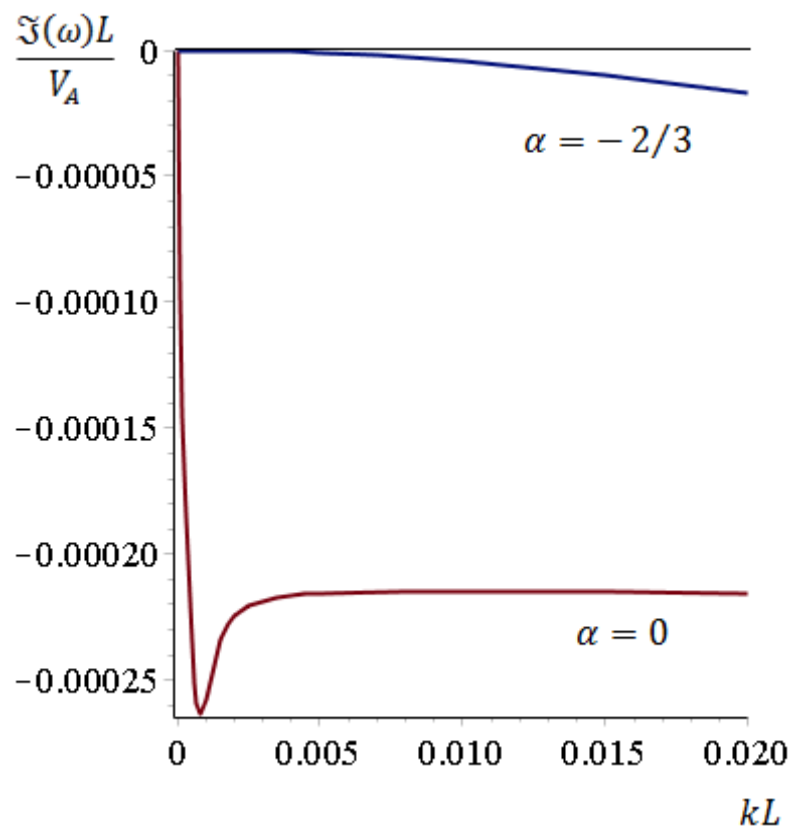


Рис. 3. Мнимая часть частоты быстрой магнитозвуковой волны. Зависимость от волнового числа. Рассмотрены аппроксимации (18) и (19).

Литература

1. Брагинский С.И. Вопросы теории плазмы. Вып. 1. Под ред. М.А. Леонтовича. –М.: Госатомиздат, 1963.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. –М.: Наука, 1982.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. –М.: Наука, 1986.
4. Hildner E. // *Solar Phys.* 1974. V. 35. P. 123.
5. Rosner R., Tucker W. H., Vaiana G.S. // *Astrophys. J.* 1978. V. 220. P. 643.
6. Landi E., Landini M. // *Astron. Astrophys.* 1999. V. 347. P. 401.
7. Михалев Б.Б., Веселовский И.С., Хонгорова О.В. // *Астрон. вестник.* 2013. Т. 47. № 1. С. 56.
8. Aschwanden M.J., Terradas J. // *Astrophys. J. Lett.* 2008. V. 686. P. 127.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СОЛНЕЧНЫХ ФИЛАМЕНТОВ

Л. Н. Джимбеева, В. Н. Шаповалов, О. Б. Манджиев, И. А. Лагаев

Калмыцкий государственный университет, Элиста

На поверхности Солнца можно часто наблюдать волокна, которые называются филаментами. Филаменты представляют собой гигантские волокончатые протуберанцы, простирающиеся над поверхностью Солнца. Волокна формируются в магнитных ловушках, которые удерживают относительно холодный плотный газ над поверхностью Солнца. Филаменты коллапсируют, когда магнитное поле в их окрестностях теряет стабильность, при разрушении филаментов наблюдаются солнечные вспышки. Филаменты можно представить как цепь магнитных островков, длина которой меняется в зависимости от давления, плотности, напряженности магнитного поля в солнечной плазме.

В работе [1] система уравнений Максвелла с учетом законов сохранения обобщенного импульса и полного гамильтониана сведена к уравнению Грэда – Шафранова в безразмерных величинах

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = e^{-2\psi} \quad (1)$$

и сводится в двумерном случае к нахождению функции $\psi(x, z)$.

Общее решение этого уравнения в терминах комплексной переменной $\zeta = X + iZ$ было получено Уолкером [2]. Он заметил, что решением однородного уравнения

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

будет любая функция комплексного переменного вида $f(\zeta) = g(\zeta) + h(\zeta^*)$, где ζ^* - комплексно-сопряженная величина. Неоднородное решение получено Уолкером в виде

$$\Psi = \frac{1}{2} \ln \left(- \frac{f^2}{\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 \right]} \right) \quad (3)$$

Правильность данного решения можно проверить простой подстановкой в уравнение Грэда - Шафранова.

В качестве функции $h(\zeta^*)$ Уолкер выбрал $1/g^*(\zeta)$. В таком случае, записав $g(\zeta) = u(X, Z) + i\nu(X, Z)$, где u и ν - вещественные функции, получим

$$f^2 = \frac{(1 + u^2 + \nu^2)^2}{(u - i\nu)^2}, \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 = \frac{-4 \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right)}{(u - i\nu)^2}. \quad (5)$$

С учетом условий Коши-Римана уравнение перепишем в виде

$$e^{-2\psi} = \frac{4|g'|^2}{(1+|g|^2)^2}, \quad g' = \frac{\partial g(\zeta)}{\partial \zeta}. \quad (6)$$

С формальной точки зрения, любая функция Ψ , задаваемая (17), является решением уравнения Грэда - Шафранова и ее окончательный вид определяется выбором конкретной формы генерирующей функции $g(\zeta)$. Однако, если рассматривать задачу с точки зрения построения моделей токового слоя, то далеко не всякая функция $g(\zeta)$ дает решение, имеющее физический смысл. К решению предъявляются следующие требования:

- во-первых, в получившейся конфигурации должен существовать токовый слой,
- во-вторых, каким-то образом должна моделироваться дипольная конфигурация силовых линий.

Решение Уолкера дало начало целой серии решений (конкретных форм функции g), в той или иной степени соответствующих данным требованиям, которые будут рассмотрены далее.

Из предложенных решений в данной работе представляет интерес решение Фадеева [2]

$$\psi = \ln\left(p \cos(x) + \sqrt{1+p^2} \cos H(z)\right), \quad (8)$$

где $p = \text{const}$; x, z - координаты, H - напряженность магнитного поля.

Данное решение представляет собой бесконечную цепочку магнитных островков (см. рисунок 1).

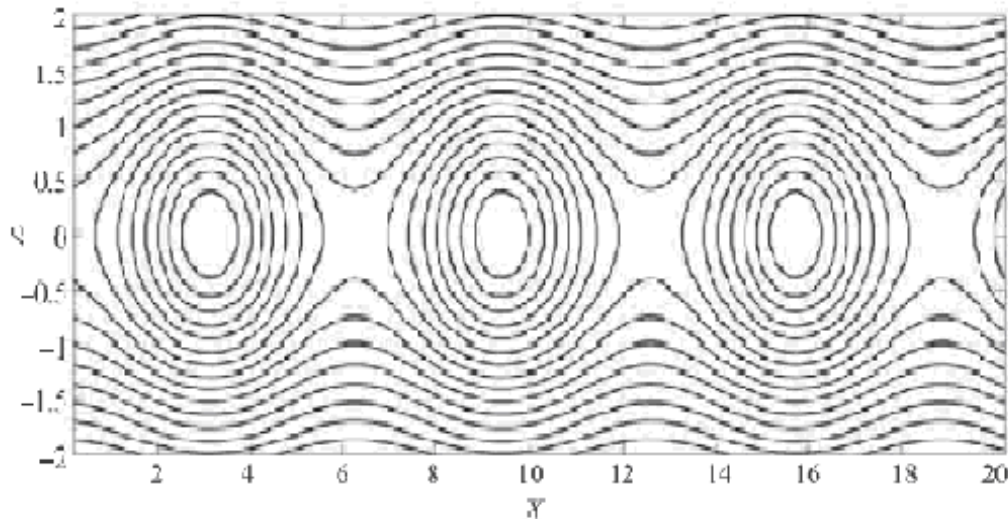


Рис.1. Конфигурации магнитных силовых линий для решения Фадеева при $p=0.5$

Предложенное решение Мананковой [3] имеет вид

$$\psi = \ln \frac{p \cos(x_1) + \sqrt{1+p^2} \cos H(z_1)}{\sqrt{w}} \quad (9)$$

где

$$x_1 = x - \frac{b(x-a)}{R^2}; \quad z_1 = z \left(1 + \frac{b}{R^2}\right)^2;$$

$$w = \left(1 + \frac{b}{R^2}\right)^2 - 4b \frac{z^2}{R^4}; \quad R^2 = (x-a)^2 + z^2;$$

где a, b - постоянные, R - радиус магнитного островка.

Данное решение представляет собой одно из неэквивалентных решений, представленных в работе [4,5], в которой предложена общая схема вычислений решений системы МГД идеальной плазмы, получены общие выражения для напряженности, давления, плотности для трех типов конфигурации. На рисунке 2 представлена конфигурация магнитных силовых линий для модели Мананковой.

В работе [6] получены равновесные конфигурации плазмы во внешнем потенциальном магнитном поле. В работе [7] приведена конфигурация для солнечных кольцеобразных образований.

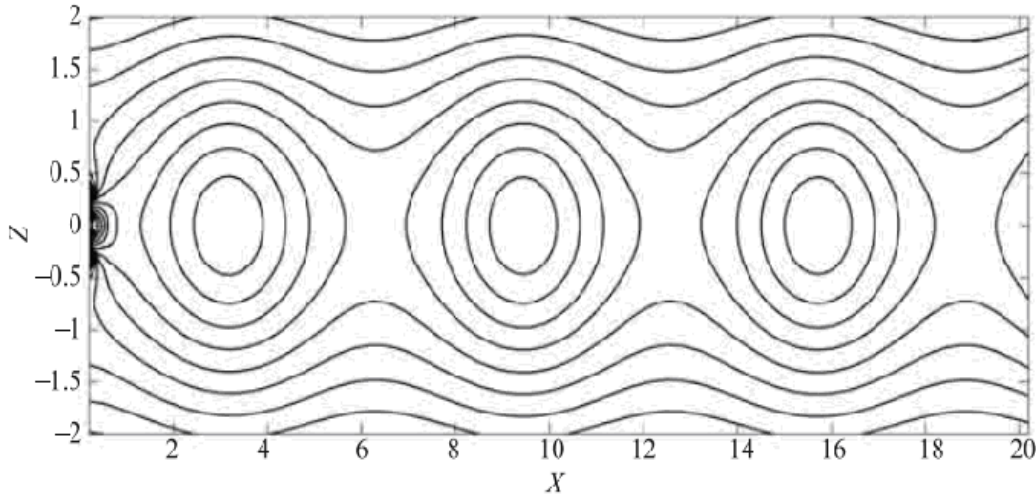


Рис. 2. Конфигурация магнитных силовых линий для модели Мананковой при параметре $p=0.5$.

В данной работе нами получено решение уравнения (1) в математическом пакете Maple

$$\psi(x, z) = -\frac{1}{2} \ln \left[-\frac{-1 + \tanh\left(\frac{x + F2(y)}{F1(y)}\right)^2}{F1(y)^2} \right], \quad (10)$$

где $F1(y), F2(y)$ – произвольные функции.

В качестве примера рассмотрим следующие функции

$$\psi(x, z) = -\frac{1}{2} \ln \left[-\frac{-1 + \tanh\left(\frac{x + \sin(y)}{\cos(y)}\right)^2}{\cos(y)^2} \right], \quad (11a)$$

$$\psi(x, z) = -\frac{1}{2} \ln \left(\frac{-1 + \tanh\left(\frac{x + \sin(y)}{\sin(y)}\right)^2}{\sin(y)^2} \right), \quad (116)$$

На рисунке 3 представлены конфигурации магнитных силовых линий, описываемых приведенными решениями уравнения (1)

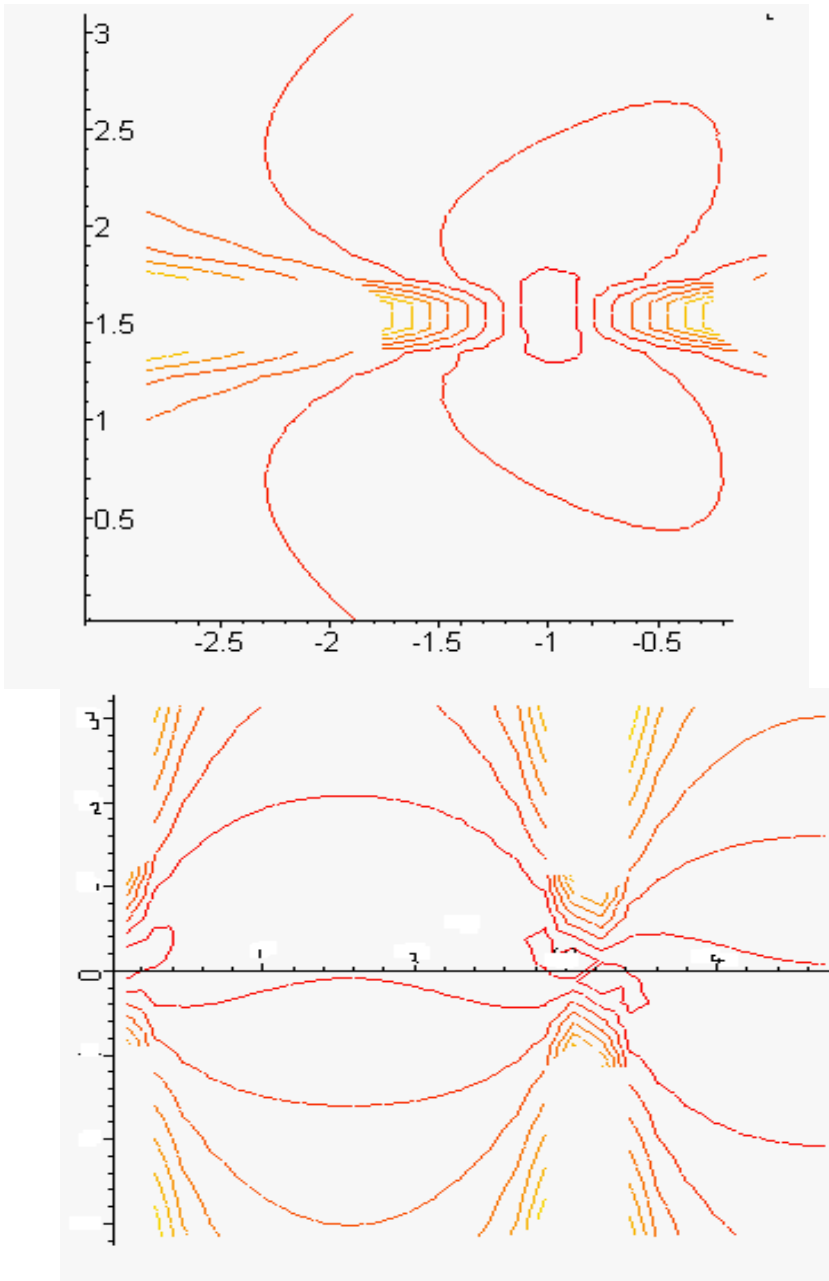


Рис. 3 Конфигурации магнитных силовых линий, описываемые функциями 11а, 11б.

В заключение нужно отметить, что подбирая функции $F1(y)$ и $F2(y)$ можно построить соответствующие наблюдательным данным конфигурации магнитных силовых линий солнечных образований.

Литература

1. В.С Семенов, М.А. Аинов, Д.И. Кубышкина. Асимметричные решения уравнения Грэда-Шафранова. // Вопросы геофизики. Выпуск 46. Спб., 2013; 137-153.
2. Фадеев В.М., Кварцхава И.Ф., Комаров Н.Н. Самофокусировка локальных плазменных токов // Ядерный синтез. 1965.Т5. с.202-208.
3. Manankova A.V., Pudovkin M.I., Runov A.V. Stationary configurations of the two-dimensional current-carrying plasma sheet: Exact solutions// Geomagn. Aeron. 2000. Vol, 40, №4, p.26-34.
4. В.Н. Шаповалов, О.В. Шаповалова К вопросу о стационарных инвариантных конфигурациях идеальной плазмы. //Известия вузов, т. 46. 2003, № 2; с.77.80
5. О.В. Шаповалов. Специальные стационарные конфигурации плазмы //Известия вузов. //Известия вузов, т.46, №2, 2003, с.92-93
6. Джимбеева Л.Н., В.Н. Шаповалов, О.Е. Агапова. Равновесные конфигурации во внешнем потенциальном магнитном поле.//Труды II региональной научно-практической конференции 22-24 ноября 2010 г. Элиста, с.151-154.
7. Киричек Е.А., Соловьев А.А., Шаповалов В.Н., Шаповалова О.Е. Ковариантная формулировка магнитогидростатической задачи структуры с осевой симметрией. // Труды Всероссийской конференции. Троицк.-2005. с. 151-154.

ВАРИАЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ РАЗЛИЧНЫХ ПОРЯДКОВ

В.К. Кочетков, О.В. Задорожная, Н.А. Оргдаева
Калмыцкий государственный университет им. Б.Б. Городовикова

Abstract

Variational formulas of various orders, by Kochetkov V.K., Zadorozhnaya O.V., Orgdaeva N.A. This work is devoted to the variational equations in the class of regular and univalent in the unit circle. The definition of variational formulas of various orders. Shown expression variations. The results generalize variational formula MA Lavrentiev.

Данная работа посвящена вариационным формулам в классе регулярных и однолистных в единичном круге функций. Дано определение вариационных формул различных порядков. Указаны выражения вариаций. Полученные результаты обобщают вариационную формулу М.А. Лаврентьева.

Полученные результаты могут быть использованы в геометрической теории функций комплексного переменного, а также в инженерной практике при расчетах профилей различных конструкций.

Вариационный принцип конформных отображений

Данный пункт посвящен «динамике» конформных отображений. В нем излагаются качественные и количественные предложения, позволяющие судить о том, как изменяются отображения при изменении границ отображаемых областей. Такого рода предложения представляют собой интерес для практики, ибо они дают простые методы пересчета при переходе от данной конструкции к близкой конструкции. Предположим, что при расчете за-проектированной конструкции оказалось, что некоторые величины превышают допустимые размеры. Тогда, естественно, возникает вопрос о том, где и насколько надо изменить конструкцию.

Основные вариационные принципы

Пусть в плоскости z даны две односвязные области D и \tilde{D} , ограниченные кривыми D и \tilde{D} , и пусть $w = f(z)$ и $w = \tilde{f}(z)$ – функции, реализующие конформные отображения D и \tilde{D} на одну из канонических областей (круг, полуплоскость, полосу) и одинаково нормированные. Задача ставится следующим образом:

Пусть отображение $w = f(z)$ известно, а контур \tilde{D} , близкий к D , найти главную часть ∂f приращения

$$\tilde{f}(z) - f(z) = \partial f + r(f, \tilde{f}) \quad (1)$$

при переходе от области D и \tilde{D} .

Даны два типа результатов, относящихся к решению этой задачи – качественные теоремы и методы приближенных подсчетов с оценками для остаточного члена $r(f, \tilde{f})$.

Основной вариационный принцип

Область, ограниченную кривой C , будем обозначать $D(C)$. Функцию, реализующую конформное отображение $D(C)$ на единичный круг, при котором фиксированная внутренняя точка z_0 области переходит в начало координат, обозначим

$$w = f(r, C); f(z_0, C) = 0 \quad (2)$$

Отображение области близкой к кругу

Определение 1: Обозначим через $E = \{z : |z| < 1\}$ – единичный круг, с центром $z = 0$ и радиусом 1.

Теорема 1:

1) пусть функция

$$g(z) = z, z \in E, \quad (3)$$

отображает круг E на круг,

$$2) \quad f_0(z) = \frac{z \cdot z_0^2}{(z_0 + z)^2} \quad (4)$$

Тогда имеет место вариационная формула третьего порядка

$$g(z, \lambda) = z + \lambda \cdot \delta_1 g + \frac{\lambda^2}{2!} \cdot \delta_2 g + \frac{\lambda^3}{3!} \cdot \delta_3 g + O(\lambda^3), \quad (5)$$

где

$$\delta_1 g = -\frac{f_0'(z)}{f_0'(z)} \quad (6)$$

и

$$\delta_2 g = -\frac{f_0''(z)}{f_0'^2(z)} \cdot f_0^2(z) + \frac{f_0(z)}{f_0'(z)}, \quad (7)$$

а также

$$\delta_3 g = -\frac{3 \cdot f_0'''(z) - f_0'(z) \cdot f_0'''(z)}{f_0'^3(z)} \cdot f_0^3(z) + 3 \cdot \frac{f_0''(z)}{f_0'^2(z)} \cdot f_0^2(z) - \frac{f_0(z)}{f_0'(z)}. \quad (8)$$

С учетом (4) найдем производные $f_0'(z), f_0''(z), f_0'''(z)$.

$$\begin{aligned} f_0'(z) &= z_0^2 \cdot \left(\frac{z}{(z+z_0)^2} \right)'_z = z_0^2 \cdot \frac{(z+z_0)^2 - z \cdot 2 \cdot (z+z_0)}{(z+z_0)^4} = \\ &= z_0^2 \cdot \frac{(z+z_0) - 2 \cdot z}{(z+z_0)^3} = z_0^2 \cdot \frac{z-z_0}{(z+z_0)^3} \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} f_0''(z) &= z_0^2 \cdot \left(\frac{z}{(z+z_0)^2} \right)''_z = z_0^2 \cdot \left(\left(\frac{z}{(z+z_0)^2} \right)'_z \right)'_z = \\ &= z_0^2 \cdot \left(\frac{z-z_0}{(z+z_0)^3} \right)'_z = z_0^2 \cdot \frac{(z+z_0)^3 + (z-z_0) \cdot 3 \cdot (z+z_0)^2}{(z+z_0)^5} = \\ &= z_0^2 \cdot \frac{(z+z_0) + 3 \cdot (z-z_0)}{(z+z_0)^3}; \end{aligned}$$

затем

$$\begin{aligned} f_0'''(z) &= z_0^2 \cdot \left(\frac{z}{(z+z_0)^2} \right)'''_z = z_0^2 \cdot \left(\left(\frac{z}{(z+z_0)^2} \right)''_z \right)'_z = \\ &= z_0^2 \cdot \left(\frac{(z+z_0) + 3 \cdot (z-z_0)}{(z+z_0)^3} \right)'_z = \\ &= z_0^2 \cdot \frac{(1-3) \cdot (z+z_0)^3 - ((z+z_0) + 3 \cdot (z-z_0)) \cdot 3 \cdot (z+z_0)^2}{(z+z_0)^5} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= z_0^2 \cdot \frac{-2 \cdot (z + z_0) - 3 \cdot (z + z_0) + 9 \cdot (z - z_0)}{(z + z_0)^3} = \\
&= z_0^2 \cdot \frac{9 \cdot (z - z_0) - 5 \cdot (z + z_0)}{(z + z_0)^3}.
\end{aligned}$$

Доказательство. Пусть

$$w = f_0(z) = \frac{z + z_0^2}{(z + z_0)^2} \quad (9)$$

и

$$\tilde{w}(z, \lambda) = \tilde{w} = e^{-\lambda} \cdot f_0(z), \lambda \geq 0, \quad (10)$$

а также

$$g(z, \lambda) = f_0^{-1}(e^{-\lambda} \cdot f_0(z)) = f_0^{-1}(\tilde{w}). \quad (11)$$

Дифференцируя последовательно по λ выражение в (5) будем иметь

$$\tilde{w}'_{\lambda}(z, \lambda) = -e^{-\lambda} \cdot f_0(z) = -\tilde{w} = -\tilde{w}(z, \lambda) \quad (12)$$

и

$$\tilde{w}''_{\lambda^2}(z, \lambda) = \tilde{w} = \tilde{w}(z, \lambda), \quad (13)$$

а также

$$\tilde{w}'''_{\lambda^3}(z, \lambda) = -\tilde{w} = -\tilde{w}(z, \lambda). \quad (14)$$

Дифференцируя последовательно по λ выражение в (6) будем иметь

$$g'_{\lambda}(z, \lambda) = f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}'_{\lambda}(z, \lambda) \quad (15)$$

и

$$g''_{\lambda^2}(z, \lambda) = f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}''_{\lambda^2}(z, \lambda) + f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}''_{\lambda^2}(z, \lambda), \quad (16)$$

а также

$$\begin{aligned}
g'''_{\lambda^3}(z, \lambda) &= f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}'''_{\lambda^3}(z, \lambda) + f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot 2 \cdot \tilde{w}' \cdot \tilde{w}''_{\lambda^2}(z, \lambda) + \\
&+ f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}'_{\lambda} \cdot \tilde{w}''_{\lambda^2}(z, \lambda) + f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}'''_{\lambda^3}(z, \lambda).
\end{aligned} \quad (17)$$

Подставим (12)-(14) в (15)

$$g'_{\lambda}(z, \lambda) = f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}, \quad (18)$$

в (16)

$$g''_{\lambda^2}(z, \lambda) = f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}^2 + f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}, \quad (19)$$

и в (17)

$$g'''_{\lambda^3}(z, \lambda) = -f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}^3 - 3 \cdot f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}^2 - f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot \tilde{w}. \quad (20)$$

С учетом (10),(9) перепишем выражение в (10)

$$g(z, \lambda) = f^{-1}(\tilde{w}), \quad (21)$$

в (18)

$$g'_{\lambda}(z, \lambda) = -f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot e^{-\lambda} \cdot f_0(z), \quad (22)$$

в (19)

$$g''_{\lambda^2}(z, \lambda) = f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot e^{-2\lambda} \cdot f_0^2(z) + f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot e^{-\lambda} \cdot f_0(z), \quad (23)$$

а также в (20)

$$g'''_{\lambda^3}(z, \lambda) = -f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot e^{-3\lambda} \cdot f_0^3(z) - 3 \cdot f_{0_{\tilde{w}}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot e^{-\lambda} \cdot f_0(z) \cdot \tilde{w}. \quad (24)$$

Мы указали выражения производных при ненулевых значениях параметра λ .

Укажем теперь выражение рассматриваемых величин при нулевых значениях параметра λ .

При $\lambda=0$ выражение в (10)-(14) переписутся в виде

$$\tilde{w}(z,0) = \tilde{w} = f_0(z) = w \quad (10')$$

и

$$g(z,0) = f_0^{-1}(f_0(z)) = f_0^{-1}(\tilde{w}), \quad (11')$$

а также

$$\tilde{w}'_z(z,0) = -f_0'(z) = -w' = -f_0'(z). \quad (12')$$

Заметим

$$\tilde{w}''_{\lambda^2}(z,0) = w'' = f_0''(z) \quad (13')$$

и

$$\tilde{w}'''_{\lambda^3}(z,0) = -w''' = -f_0'''(z). \quad (14')$$

Используя (10') – (14') перепишем выражения в (21)-(24) в виде

$$g(z,0) = f^{-1}(w) = z \quad (21')$$

и

$$g'_\lambda(z, \lambda) = -f_{0\tilde{w}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot f_0'(z), \quad (22')$$

а также

$$g''_{\lambda^2}(z, \lambda) = f_{0\tilde{w}^2}^{-1}(\tilde{w}) \cdot f_0''(z) + f_{0\tilde{w}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot f_0'(z). \quad (23')$$

Заметим

$$g'''_{\lambda^3}(z, \lambda) = -f_{0\tilde{w}^3}^{-1}(\tilde{w}) \cdot f_0'''(z) - 3 \cdot f_{0\tilde{w}^2}^{-1}(\tilde{w}) \cdot f_0''(z) - f_{0\tilde{w}}^{-1}(\tilde{w}) \cdot f_0'(z). \quad (24')$$

Учитывая (10') – (14'), (21') – (24') получим

$$g(z,0) = f_0^{-1}(w) = z \quad (21')$$

и

$$g'_\lambda(z,0) = -\frac{f_0'(z)}{f_0'(z)} = \delta_1 g, \quad (25)$$

а также

$$g''_{\lambda^2}(z,0) = -\frac{f_0''(z)}{f_0''(z)} \cdot f_0''(z) + \frac{f_0'(z)}{f_0'(z)} = \delta_2 g. \quad (26)$$

Преобразуем (24)-(26) в терминах производных функции $f_0(z)$ при $\lambda=0$

$$g'_\lambda(z,0) = -\frac{1}{f_0'(z)} \cdot f_0'(z) = \delta_1 g \quad (27)$$

и

$$g''_{\lambda^2}(z,0) = -\frac{f_0''(z)}{f_0''(z)} \cdot f_0''(z) + \frac{1}{f_0'(z)} \cdot f_0'(z) = \delta_2 g, \quad (28)$$

а также

$$\begin{aligned} g'''_{\lambda^3}(z,0) = & -\frac{3 \cdot f_0'''(z) - f_0''(z) \cdot f_0'''(z)}{f_0'''(z)} \cdot f_0'''(z) + \\ & + 3 \cdot \frac{f_0''(z)}{f_0''(z)} \cdot f_0''(z) - \frac{1}{f_0'(z)} \cdot f_0'(z) = \delta_3 g. \end{aligned} \quad (29)$$

Напишем разложение функции $g(z, \lambda)$ в ряд Маклорена по степеням λ . В общем случае имеем:

$$g(z, \lambda) = g(z, 0) + \frac{1}{1!} \cdot g'_\lambda(z, 0) + \frac{1}{2!} \cdot g''_{\lambda^2}(z, 0) + \frac{1}{3!} \cdot g'''_{\lambda^3}(z, 0) + \dots$$

С учетом (21'), (27) – (29) выражение в (29) переписывается в виде

$$g(z, \lambda) = z + \lambda \cdot \delta_1 g + \frac{\lambda^2}{2!} \cdot \delta_2 g + \frac{\lambda^3}{3!} \cdot \delta_3 g + \dots \quad (30)$$

Выражения в (27) – (29) совпадают с выражениями (6)–(8).

Теорема доказана.

Вариационные формулы высших порядков для произвольных регулярных и однолистных в единичном круге функций

Пусть

$$f(z, \lambda) = f(g(z, \lambda)), \quad (31)$$

дифференцируя последовательно по λ сложную функцию в (1) имеем

$$f'_\lambda(z, \lambda) = f'_g(g(z, \lambda)) \cdot g'_\lambda(z, \lambda) \quad (32)$$

и

$$f''_{\lambda^2}(z, \lambda) = f''_{gg} \cdot g_{\lambda^2} + f'_g \cdot g''_{\lambda^2}, \quad (33)$$

а также

$$\begin{aligned} f'''_{\lambda^3}(z, \lambda) &= f'''_{g^3} \cdot g_{\lambda^3} + f''_{g^2} \cdot 2 \cdot g'_\lambda \cdot g''_{\lambda^2} + f''_{g^2} \cdot 2 \cdot g'_\lambda \cdot g''_{\lambda^2} + f'_g \cdot g'''_{\lambda^2} = \\ &= f'''_{g^3} \cdot g_{\lambda^3} + 3 \cdot f''_{g^2} \cdot g'_\lambda \cdot g''_{\lambda^2} + f'_g \cdot g'''_{\lambda^2}. \end{aligned} \quad (34)$$

Так как $g(z, 0) = 0$, то с учетом (31)–(34) имеем

$$f(z, 0) = f(g(z, 0)) = f(z) \quad (31')$$

и

$$f'_\lambda(z, 0) = f'_g(z) \cdot g'_\lambda(z, 0) = \delta_1 g, \quad (35)$$

а также

$$f''_{\lambda^2}(z, 0) = f''(z) \cdot g_{\lambda^2}(z, 0) + f'_g(z) \cdot g''_{\lambda^2}(z, 0) = \delta_2 g \quad (36)$$

и

$$\begin{aligned} f'''_{\lambda^3}(z, 0) &= f'''(z) \cdot g_{\lambda^3}(z, 0) + 3 \cdot f''(z) \cdot g'_\lambda(z, 0) \cdot g''_{\lambda^2}(z, 0) + \\ &+ f'_g(z) \cdot g'''_{\lambda^3}(z, 0) = \delta_3 g. \end{aligned} \quad (37)$$

С учетом (3)–(5) выражения в (35)–(37) переписываются в виде

$$\delta_1 f = f'_g(z) \cdot \delta_1 g \quad (38)$$

и

$$\delta_2 f = f''(z) \cdot (\delta_1 g)^2 + f'_g(z) \cdot \delta_2 g, \quad (39)$$

а также

$$\delta_3 f = f'''(z) \cdot (\delta_1 g)^3 + 3 \cdot f''(z) \cdot \delta_1 g \cdot \delta_2 g + f'_g(z) \cdot \delta_3 g. \quad (40)$$

Рассмотрим

$$\begin{aligned} f(z, \lambda) &= f(z, 0) + \lambda \cdot \frac{1}{1!} \cdot f'_\lambda(z, 0) + \lambda^2 \cdot \frac{1}{2!} \cdot f''_{\lambda^2}(z, 0) + \\ &+ \lambda^3 \cdot \frac{1}{3!} \cdot f'''_{\lambda^3}(z, 0) + o(\lambda^3), \end{aligned} \quad (41)$$

при $\lambda \rightarrow 0$

С учетом (31)–(40) последнее выражение переписывается в виде

$$f(z, \lambda) = f(z) + \lambda \cdot \frac{1}{1!} \cdot \delta_1 f + \lambda^2 \cdot \frac{1}{2!} \cdot \delta_2 f + \lambda^3 \cdot \frac{1}{3!} \cdot \delta_3 f + o(\lambda^3), \quad (42)$$

при $\lambda \rightarrow 0$

Объединяя вышеизложенное и, используя (31)-(41), сформулируем теорему 2.

Теорема 2: Пусть функция $f(z)$ регулярна и однолистка в единичном круге E . Тогда функция $f(z, \lambda)$ вида (42) регулярна и однолистка в круге E при каждом $\lambda > 0$, где $\delta_1 f$, $\delta_2 f$, $\delta_3 f$ равны выражениям в (38), (39), (40) соответственно.

Таким образом, в данной работе рассмотрены вариационные формулы первого, второго и третьего порядка, что является обобщением вариационной формулы первого порядка М.А. Лаврентьева. Метод Лаврентьева нашел приложение к некоторым задачам аэро и гидромеханике, к механике сплошных сред, пересчет подъемной силы, к определению вариации скорости и подъемной силы профиля S в зависимости от вариации этого профиля. Задача обтекания со срывом струй была поставлена и приближенно решена в результате качественного исследования, основанного на вариационных принципах М.А. Лаврентьева. Метод М.А. Лаврентьева затруднителен при выводе вариационных формул высших порядков. В данной работе указан метод вывода вариационных формул высших порядков, позволяющих с большей точностью получать выражения различных величин аэро и гидромеханики.

Заметим, что вариационная формула М.А. Лаврентьева является частным случаем выведенных в выпускной работе. Вариационная формула М.А. Лаврентьева первого порядка совпадает с вариационной формулой первого порядка выведенной в выпускной работе.

Литература

1. Кочетков В.К., Задорожная О.В. – Некоторые вопросы аналитической теории дифференциальных уравнений и геометрической теории функции комплексного переменного – Элиста: Издательство Калм. ун-та, 2014.- 160 с.
2. Александров И.А. – Теории функций комплексного переменного: Учебник. – Томск: Томский Государственный университет, 2002. – 510 с.
3. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. – Лекции по математическому анализу: Учебник для вузов – 4-е изд., испр. Москва: Дрофа, 2004. – 640 с.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ОСОБОЙ РЕГУЛЯРНОЙ ТОЧКИ НЕЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

В.К. Кочетков, О.В. Задорожная, Б.О. Сумьянова

Калмыцкий государственный университет им. Б.Б. Городовикова, Элиста

Abstract

Necessary conditions of a special regular point of nonlinear differential equations, by Kochetkov V.K., Zadorozhnaya O.V., Sumyanova B.O. The article points to the evidence of the necessary conditions of a special regular point of nonlinear differential equations. There is also a generalization of the well-known Euler equations in the case of non-linear differential equations.

В статье указываются с доказательством необходимые условия существования особой регулярной точки нелинейного дифференциального уравнения. Здесь же дается обобщение известного уравнения Эйлера в случае нелинейного дифференциального уравнения.

Определение. Особая точка $z=0$ дифференциального уравнения

$$w'' + \gamma_0(z)w' + \gamma_1(z)w + \gamma_2(z)\frac{w^2}{w'} = 0 \quad (1)$$

называется особой регулярной, если дифференциальное уравнение (1) имеет интегралы вида

$$w = w(z) = z^{\rho} g(z), g(0) \neq 0, \quad (2)$$

где $g(z)$ - правильная в области $z=0$ функция.

Теорема 1. Пусть дифференциальное уравнение (1) имеет интегралы вида:

$$w_k = w_k(z) = z^{\rho_k} g_k(z), \quad (3)$$

$\rho_m \neq \rho_k$ при $k \neq m$, $m = \overline{1,3}$, $g_k(0) \neq 0$, $k = \overline{1,3}$, причем $g_k(z)$ - функции, регулярные в области $z=0$. Тогда в области $z=0$ дифференциальное уравнение имеет вид:

$$w'' + \frac{h_0(z)}{z} w' + \frac{h_1(z)}{z^2} w + \frac{h_2(z)}{z^3} \frac{w^2}{w'} = 0 \quad (4)$$

где $h_i(z)$ - регулярные в области $z=0$ функции, $h_i(0) \neq 0$, $i = \overline{0,2}$.

Доказательство. В предположении, что w_k в (3) являются интегралами дифференциального уравнения (1), имеем систему уравнений

$$w_k'' + \gamma_0(z)w_k' + \gamma_1(z)w_k + \gamma_2(z)\frac{w_k^2}{w_k'} = 0, k = \overline{1,2,3}, \quad (5)$$

которую перепишем в виде

$$\gamma_0(z)w_k' + \gamma_1(z)w_k + \gamma_2(z)\frac{w_k^2}{w_k'} = -w_k'', k = \overline{1,3} \quad (6)$$

Решим систему относительно $\gamma_k(z)$, $k = \overline{1,3}$. Обозначим

$$\delta_k = \frac{w_k^2}{w_k'}. \quad (7)$$

Положим

$$\Delta = \Delta(z) = \begin{vmatrix} w_1' & w_1 & \delta_1 \\ w_2' & w_2 & \delta_2 \\ w_3' & w_3 & \delta_3 \end{vmatrix}, \quad (8)$$

$$\Delta_0 = \Delta_0(z) = \begin{vmatrix} -w_1'' & w_1 & \delta_1 \\ -w_2'' & w_2 & \delta_2 \\ -w_3'' & w_3 & \delta_3 \end{vmatrix}, \quad (9)$$

$$\Delta_1 = \Delta_1(z) = \begin{vmatrix} w_1' & -w_1'' & \delta_1 \\ w_2' & -w_2'' & \delta_2 \\ w_3' & -w_3'' & \delta_3 \end{vmatrix}, \quad (10)$$

$$\Delta_2 = \Delta_2(z) = \begin{vmatrix} w_1' & w_1 & -w_1'' \\ w_2' & w_2 & -w_2'' \\ w_3' & w_3 & -w_3'' \end{vmatrix}. \quad (11)$$

В предположении, что $\Delta \neq 0$, с учетом (8) – (11) имеем

$$\gamma_k(z) = \frac{\Delta_k(z)}{\Delta(z)}, k = \overline{0,2}. \quad (12)$$

Запишем функции $w_k(z)$ в виде

$$w_k = w_k(z) = a_0^k z^{r_k} + a_1^k z^{r_k+1} + a_2^k z^{r_k+2} + \dots = \sum_{l=0}^{\infty} a_l^k z^{r_k+l}. \quad (13)$$

Продифференцируем функции $w_k(z)$ в (13)

$$w_k' = w_k'(z) = a_0^k r_k z^{r_k-1} + a_1^k (r_k+1) z^{r_k} + a_2^k (r_k+2) z^{r_k+1} + \dots = \sum_{l=0}^{\infty} a_l^k (r_k+l) z^{r_k+l-2}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} w_k'' = w_k''(z) &= a_0^k r_k (r_k-1) z^{r_k-2} + a_1^k (r_k+1) r_k z^{r_k-1} + a_2^k (r_k+2)(r_k+1) z^{r_k} + \dots = \\ &= \sum_{l=0}^{\infty} a_l^k (r_k+l)(r_k+l-1) z^{r_k+l-2}. \end{aligned} \quad (15)$$

С учетом (13), (14) получаем

$$\delta_k = \frac{w_k^2}{w_k'} = \frac{a_0^{2k} z^{2r_k} + \dots}{a_0^k r_k z^{r_k-1} + \dots} = \frac{z^{2r_k} (a_0^{2k} + \dots)}{z^{r_k-1} (a_0^k r_k + \dots)} = z^{r_k+1} \frac{a_0^k}{r_k}. \quad (16)$$

Разложим определитель Δ по элементам первого столбца:

$$\begin{aligned} \Delta = \Delta(z) &= w_1' \begin{vmatrix} w_2 & \delta_2 \\ w_3 & \delta_3 \end{vmatrix} + w_2' \begin{vmatrix} w_1 & \delta_1 \\ w_3 & \delta_3 \end{vmatrix} + w_3' \begin{vmatrix} w_1 & \delta_1 \\ w_2 & \delta_2 \end{vmatrix} = \\ &= w_1' (w_2 \delta_3 - w_3 \delta_2) + w_2' (w_1 \delta_3 - w_3 \delta_1) + w_3' (w_1 \delta_2 - w_2 \delta_1). \end{aligned} \quad (17)$$

Используя разложения (13) - (17), будем иметь

$$\Delta(z) = \frac{a_0^1 a_0^2 a_0^3}{r_1 r_2 r_3} z^{r_1+r_2+r_3} (r_1-r_2)(r_1-r_3)(r_2-r_3) + \dots \quad (18)$$

Разложим определитель $\Delta_0(z)$ по элементам первого столбца

$$\Delta_0(z) = -w_1'' \begin{vmatrix} w_2 & \delta_2 \\ w_3 & \delta_3 \end{vmatrix} + w_1'' \begin{vmatrix} w_1 & \delta_1 \\ w_3 & \delta_3 \end{vmatrix} - w_3'' \begin{vmatrix} w_1 & \delta_1 \\ w_2 & \delta_2 \end{vmatrix} = -w_1'' (w_2 \delta_3 - w_3 \delta_2) + w_2'' (w_1 \delta_3 - w_3 \delta_1) - w_3'' (w_1 \delta_2 - w_2 \delta_1) \quad (19)$$

Используя разложения (13) - (16), (19), получаем

$$\Delta_0(z) = -a_0^1 a_0^2 a_0^3 z^{r_1+r_2+r_3-1} \left\{ \left[-\frac{(r_1-r_2)(r_1-r_3)(r_2-r_3)}{r_1 r_2 r_3} \right] + \left[\frac{r_1^2}{r_3} - \frac{r_1^2}{r_2} + \frac{r_3^2}{r_1} - \frac{r_2^2}{r_3} + \frac{r_3^2}{r_2} - \frac{r_3^2}{r_1} \right] \right\} \quad (20)$$

Преобразуем выражение во второй квадратной скобке (20)

$$\Delta_0(z) = \frac{(r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)}{r_1 r_2 r_3} (r_1 + r_2 + r_3) \quad (21)$$

Рассмотрим непосредственно, с учетом (18). Так как

$$(r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3) = r_1^2 r_2 - r_1^2 r_3 + r_2^2 r_3 - r_1^3 r_2 - r_2^2 r_1 + r_3^2 r_1 - r_3^2 r_2,$$

то

$$(r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)(r_1 + r_2 + r_3) = r_1^3 r_2 - r_1^3 r_3 + r_2^2 r_3 - r_1 r_2^3 + r_1 r_3^3 - r_2 r_3^3.$$

Подставляя (21) в (20), получим:

$$\Delta_0(z) = \frac{a_0^1 a_0^2 a_0^3}{r_1 r_2 r_3} z^{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 - 1} (r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)(1 - r_1 - r_2 - r_3). \quad (22)$$

Разложим определитель $\Delta_1(z)$ в (10) по элементам первого столбца

$$\Delta_1(z) = w_1'(w_3''\delta_2 - w_2''\delta_3) + w_2'(w_1''\delta_3 - w_3''\delta_1) + w_3'(w_2''\delta_1 - w_1''\delta_2). \quad (23)$$

Используя разложения (13)-(16), (23), получим:

$$\Delta_1(z) = \frac{a_0^1 a_0^2 a_0^3}{r_1 r_2 r_3} z^{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 - 2} [r_1^2 r_3^3 - r_1^2 r_2^3 + r_2^2 r_1^3 - r_2^2 r_3^3 + r_3^2 r_2^3 - r_3^2 r_1^3]. \quad (24)$$

Преобразуем выражение:

$$r_1^2 r_3^3 - r_1^2 r_2^3 + r_2^2 r_1^3 - r_2^2 r_3^3 + r_3^2 r_2^3 - r_3^2 r_1^3 = (r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)(r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3). \quad (25)$$

С учетом (25) выражение (24) перепишем в виде:

$$\Delta_1(z) = \frac{a_0^1 a_0^2 a_0^3}{r_1 r_2 r_3} z^{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 - 2} (r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)(r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3) + \dots \quad (26)$$

Разложим определитель $\Delta_2(z)$ в (11) по элементам первого столбца:

$$\Delta_2(z) = w_1'(w_3 w_2'' - w_2 w_3'') + w_2'(w_1 w_3'' - w_3 w_1'') + w_3'(w_2 w_1'' - w_1 w_2'') \quad (27)$$

Используя разложения (13) – (16), (28), получаем

$$\Delta_2(z) = a_0^1 a_0^2 a_0^3 z^{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 - 3} [r_1 r_2^2 - r_1 r_3^2 + r_2 r_3^2 - r_1^2 r_2 + r_1^2 r_3 + r_2^2 r_3]. \quad (28)$$

С учетом (18) выражение в (28) перепишется в виде:

$$\Delta_2(z) = a_0^1 a_0^2 a_0^3 z^{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 - 3} (r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3) + \dots \quad (29)$$

Используя (18), (21), (22), (29), имеем:

$$\gamma_0(z) = \frac{\Delta_0(z)}{\Delta(z)} = \frac{\frac{a_0^1 a_0^2 a_0^3}{r_1 r_2 r_3} z^{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 - 1} (r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)(1 - r_1 - r_2 - r_3)}{\frac{a_0^1 a_0^2 a_0^3}{r_1 r_2 r_3} z^{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3} (r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)} + \dots = \frac{1 - r_1 - r_2 - r_3}{z} + \dots = \frac{h_0(z)}{z}, \quad (30)$$

$$\gamma_1(z) = \frac{\Delta_1(z)}{\Delta(z)} = \frac{\frac{a_0^1 a_0^2 a_0^3}{r_1 r_2 r_3} z^{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 - 2} (r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)(r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3)}{\frac{a_0^1 a_0^2 a_0^3}{r_1 r_2 r_3} z^{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3} (r_1 - r_2)(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)} + \dots = \frac{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3}{z^2} = \frac{h_1(z)}{z^2}, \quad (31)$$

$$\gamma_2(z) = \frac{\Delta_2(z) - a_0^1 a_0^2 a_0^3 z^{r_1+r_2+r_3-3} (r_1-r_2)(r_1-r_3)(r_2-r_3)}{\Delta(z) \frac{a_0^1 a_0^2 a_0^3}{r_1 r_2 r_3} z^{r_1+r_2+r_3} (r_1-r_2)(r_1-r_3)(r_2-r_3)} + \dots = \frac{r_1 r_2 r_3}{z^3} + \dots = \frac{h_2(z)}{z^3}. \quad (32)$$

С учетом (30) - (32) выражение (1) переписывается в виде (4). Теорема 1 доказана.

Теорема 2. Для того, чтобы точка z_0 была правильной особой точкой дифференциального уравнения

$$w'' + \gamma_0(z)w' + \gamma_1(z)w'' + \gamma_2(z)\frac{w^2}{w} = 0$$

необходимо и достаточно, чтобы уравнение в окрестности особой точки z_0 имело разложение вида

$$w'' + \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \gamma_k^0 (z-z_0)^k}{z-z_0} w' + \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \gamma_k^1 (z-z_0)^k}{(z-z_0)^2} w + \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \gamma_k^2 (z-z_0)^k}{(z-z_0)^3} \frac{w^2}{w} = 0.$$

Доказательство проведено в ходе доказательства теоремы 1 и по аналогии с известным доказательством утверждения для линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка.

Обобщенная аналогия

Хорошо известное уравнение Эйлера имеет вид

$$D(w) = z^2 w'' + a_1 z w' + a_2 w = 0 \quad (33)$$

или

$$w'' + \frac{a_1}{z} w' + \frac{a_2}{z^2} w = 0. \quad (34)$$

Уравнение (33) является одним из основных линейных однородных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, имеющих конечную правильную особую точку.

Уравнение (33) является простейшим примером линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка, решения которых находятся путем разложения в обобщенный ряд в окрестности регулярной особой точки.

Рассмотрим нелинейное однородное дифференциальное уравнение

$$z^3 w'' + \alpha z^2 w' + \beta z w + \gamma \frac{w^2}{w} = 0. \quad (35)$$

По аналогии с уравнением (33) решение уравнения (35) будем искать в виде

$$w = z^\rho, \quad (36)$$

где ρ – число, подлежащее определению.

Дифференцируя последовательно по z выражение в (36), получим

$$w' = \rho z^{\rho-1}, \quad w'' = \rho(\rho-1)z^{\rho-2}. \quad (37)$$

Подставляя (36), (37) в (35), получим

$$z^3 \rho(\rho-1)z^{\rho-2} + \alpha z^2 \rho z^{\rho-1} + \beta z^{\rho+1} + \gamma \frac{z^{\rho+1}}{\rho} = 0. \quad (38)$$

Умножая на ρ и сокращая на $z^{\rho+1}$, выражение в (38) приведем к виду:

$$\rho^2(\rho-1) + \alpha\rho^2 + \beta\rho + \gamma = 0$$

или к виду:

$$\rho^3 + \rho^2(\alpha-1) + \beta\rho + \gamma = 0. \quad (39)$$

Уравнение (39) является алгебраическим уравнением третьей степени.

Пусть ρ_1, ρ_2, ρ_3 - решения уравнения (39), причем различные и разность двух из них не является целым числом. В этом случае каждому корню соответствует частное решение уравнения (39).

В соответствии с (36) эти частные решения имеют вид:

$$w_1 = z^{\rho_1}, w_2 = z^{\rho_2}, w_3 = z^{\rho_3}.$$

Так как эти решения образуют фундаментальную систему решений, то общее решение исходного уравнения (35) является линейной комбинацией этих решений:

$$w(z) = c_1 w_1 + c_2 w_2 + c_3 w_3 = c_1 z^{\rho_1} + c_2 z^{\rho_2} + c_3 z^{\rho_3}.$$

Рассмотрение ситуаций, в которых ρ_1, ρ_2, ρ_3 не являются различными, не предусмотрено при выполнении данной работы.

Анализ. Как для уравнения (34), так и для уравнения (35) решение ищется в виде $w = z^\rho \cdot g(z)$, где $g(z)$ – регулярная в окрестности $z=0$ функция. Оба уравнения являются однородными уравнениями второго порядка. Однако уравнения (33), (34) являются линейными, а уравнение (35) не является линейным уравнением.

В данной работе указаны случаи существования решений, представимых в виде обобщенного ряда, необязательно по целым положительным степеням.

Здесь вводятся понятия конечных и бесконечных особых регулярных точек и указывается метод нахождения решения в каждом из этих случаев.

Пусть z_0 - конечная регулярная особая точка дифференциального уравнения (33), тогда его решение представимо в виде степенного ряда

$$\omega(z) = (z - z_0)^\rho \sum_{n=0}^{\infty} c_n (z - z_0)^n,$$

сходящегося в некоторой окрестности точки z_0 .

Пусть $z_0 = \infty$ - регулярная особая точка дифференциального уравнения (33), тогда его решение представимо в виде степенного ряда

$$\omega(z) = \eta^\rho \sum_{n=0}^{\infty} c_n \eta^n, \quad \eta = \frac{1}{z},$$

сходящегося в некоторой окрестности точки $z_0 = \infty$.

Литература

1. И. А. Александров. Теория функций комплексного переменного, - г. Томск: ТГУ, 2002, 510 с.
2. П.Н.Матвеев. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. - Издательство «Лань». 2008г.
3. М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного, 6-е издание., стер.- СПб: Издательство «Лань», 2002г., 688с.
4. В. К. Кочетков, О.В. Задорожная. Некоторые вопросы аналитической теории дифференциальных уравнений и геометрической теории функций комплексного переменного. – Элиста: Издательство Калм. ун-та, 2014. – 160с.

НЕЛИНЕЙНАЯ РАДИАЛЬНАЯ МОДА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ МАГНИТНОЙ ТРУБКИ. I. ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СКОРОСТИ

Г. А. Манкаева, Е. Нага Варун, Б. Б. Михальев

Калмыцкий государственный университет им. Б. Б. Городовикова

Введение. В 2016 г. исполнилось 20 лет с момента начала работы космического многоволнового солнечного наблюдательного комплекса SOHO (Solar and Heliospheric Observatory) с аппаратами из крайнего ультрафиолетового диапазона длин волн. После этого были запущены космические научные станции Transition Region and Coronal Explorer (1998 г.), Hinode (2009 г.), Solar Dynamics Observatory (2010 г.) и др., несущие приборы с высоким временным и пространственным разрешением. Наблюдения показывают сложную структуру солнечной атмосферы, состоящую из множества магнитных силовых трубок разного масштаба, и существование в ней различных нестационарных процессов, к которым в первую очередь следует отнести колебания и волны. В области спектра частот, доступной для перечисленных станций в области ультрафиолетового диапазона, колебания и волны обычно моделируются в приближении магнитной гидродинамики (МГД).

Линейные МГД-колебания магнитных силовых трубок начали изучаться с широко известных работ Розенберга (Rosenberg, 1970), Зайцева и Степанова (1975) применительно к ранним наблюдениям в радио и рентгеновском диапазонах. Получены обширные результаты по различным видам собственных колебаний (мод) магнитных трубок, с которыми можно познакомиться в целом ряде обзоров и монографий (Aschwanden, 2006; Stepanov, Zaitsev, and Nakariakov, 2012). Появилось целое направление в солнечной физике, называемое корональной сейсмологией, в котором по наблюдаемым колебаниям изучаются физические свойства корональной плазмы и магнитного поля.

Радиальная мода представляет собой колебания магнитной трубки, в которой колебания плазмы имеют радиальное направление. Трубка испытывает аксиально-симметричные возмущения, представляя собой последовательность расширенных и суженных участков, оправдывая англоязычное название моды (sausage-mode). Подобные колебания вызываются, в частности, вспышками, происходящими вблизи вершин вспышечно-активных корональных петель. Изменение величины и направления магнитного поля приводит к модуляции интенсивности микроволнового радиоизлучения, испускаемого релятивистскими электронами, ускоренными во время вспышки. Под действием колебаний электроны периодически высыпаются в нижние плотные слои атмосферы, вызывая периодически меняющееся излучение плазмы в области жесткого рентгеновского излучения. Микроволновое и рентгеновское излучение во время вспышки регистрируются соответственно наземными и космическими наблюдательными средствами.

Нелинейный подход, позволяющий рассматривать колебания большой амплитуды и, соответственно, получить более адекватные результаты, используется в астрофизике также давно (см. работы Ruderman, 2003, 2006 и ссылки там). Одним из методов исследования нелинейного поведения волн является метод, основанный на получении нелинейного уравнения Шредингера или НУШ (Zabolotskaya and Shvartsburg, 1987; Nakariakov, Roberts, and Petrukhin, 1997). Он позволяет определить поведение во времени и пространстве амплитуды рассматриваемой моды. Данный метод широко используется при изучении модуляционной неустойчивости волн, например, волн в солнечных корональных петлях (Накаряков, Петрухин, Файнштейн, 1991; Nakariakov, Roberts, and Petrukhin, 1997). В указанных работах корональные петли рассматриваются в виде плоского слоя плазмы, удерживаемого магнитным полем. Более реалистичной моделью солнечных магнитных трубок является трубка цилиндрической формы. Такая модель была использована применительно к корональным петлям, которые характеризуются относительно малым давлением плазмы по сравнению с магнит-

ным, то есть в приближении нулевой плазменной бета (Mikhalyaev and Ruderman, 2014; Mikhalyaev, Ruderman, and Naga Varun, 2015).

В настоящей работе изучаются нелинейные свойства аксиально-симметричных магнитозвуковых мод цилиндрической магнитной трубки в предположении, что давление плазмы играет такую же роль в динамике плазмы, как и магнитное давление. Подобный подход позволит использовать полученные теоретические результаты в применении не только к корональным петлям, но и к магнитным трубкам, находящимся в более плотных слоях атмосферы, в хромосфере и фотосфере. Технически новый подход заключается в учете газового давления в используемых уравнениях МГД. Основной задачей данной публикации мы видим демонстрацию метода получения НУШ. Соответствующие расчеты являются очень трудоемкими, что в определенной степени объясняет небольшое количество работ в этой области. Мы разделили расчеты на две части и здесь публикуем первую часть, которая включает вывод слабонелинейного уравнения для скорости и соответствующих граничных условий. Вторая часть будет содержать вывод коэффициентов НУШ, выраженные через параметры магнитной трубки и рассматриваемой моды.

Исходные уравнения. Для изучения радиальных колебаний мы используем уравнения идеальной МГД, не содержащие диссипативные эффекты,

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\mu_0 \rho} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p + \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0. \quad (5)$$

Рассматриваются малые возмущения (обозначены тильдой) однородного магнитного поля и однородного равновесного состояния плазмы, характеризующегося однородным распределением ее плотности и давления,

$$\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{n}, \quad |\mathbf{n}| = 1, \quad B_0, \rho_0, p_0 - \text{const}. \quad (6)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \tilde{\mathbf{B}}, \quad \rho = \rho_0 + \tilde{\rho}, \quad p = p_0 + \tilde{p}. \quad (7)$$

Скорость также считается малым возмущением. Подставляем выражения (7) в уравнения (1)-(5), разлагаем члены уравнений в ряды по степеням малых величин и оставляем только те члены, которые содержат малые величины до третьего порядка. Получаем нелинейные уравнения для возмущений

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \nabla \tilde{p} - \frac{1}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times \tilde{\mathbf{B}}) \times \mathbf{B}_0 = -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0^2} \nabla \tilde{p} - \frac{\tilde{\rho}}{\mu_0 \rho_0^2} (\nabla \times \tilde{\mathbf{B}}) \times \mathbf{B}_0 \quad (8)$$

$$+ \frac{1}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times \tilde{\mathbf{B}}) \times \tilde{\mathbf{B}} - \frac{\tilde{\rho}^2}{\rho_0^3} \nabla \tilde{p} + \frac{\tilde{\rho}^2}{\mu_0 \rho_0^3} (\nabla \times \tilde{\mathbf{B}}) \times \mathbf{B}_0 - \frac{\tilde{\rho}}{\mu_0 \rho_0^2} (\nabla \times \tilde{\mathbf{B}}) \times \tilde{\mathbf{B}}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v} = -\nabla \cdot \tilde{\rho} \mathbf{v},$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} + \gamma p_0 \nabla \cdot \mathbf{v} = -\mathbf{v} \cdot \nabla \tilde{p} - \tilde{\gamma} \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) = \nabla \times (\mathbf{v} \times \tilde{\mathbf{B}}), \quad (11)$$

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{B}} = 0. \quad (12)$$

Здесь все линейные члены находятся в левых частях уравнений, нелинейные – в правых. Введем безразмерные величины плотности, давления и магнитной индукции

$$\tilde{\mathbf{B}} / \mathbf{B}_0 = \mathbf{b}, \quad \tilde{\rho} / \rho_0 = \rho, \quad \tilde{p} / p_0 = p. \quad (13)$$

Для упрощения записи для безразмерных плотности и давления оставляем первоначальные обозначения. Скорость остается величиной размерной. Для новых величин получаются уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{p_0}{\rho_0} \nabla p - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n} = -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \frac{p_0}{\rho_0} \rho \nabla p + \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{b} \\ - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n} - \frac{p_0}{\rho_0} \rho^2 \nabla p - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{b} + \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho^2 (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{v} - \nabla \cdot \rho \mathbf{v}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\gamma \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathbf{v} \cdot \nabla p - \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}) - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{b}), \quad (17)$$

$$\nabla \times \mathbf{b} = 0. \quad (18)$$

Следующим шагом является исключение плотности, давления и магнитной индукции. Для этого дифференцируем уравнение (14) по времени

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} + \frac{p_0}{\rho_0} \nabla \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \left(\nabla \times \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} \right) \times \mathbf{n} = - \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{p_0}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} \nabla p + \frac{p_0}{\rho_0} \rho \nabla \frac{\partial p}{\partial t} \\ + \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \left(\nabla \times \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} \right) \times \mathbf{b} + \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times \mathbf{b}) \times \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n} - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho \left(\nabla \times \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} \right) \times \mathbf{n} \\ - \frac{2p_0}{\rho_0} \rho \frac{\partial \rho}{\partial t} \nabla p - \frac{p_0}{\rho_0} \rho^2 \nabla \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{b} - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho \left(\nabla \times \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} \right) \times \mathbf{b} \\ - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho (\nabla \times \mathbf{b}) \times \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} + \frac{2B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho \frac{\partial \rho}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n} + \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho^2 \left(\nabla \times \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} \right) \times \mathbf{n}. \end{aligned} \quad (19)$$

Из формул (14)-(17) подставляем первые производные по времени. Оставляя только квадратичные и кубичные нелинейные члены, получаем

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} - \frac{p_0}{\rho_0} \nabla [\gamma \nabla \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla p - \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v}] - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times [\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}) - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{b})]) \times \mathbf{n} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
&= - \left[\begin{aligned} &+ \frac{p_0}{\rho_0} \nabla p - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n} = -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \frac{p_0}{\rho_0} \rho \nabla p + \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{b} \\ &- \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n} - \frac{p_0}{\rho_0} \rho^2 \nabla p - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{b} + \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho^2 (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n} \end{aligned} \right] \cdot \nabla \mathbf{v} \\
&- (\mathbf{v} \cdot \nabla) \left[\begin{aligned} &+ \frac{p_0}{\rho_0} \nabla p - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n} = -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \frac{p_0}{\rho_0} \rho \nabla p + \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{b} \\ &- \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n} - \frac{p_0}{\rho_0} \rho^2 \nabla p - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{b} + \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho^2 (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n} \end{aligned} \right] \\
&\quad + \frac{p_0}{\rho_0} [-\nabla \cdot \mathbf{v} - \nabla \cdot \rho \mathbf{v}] \nabla p + \frac{p_0}{\rho_0} \rho \nabla [-\gamma \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathbf{v} \cdot \nabla p - \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v}] \\
&+ \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times [\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}) - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{b})]) \times \mathbf{b} + \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times \mathbf{b}) \times [\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}) - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{b})] \\
&\quad - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} [-\nabla \cdot \mathbf{v} - \nabla \cdot \rho \mathbf{v}] (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n} - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho (\nabla \times [\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}) - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{b})]) \times \mathbf{n} \\
&\quad - \frac{2p_0}{\rho_0} \rho [-\nabla \cdot \mathbf{v} - \nabla \cdot \rho \mathbf{v}] \nabla p - \frac{p_0}{\rho_0} \rho^2 \nabla [-\gamma \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathbf{v} \cdot \nabla p - \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v}] \\
&\quad - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} [-\nabla \cdot \mathbf{v} - \nabla \cdot \rho \mathbf{v}] (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{b} - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho (\nabla \times [\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}) - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{b})]) \times \mathbf{b} \\
&\quad - \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho (\nabla \times \mathbf{b}) \times [\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}) - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{b})] + \frac{2B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho [-\nabla \cdot \mathbf{v} - \nabla \cdot \rho \mathbf{v}] (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{n} \\
&\quad + \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \rho^2 (\nabla \times [\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}) - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{b})]) \times \mathbf{n}.
\end{aligned}$$

Для исключения величин плотности, давления и магнитной индукции интегрируем уравнения (15)-(17), используя процедуру формального интегрирования по времени (Zabolotskaya and Shvartsburg, 1987; Nakariakov, Roberts, and Petrukhin, 1997),

$$\rho = -I \nabla \cdot \mathbf{v} - I \nabla \cdot \rho \mathbf{v}, \quad (21)$$

$$p = -\gamma I \nabla \cdot \mathbf{v} - I \mathbf{v} \cdot \nabla p - I \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (22)$$

$$\mathbf{b} = I \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}) - I \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{b}). \quad (23)$$

Здесь I есть оператор интегрирования по времени, $I = \int dt$. Из (21)-(23) методом последовательных приближений, учитывая члены до 3-го порядка, находим приближенные выражения исключаемых величин через скорость,

$$\rho = -I \nabla \cdot \mathbf{v} + I \nabla \cdot ((I \nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{v}) - I \nabla \cdot ((I \nabla \cdot (I \nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{v}) \mathbf{v}), \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
p &= -\gamma I \nabla \cdot \mathbf{v} + \gamma^2 I (I \nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \gamma I \mathbf{v} \cdot \nabla (I \nabla \cdot \mathbf{v}) - \gamma^3 I (I (I \nabla \cdot \mathbf{v}) \nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \cdot \mathbf{v}) \\
&- \gamma^2 I (I \mathbf{v} \cdot \nabla (I \nabla \cdot \mathbf{v})) \nabla \cdot \mathbf{v} - \gamma^2 I \mathbf{v} \cdot \nabla (I (I \nabla \cdot \mathbf{v}) \nabla \cdot \mathbf{v}) - \gamma I \mathbf{v} \cdot \nabla (I \mathbf{v} \cdot \nabla (I \nabla \cdot \mathbf{v})),
\end{aligned} \quad (25)$$

$$\mathbf{b} = I \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}) + I \nabla \times (\mathbf{v} \times (I \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) + I \nabla \times (\mathbf{v} \times (I \nabla \times (\mathbf{v} \times (I \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))))). \quad (26)$$

Выражения (24)-(26) следует подставить в уравнение (20), но прежде введем величины

$$C_s = \sqrt{\frac{\mathcal{P}_0}{\rho_0}}, \quad V_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}}, \quad (27)$$

означающие звуковую и альвеновскую скорости равновесной среды. Уравнение (20) в окончательном виде содержит только одну неизвестную функцию \mathbf{v} . Запишем его в упорядоченном виде, отделяя линейные, квадратичные и кубичные члены,

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) - V_A^2 (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times \mathbf{n} = \mathbf{N}_2 + \mathbf{N}_3. \quad (28)$$

Здесь линейные члены находятся в левой части, нелинейные сгруппированы по порядку,

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_2 = & -C_s^2 \nabla(\mathbf{v} \cdot \nabla(I\nabla \cdot \mathbf{v})) - \gamma C_s^2 \nabla((I\nabla \cdot \mathbf{v})\nabla \cdot \mathbf{v}) - C_s^2 ((\nabla(I\nabla \cdot \mathbf{v})) \cdot \nabla) \mathbf{v} \\ & + V_A^2 (I\nabla \cdot \mathbf{v})(\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times \mathbf{n} + V_A^2 (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))) \times \mathbf{n} \\ & - V_A^2 (((\nabla \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times \mathbf{n}) \cdot \nabla) \mathbf{v} - V_A^2 (\mathbf{v} \cdot \nabla)((\nabla \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times \mathbf{n}) \\ & + V_A^2 (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})) + V_A^2 (\nabla \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})) \\ & + V_A^2 (\nabla \cdot \mathbf{v})(\nabla \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times \mathbf{n}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_3 = & (((\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}) \cdot \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)((\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}) \\ & + \gamma C_s^2 \nabla(\mathbf{v} \cdot \nabla(I(I\nabla \cdot \nabla)(\nabla \cdot \mathbf{v}))) + C_s^2 \nabla(\mathbf{v} \cdot \nabla((I\nabla \cdot \nabla)(I\nabla \cdot \mathbf{v}))) \\ & + \gamma^2 C_s^2 \nabla((I(I\nabla \cdot \mathbf{v})(\nabla \cdot \mathbf{v}))\nabla \cdot \mathbf{v}) + \gamma C_s^2 \nabla((I\nabla \cdot \nabla(I\nabla \cdot \mathbf{v}))\nabla \cdot \mathbf{v}) \\ & + \gamma C_s^2 ((\nabla(I(I\nabla \cdot \mathbf{v})(\nabla \cdot \mathbf{v}))) \cdot \nabla) \mathbf{v} + C_s^2 ((\nabla(I\nabla \cdot \nabla(I\nabla \cdot \mathbf{v}))) \cdot \nabla) \mathbf{v} \\ & + \gamma C_s^2 (\mathbf{v} \cdot \nabla) \nabla(I(I\nabla \cdot \mathbf{v})(\nabla \cdot \mathbf{v})) + C_s^2 (\mathbf{v} \cdot \nabla) \nabla(I\nabla \cdot \nabla(I\nabla \cdot \mathbf{v})) \\ & - \gamma C_s^2 (\nabla \cdot \mathbf{v}) \nabla(I(I\nabla \cdot \mathbf{v})(\nabla \cdot \mathbf{v})) - C_s^2 (\nabla \cdot \mathbf{v}) \nabla(I\nabla \cdot \nabla(I\nabla \cdot \mathbf{v})) \\ & - C_s^2 (I\nabla \cdot ((I\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{v})) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) - C_s^2 (\nabla \cdot ((I\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{v})) \nabla(I\nabla \cdot \mathbf{v}) \\ & - C_s^2 (I\nabla \cdot \mathbf{v}) \nabla(\mathbf{v} \cdot \nabla(I\nabla \cdot \mathbf{v})) - \gamma C_s^2 (I\nabla \cdot \mathbf{v}) \nabla((I\nabla \cdot \mathbf{v})(\nabla \cdot \mathbf{v})) \\ & + 2C_s^2 (I\nabla \cdot \mathbf{v})(\nabla \cdot \mathbf{v}) \nabla(I\nabla \cdot \mathbf{v}) + C_s^2 (I\nabla \cdot \mathbf{v})^2 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) \\ & - C_s^2 (I\nabla \cdot \mathbf{v})(\nabla(I\nabla \cdot \mathbf{v}) \cdot \nabla) \mathbf{v} - C_s^2 (\mathbf{v} \cdot \nabla)((I\nabla \cdot \mathbf{v}) \nabla(I\nabla \cdot \mathbf{v})) \\ & \quad + V_A^2 (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))))) \times \mathbf{n} \\ & \quad - V_A^2 (((\nabla \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))) \times \mathbf{n}) \cdot \nabla) \mathbf{v} \\ & \quad - V_A^2 (\mathbf{v} \cdot \nabla)((\nabla \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))) \times \mathbf{n}) \\ & \quad + V_A^2 (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))) \\ & \quad + V_A^2 (\nabla \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))) \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})) \\ & \quad + V_A^2 (\nabla \cdot \mathbf{v})(\nabla \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times (I\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))) \times \mathbf{n} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
& -V_A^2 (\nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v})) (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times \mathbf{n} \\
& -V_A^2 (((\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times ((\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))) \cdot \nabla) \mathbf{v} \\
& -V_A^2 (\nabla \cdot \mathbf{v}) (((\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times \mathbf{n}) \cdot \nabla) \mathbf{v} \\
& -V_A^2 (\mathbf{v} \cdot \nabla) ((\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \\
& -V_A^2 (\mathbf{v} \cdot \nabla) ((\nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times \mathbf{n}) \\
& +V_A^2 (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))) \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})) \\
& +V_A^2 (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))) \\
& +V_A^2 (\nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})) \\
& -V_A^2 (\nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v})) (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times \mathbf{n} \\
& +V_A^2 (\nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))) \times \mathbf{n} \\
& +V_A^2 (\nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})) \\
& +V_A^2 (\nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})) \\
& +2V_A^2 (\nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times \mathbf{n} \\
& +V_A^2 (\nabla \cdot \mathbf{v})^2 (\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))) \times \mathbf{n}.
\end{aligned}$$

Граничные условия. Объектом нашего изучения является магнитная трубка, находящаяся во внешней среде, где также имеются плазма и внешнее магнитное поле. Следовательно мы имеем дело с движением плазмы в двух областях, и на границе между ними должны выполняться определенные условия. При колебаниях форма трубки меняется, но остается магнитной поверхностью, состоящей из линий магнитного поля. Отсюда следует, что граница трубки представляет собой тангенциальный разрыв. Условия на тангенциальном разрыве имеют вид (Ландау, Лифшиц, 2001)

$$v_{1n} = v_{2n} = 0, \quad (31)$$

$$\left[p + \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} \right] = 0, \quad B_{1n} = B_{2n} = 0. \quad (32)$$

Здесь индексами 1 и 2 обозначены значения нормальной составляющей по обе стороны от поверхности разрыва, квадратные скобки дают скачок функции при переходе через поверхность. Скорость рассматривается в системе отсчета, движущейся вместе с разрывом. Первое условие, кинематическое, означает, что нет течения плазмы через разрыв. Второе, динамическое, дает равновесие полного давления (сумма газового и магнитного) по обе стороны от него.

Обозначим через a радиус цилиндрической магнитной трубки, тогда аксиально-симметричные возмущения границы трубки можно определить в цилиндрических координатах функцией вида

$$r = a + \eta(z, t). \quad (33)$$

Кинематическое условие запишется как

$$\left[v_r - v_z \frac{\partial \eta}{\partial z} \right]_{r=a+\eta} = 0. \quad (34)$$

Радиальная компонента на границе (по обе стороны от нее) выражается через другую компоненту

$$v_r = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial z} v_z. \quad (35)$$

Динамическое условие

$$\left[p_0 p + \frac{B_0^2}{\mu_0} \mathbf{b}_0 \cdot \mathbf{b} + \frac{B_0^2}{2\mu_0} \mathbf{b}^2 \right]_{r=a+\eta} = 0 \quad (36)$$

или

$$\left[p_0 p + \frac{B_0^2}{\mu_0} b_z + \frac{B_0^2}{2\mu_0} (b_r^2 + b_z^2) \right]_{r=a+\eta} = 0. \quad (37)$$

Условия (34) и (37) содержат как компоненты скорости, так и газовое давление и компоненты магнитного поля. Их необходимо переписать в терминах скорости.

Значения функций в условиях (34) и (37) определены на возмущенной границе. Считая возмущение η малым наравне с возмущениями магнитного поля, их можно приближенно выразить через значения на невозмущенной границе, то есть при $r=a$. Напишем разложения, оставляя только члены до 3 порядка.

$$v_r \Big|_{r=a+\eta} = v_r + \eta \frac{\partial v_r}{\partial r} + \eta^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2}, \quad (38)$$

В правой части значений функций берутся при $r=a$. Аналогично записывается разложение для второй компоненты. Все разложения далее также будут записываться с точностью до членов четвертого порядка, если не будет определено иное. Из соотношения (35) находим выражение для возмущения границы

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = v_r \Big|_{r=a+\eta} - \frac{\partial \eta}{\partial z} v_z \Big|_{r=a+\eta}. \quad (39)$$

Подставляя сюда разложения для компонент скорости, получаем

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = v_r + \eta \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{\partial \eta}{\partial z} v_z + \frac{1}{2} \eta^2 \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} - \eta \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial v_z}{\partial r}. \quad (40)$$

Используя оператор интегрирования по времени, запишем

$$\eta = I v_r + I \eta \frac{\partial v_r}{\partial r} - I \frac{\partial \eta}{\partial z} v_z + \frac{1}{2} I \eta^2 \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} - I \eta \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial v_z}{\partial r}. \quad (41)$$

Отсюда методом последовательных приближений выводим выражение для η через компоненты скорости

$$\begin{aligned} \eta = & I v_r + I \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r - I v_z I \frac{\partial v_r}{\partial z} + I \frac{\partial v_r}{\partial r} I \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r - I \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_z I \frac{\partial v_r}{\partial z} \\ & - I v_z \frac{\partial}{\partial z} I \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r + I v_z \frac{\partial}{\partial z} I v_z I \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{1}{2} I \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} (I v_r)^2 - I \frac{\partial v_z}{\partial r} (I v_r) I \frac{\partial v_r}{\partial z}. \end{aligned} \quad (42)$$

Подставляя найденное η в соотношение (38), находим выражение для радиальной компоненты скорости на возмущенной границе через компоненты скорости на невозмущенной границе.

$$v_r \Big|_{r=a+\eta} = v_r + \frac{\partial v_r}{\partial r} \left(I v_r + I \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r - I v_z I \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} (I v_r)^2. \quad (43)$$

Аналогично можно найти выражения для второй компоненты

$$v_z \Big|_{r=a+\eta} = v_z + \frac{\partial v_z}{\partial r} \left(I v_r + I \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r - I v_z I \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} (I v_r)^2 \quad (44)$$

и производных. Теперь в кинематическом условии (34) можно заменить значения функций на возмущенной границе. Окончательно получим

$$\left[\begin{array}{l} v_r + \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r - v_z I \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_r}{\partial r} \left(I \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r - I v_z I \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} (I v_r)^2 \\ - \frac{\partial v_z}{\partial r} (I v_r) I \frac{\partial v_r}{\partial z} - v_z \frac{\partial}{\partial z} \left(I \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r - I v_z I \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \end{array} \right] = 0. \quad (45)$$

В динамическое граничное условие (37) следует подставить из (25) и (26) выражения для газового давления и компонент магнитной индукции через скорость, затем из (43) и (44) выражения для значений компонент скорости на возмущенной границе. Условие можно записать окончательно в следующем виде

$$\left[\begin{array}{l} \left(-\mathcal{H} \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathcal{H} (I v_r) \frac{\partial}{\partial r} (\nabla \cdot \mathbf{v}) - \mathcal{H} \left(I \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r - I v_z I \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \frac{\partial}{\partial r} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) \\ - \mathcal{H} \frac{1}{2} (I v_r)^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \gamma^2 I (I \nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mathcal{H} \mathbf{v} \cdot \nabla (I \nabla \cdot \mathbf{v}) \\ + \gamma^2 I (I v_r) \frac{\partial}{\partial r} (I \nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mathcal{H} (I v_r) \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{v} \cdot \nabla (I \nabla \cdot \mathbf{v}) \\ - \gamma^3 I (I (I \nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \cdot \mathbf{v})) (\nabla \cdot \mathbf{v}) - \gamma^2 I (I \mathbf{v} \cdot \nabla (I \nabla \cdot \mathbf{v})) (\nabla \cdot \mathbf{v}) \\ - \gamma^2 I \mathbf{v} \cdot \nabla (I (I \nabla \cdot \mathbf{v}) (\nabla \cdot \mathbf{v})) - \mathcal{H} \mathbf{v} \cdot \nabla (I \mathbf{v} \cdot \nabla (I \nabla \cdot \mathbf{v})) \end{array} \right) \\ + \frac{B_0^2}{\mu_0} \left[\begin{array}{l} (I \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})) \cdot \mathbf{n} + \left(I v_r + I \frac{\partial v_r}{\partial r} I v_r - I v_z I \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \frac{\partial}{\partial r} (I \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})) \cdot \mathbf{n} \\ + (I v_r)^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (I \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})) \cdot \mathbf{n} + (I \nabla \times (\mathbf{v} \times (I \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))) \cdot \mathbf{n} \\ + (I v_r) \frac{\partial}{\partial r} (I \nabla \times (\mathbf{v} \times (I \nabla \times (\mathbf{v} \times (I \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))))) \cdot \mathbf{n} \end{array} \right] \quad (46)$$

$$+ \left[\frac{B_0^2}{2\mu_0} \left((\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))^2 + (Iv_r) \frac{\partial}{\partial r} (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n}))^2 + 2(\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})) \cdot (\nabla \times (\mathbf{v} \times (\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})))) \right) \right] = 0.$$

Еще раз отметим, что основное уравнение для скорости (28)-(30) и граничные условия (45)-(46) написаны приближенно с точностью до членов третьего порядка. В граничных условиях учтена малость возмущения границы, и условия написаны приближенно со значениями функций на невозмущенной границе, что позволяет легко использовать их для нахождения нужных решений уравнения (28)-(30).

Заключение. Найденные уравнение и граничные условия позволяют находить слабонелинейные решения уравнений МГД, описывающие радиальные колебания магнитной трубки. Эти решения представляют собой поправки к известным линейным решениям (Spruit, 1982; Edwin and Roberts, 1983), которые находятся с помощью разложений по степеням малого параметра. При этом исходные линейные решения представляют собой нулевое приближение, для него используются граничные условия также в нулевом приближении.

Второе и третье приближения позволяют определить поведение волны в нелинейном приближении. Для этого строится нелинейное уравнение Шредингера для амплитуды. Коэффициенты уравнения выражаются через параметры как трубки, так и самой волны. Использование НУШ позволяет исследовать такие физические эффекты, как самомодуляция волны и модуляционная неустойчивость, приводящая к колебаниям большой амплитуды.

Описание линейной радиальной моды и нахождение второго и третьего приближений, а также вывод НУШ будут даны во второй части работы.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований № 14-02-00676.

Литература

- Зайцев В. В., Степанов А. В. 1975. О природе пульсаций солнечного радиоизлучения IV типа. Колебания плазменного цилиндра (I) // *Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца*. Вып. 37. С. 3-10.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. –М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
- Накаряков В.М., Петрухин Н.С., Файнштейн С.М. 1991. О генерации низкочастотных пульсаций в магнитных волноводах в атмосфере Солнца // *Письма в Астрономический журнал*. Т. 17. №11. С. 1008-1012.
- Aschwanden M. J. 2006. *Physics of the Solar Corona. An Introduction with Problems and Solutions*. Praxis Publishing Ltd, Chichester, UK.
- Edwin P. M., Roberts B. 1983. Wave propagation in a magnetic cylinder // *Solar Physics*. V. 88. P. 179-191.
- Mikhalyaev B. B., Ruderman M. S. 2015. Nonlinear fast sausage waves in homogeneous magnetic flux tubes // *Journal of Plasma Physics*. V. 81. 905810611. DOI:10.1017/S002237781500135X.
- Mikhalyaev B.B., Ruderman M.C., Naga Varun Y. 2015. Nonlinear Schrödinger equation and Benjamin-Feir instability of fast sausage waves in homogenous magnetic flux tubes / *Научно-практ. конф. «Актуальные проблемы современной физики и математики – 2014»*. Труды. КалмГУ. Элиста. С. 32-39.
- Nakariakov V. M., Roberts B., and Petrukhin N. S. 1997. Nonlinear dynamics of fast magnetosonic waves ducted by a smooth plasma inhomogeneity // *J. Plasma Phys.* V. 58. P. 315-327.
- Ruderman M. S. 2003. Nonlinear waves in the magnetically structured solar atmosphere / *Turbulence, Waves, and Instabilities in the Solar Plasma* (ed. R. Erdelyi, et al.). Dordrecht: Kluwer, pp. 239-265.

- Ruderman, M. S. 2006. Nonlinear waves in the solar atmosphere // *Philosophical Transactions of Royal Society. A*. V. 364. P. 485-504.
- Rosenberg H. 1970. Evidence for MHD pulsations in the solar corona // *Astronomy and Astrophysics*. V. 9. P. 159-162.
- Spruit H. C. 1982. Propagation speeds and acoustic damping waves in magnetic flux tubes // *Solar Physics*. V. 75. P. 3-17.
- Stepanov A.V., Zaitsev V.V., Nakariakov V.M. Coronal Seismology. 2012. Wiley-VCH Verlag& Co. KGaA. Weinheim, Germany.
- Zabolotskaya E. A., Shvartsburg A. B. 1987. Nonlinear acoustic waveguide // *Soviet Physics. Acoustics*. V. 33. P. 221-222.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МОДЕЛИ ГИДРОСТАТИЧЕСКОЙ СОЛНЕЧНОЙ АТМОСФЕРЫ

Соловьев А.А.^{1,2}, Козлов А.С.¹

¹Калмыцкий государственный университет им. Б.Б. Городовикова, Элиста

²Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург

Abstract

ANALYTICAL PRESENTATION OF HYDROSTATIC MODEL OF SOLAR ATMOSPHERE, by Solov'ev A.A. & Kozlov A.C. Semi-empiric model of quiet solar atmosphere proposed by Avrett & Loeser (2008) in the form of a table is presented analytically for three layers: the subsurface layer ($0.1\text{Mm} < z < 0$), the photosphere and chromosphere, including the transition region ($0 < z < 2.15\text{Mm}$) and the solar corona, $z > 2.15$.

Солнечная активность, наблюдаемая на поверхности Солнца в различных диапазонах электромагнитного спектра, связана с рядом долгоживущих магнитных образований, для которых время жизни их значительно превышает характерное время установления магнито-гидродинамического равновесия в системе. К таким элементам относятся, например, солнечные пятна, спокойные протуберанцы, факелы, хромосферные волокна, корональные петли, корональные дыры и др. Для описания таких структур можно использовать приближение магнитной гидростатики, при котором рассчитывается равновесное состояние магнитоплазменного образования в заданном поле тяготения, а его относительно медленная эволюция во времени рассматривается как прохождение системой непрерывной последовательности равновесных состояний. Так недавно в работе Murawski, Solov'ev & Kraskiewicz (2015) было показано, что равновесное распределение давления и плотности в осесимметричной магнитной силовой трубке, расположенной вертикально в солнечной стратифицированной атмосфере, описывается следующими формулами:

$$P(r, z) = P_{ex}(z) - \frac{1}{8\pi} \left[\frac{\Omega^2}{r^2} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial A}{\partial r} \right)^2 - 2 \int_r^\infty \frac{\Omega^2}{r^3} dr - \int_r^\infty \frac{2}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \frac{\partial A}{\partial r} dr \right]. \quad (1)$$

$$\rho(r, z) = \rho_{ex}(z) + \frac{1}{4\pi g} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\left(\frac{\partial A}{\partial r} \right)^2 - \left(\frac{\partial A}{\partial z} \right)^2}{2r^2} - \int_r^\infty \frac{\Omega^2}{r^3} dr - \int_r^\infty \frac{1}{r^2} \frac{\partial A}{\partial r} \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} dr \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right\}. \quad (2)$$

Температура плазмы в магнитной трубке определяется из уравнения состояния идеального газа

$$T(r, z) = \frac{\mu}{\mathfrak{R}} \frac{P(r, z)}{\rho(r, z)}. \quad (3)$$

Здесь $A(r, z) = \int_0^r B_z(r, z) r dr$ поток вертикального магнитного поля $B_z(r, z)$ через горизонтальный круг радиуса r . $\Omega(r, z) = \frac{4\pi}{c} \int_0^r j_z r dr = r B_\varphi(r, z)$ - продольный электрический ток через тот же горизонтальный круг. Геометрическая форма магнитных силовых

линий в проекции на плоскость (r, z) дается условием $A(r, z) = const$. Полоидальные компоненты поля определяются через функцию A соотношениями

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r}, \quad B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z}, \quad (4)$$

которые автоматически обеспечивают выполнение условия $div \mathbf{B} = 0$, а продольный электрический ток Ω вследствие аксиальной симметрии зависит только от магнитного потока $A(r, z)$: $\Omega = \Omega(A) = r B_\phi$. Таким образом, магнитная структура равновесной конфигурации в решающей степени определяется функцией потока $A(r, z)$. Функции $P_{ex}(z), \rho_{ex}(z)$ в формулах (1) и (2) представляют собою внешнюю среду - гидростатическую солнечную атмосферу (фотосферу, хромосферу и корону), не подверженную влиянию магнитного поля. Для того, чтобы рассчитать распределения давления и плотности внутри магнитной конфигурации, необходимо знать эти невозмущенные фоновые функции.

Солнечную корону можно считать находящейся в состоянии гидростатического равновесия, пренебрегая влиянием солнечного ветра, вплоть до высот порядка одного радиуса Солнца. С хромосферой дело обстоит значительно сложнее, этот слой отличается резко выраженной неоднородностью и динамичностью. В этом слое наблюдаются спикулы, имеющие скорости до нескольких десятков км/с и высоты до 10-12 Мм, супергрануляционная сетка и др. Частично динамические свойства хромосферы учитываются тем, что в газовое давление среды, поддерживающее ее вертикальное равновесие, включается микротурбулентная составляющая $0.5\rho V_{urb}$, определяемая по профилям хромосферных линий. Несмотря на сложный динамический характер хромосферных слоев в качестве некоторого усредненного описания «спокойной» фотосферы, хромосферы и короны Солнца в течение многих лет предлагаются и широко используются полуэмпирические гидростатические модели на уровнях от подфотосферных слоев до десятков Мм в короне. Долгое время основной моделью хромосферы, переходного слоя и внутренней короны служила модель трех известных авторов: *Vernazza, Avrett, Loeser, 1981* (VAL-model). Последней и на сегодня, по-видимому, наиболее надежной и проработанной из такого рода моделей является модель *Avrett & Loeser (2008)*, которая пришла на смену модели VAL. В указанной работе имеется подробный обзор и анализ предшествующих работ по моделированию хромосферы и переходного слоя. Эту модель (далее будем обозначать ее как AL) мы используем в качестве исходной. В этой модели (см. Табл. 26 и Рис.8 работы *Avrett & Loeser, 2008*) отсчет высот начинается от основания фотосферы, от уровня с параметрами:

$$z_0 = 0 \text{ km}, \quad T_0 = 6583 \text{ K}, \quad P_0 = 1.228 \times 10^5 \text{ dyn / cm}^2, \quad \rho_0 = 2.78 \times 10^{-7} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}. \quad (5)$$

Над этим уровнем, в интервале высот от 500 до 600 км располагается слой температурного минимума: на высоте 560 км температура опускается до $T_m = 4400 \text{ K}$ и далее только растёт. На высотах от 1300 км до 2130 км этот рост очень медленный: от 6600K до 6768K. Этот слой можно назвать слоем температурного плато. Далее начинается очень тонкий переходный слой - «transition region» (его параметры будем обозначать нижним индексом “tr”). Уже на высоте 2152 км температура повышается до 20 000 К. Начиная с этого уровня, который можно условно принять за границу «transition region», $z = z_{tr} = 2.152 \text{ Мм}$, температура плазмы очень резко повышается до сотен тысяч градусов и затем монотонно растет вплоть до предельных корональных значений, около 2 МК на высотах 100-200 Мм; далее рост корональной температуры прекращается.

Наша задача состоит в том, чтобы аппроксимировать высотный профиль температуры, задаваемый полуэмпирической моделью AL в неудобном для использования табличном виде, достаточно простыми аналитическими формулами, а затем, используя условие гидростатического равновесия внешней среды,

$$\frac{dP_{ex}(z)}{dz} = -\rho_{ex}(z)g, \quad (6)$$

и уравнение состояния идеального газа, получить также в виде аналитических формул соответствующие профили давления и плотности: $P_{ex}(z), \rho_{ex}(z)$.

Всю моделируемую область пространства разделим на три слоя:

1. Подфотосферные слои с высотами $-0.5 < z < 0$. Здесь и ниже высоты будем измерять в Мм. Указанных глубин достаточно для детального описания наблюдаемых слоев солнечных пятен и оснований заглубленных в фотосфере хромосферных и корональных петель, а также солнечных факелов.
2. Фотосфера и хромосфера, высоты от $z = 0$ до $z_{tr} = 2.152 \text{ Мм}$.
3. Корона, $z > 2.152 \text{ Мм}$.

Начнем с подфотосферного слоя, с высотами от -0.500 Мм до нуля. На этом участке AL-модель дает описание среды только до глубины 100 км . Для более глубоких слоев примем ход температуры с глубиной, взятый из модели конвективной зоны Stix (2004), который в области перекрытия моделей ($-0.1 \text{ Мм} < z < 0$) близок к профилю модели AL. Температурная кривая на этих глубинах хорошо аппроксимируется формулой:

$$T_{ex}(z) = \frac{6.583}{1 - 1.2(z^2)^{\frac{1}{4}} - 0.78z}, \quad -0.5 < z < 0 \quad (7)$$

Температура здесь и далее дается в тысячах К. Соответствующие профили давления и плотности в подфотосферной области имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} P_{ex}(z) &= P_0 \exp \frac{(-z - 0.8(z^2)^{\frac{3}{4}} + 0.39z^2)}{H_0}, \\ \rho_{ex}(z) &= \rho_0 (1 - 1.2(z^2)^{\frac{1}{4}} - 0.78z) \exp \frac{(-z - 0.8(z^2)^{\frac{3}{4}} + 0.39z^2)}{H_0}. \end{aligned} \right\} -0.5 < z < 0 \quad (8)$$

Здесь $H_0 = \mathfrak{R}T_0(\mu g)^{-1} = 0.156$ - локальная шкала высоты однородной атмосферы на уровне $z = 0$, выраженная в Мм.

Высотный профиль температуры в фотосфере и хромосфере, имеет, согласно модели AL, достаточно сложный вид. Его можно описать формулой:

$$T_{ex}(z) = \frac{6.583}{1 + \frac{0.71\sqrt{z}}{1 + \left(1.5z^{\frac{3}{2}}\right)^6} - 0.01z - 3.4 \cdot 10^{-34} z^{100}}, \quad 0 < z < 2.152 \quad (9)$$

Здесь второй член в знаменателе дроби описывает понижение температуры от фотосферных значений до 4400 К на уровне 0.56 Мм и возврат к 6600 К на уровне около 1.3 Мм . Третий малый член обеспечивает слабый рост температуры в области температурного плато. Наконец, последний член с очень высокой степенью z описывает резкое нарастание температуры при подходе к переходному слою: на узком участке от 2.13 до 2.152 Мм температура нарастает от 6800 до $20\,000 \text{ К}$ (Рис.1). Заметим, что выбор температурного профиля производится нами с учетом последующего интегрирования уравнения гидростатического равновесия (6),

поэтому при записи выражения (9) в нем выделен характерный аргумент вида $1.5z^{\frac{3}{2}}$. Последний член в знаменателе выражения (9) даёт очень малый (менее одного процента) вклад в профили давления и плотности, поэтому в дальнейшем мы будем его опускать. Интегрирование уравнения (6) с учетом (3) в данном фотосферно-хромосферном слое следует произво-

дять, принимая во внимание, что средняя молярная масса μ заметно меняется с высотой от значения 1.288 на уровне фотосферы до коронального значения 0.6 на уровне $z = 2.152$. Причина этого уменьшения не столько в ионизации водорода, вызванной ростом температуры, сколько в микротурбулентности плазмы, которая, как отмечено выше, повышает эффективное давление внешней среды. Формально это повышение давления можно описать как уменьшение с высотой эффективной молярной массы газа. По данным модели AL зависимость эффективной молярной массы от высоты можно представить в виде:

$$\mu_{eff}(z) = 1.288 \left[1 - 0.535 \left(\frac{z}{2.152} \right)^3 \right]. \quad (10)$$

Вычисленные с учетом (10) профили давления и плотности в хромосфере примут вид:

$$\left. \begin{aligned} P_{ex}(z) &= P_0 \cdot \left(\frac{2.25z^3 - 1.5\sqrt{3}z^{\frac{3}{2}} + 1}{2.25z^3 + 1.5\sqrt{3}z^{\frac{3}{2}} + 1} \right)^{0.433} \cdot \exp\left(\frac{-z + 0.0134z^4 - 0.1043F - 0.0526G + 0.005z^2}{H_0} \right), \\ \rho_{ex}(z) &= \rho_0 \frac{P_{ex}(z)}{P_0} \left(\frac{1 + 0.71\sqrt{z} - 0.01z}{1 + (1.5z^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \left(1 - \frac{0.535z^3}{(2.152)^3} \right). \end{aligned} \right\} 0 < z < 2.152 \quad (11)$$

Здесь обозначено: $F = \arctan(1.5z^{\frac{3}{2}})$ и $G = \arctan(3z^{\frac{3}{2}} + \sqrt{3}) + \arctan(3z^{\frac{3}{2}} - \sqrt{3})$. В выражениях (11) опущены малые члены, дающие вклад менее одного процента.

На высотах выше переходного слоя, при $z > z_{tr} = 2.152 \text{ Мм}$, ход температуры с высотой может быть хорошо представлен формулой (Рис.2):

$$T_{ex}(z) = T_c \frac{4.2a + \sqrt{z - 2.152}}{4.2 + \sqrt{z - 2.152}}, \quad z > 2.152 \quad (12)$$

Здесь $a = \frac{T_{tr}}{T_c}$, где T_c - асимптотическое значение корональной температуры, для которого мы

примем $T_c = 2 \cdot 10^6 \text{ К}$, таким образом: $a = \frac{20000}{2 \times 10^6} = 0.01$. В короне $\mu = \mu_c = 0.6 \text{ г/моль}$.

При сделанных предположениях условие гидростатического равновесия (6) и уравнение состояния идеального газа (3) приводят к следующим выражениям для давления и плотности в короне:

$$\left. \begin{aligned} P_{ex}(z) &= P_{tr} (\sqrt{z - 2.152} + 4.2 \cdot a)^{\frac{4.2a}{101}} \cdot \exp\left(-\frac{z - 2.152 + 8.4\sqrt{z - 2.152}}{H_c} \right), \\ \rho_{ex}(z) &= \rho_{tr} \frac{P_{ex}(z)}{P_{tr}} a \frac{4.2 + \sqrt{z - 2.152}}{4.2a + \sqrt{z - 2.152}}. \end{aligned} \right\} z > 2.152, \quad (13)$$

Здесь, согласно модели AL, $P_{tr} = 0.1056 \text{ dyn/cm}^2$, $\rho_{tr} = 2.27 \times 10^{-14} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, а $H_c = \mathfrak{R}T_c(\mu_c g)^{-1} = 101$ - шкала высоты однородной атмосферы в короне при $T_c = 2 \cdot 10^6 \text{ К}$, выраженная в Мм, и учтено, что $P_{ex}(2.152) \equiv P_{tr} = a\rho_{tr}gH_c$.

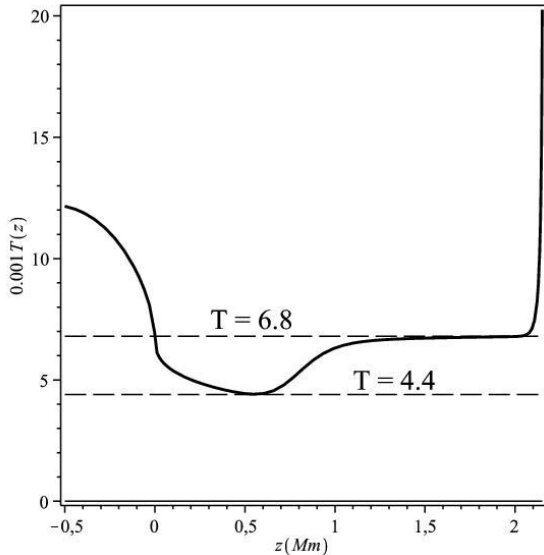


Рис.1. Аналитическая зависимость температуры от высоты $T_{ex}(z)$ (сплошная линия) в интервале от -0.5 до 2.152 Мм по формулам (7) и (9). Температура выражена в тысячах К, а высота z , отсчитываемая от уровня фотосферы, – в тысячах км (Мм).

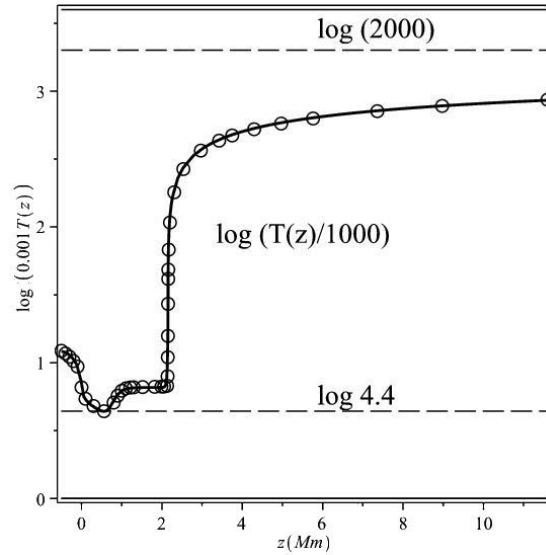


Рис.2. То же распределение $T_{ex}(z)$ в логарифмической форме на интервале от -0.5 до 11.6 Мм по формулам (7),(9),(12). Пунктиром отмечены уровни логарифмов минимальной $0.001T_{ex}(0.56) = 4.4$ и асимптотического значения корональной температуры, $0.001T_c = 2000$. Кружки – данные модели AL.

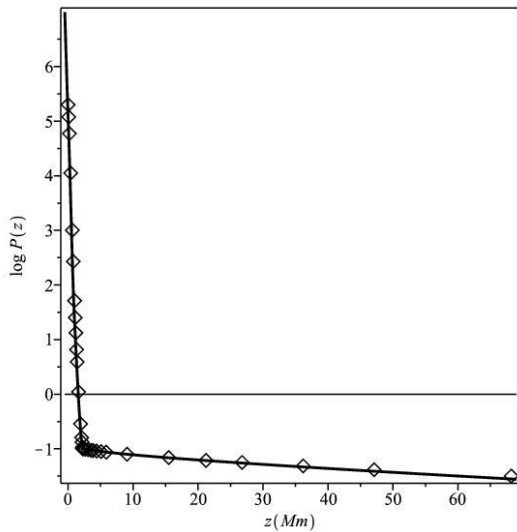


Рис.3. Изменение с высотой логарифма давления $P_{ex}(z)$, выраженного в единицах $1 \text{ дин}/\text{см}^2$. Ромбики – данные модели AL.

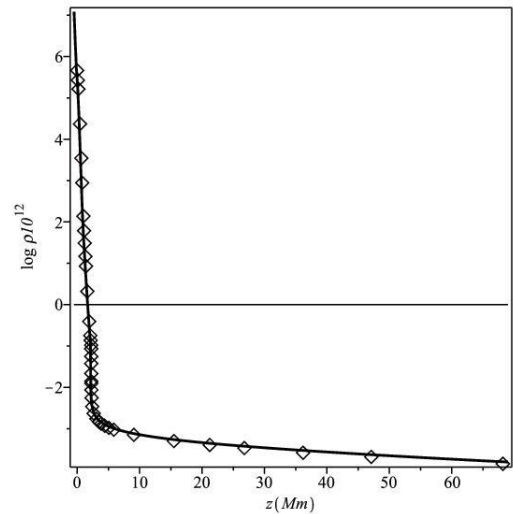


Рис.4. Ход с высотой логарифма плотности плазмы солнечной атмосферы, выраженной в единицах $10^{-12} \text{ г}/\text{см}^2$. Ромбики – данные AL.

На рис. 2 представлены распределения температуры, вычисленные по формулам (7), (9) и (12). Как видно, эти аналитические формулы с высокой точностью аппроксимируют температурный ход модели AL. В работе Avrett & Loeser (2008) основное внимание уделялось именно температурному распределению, которое подбиралось из соображений наилучшего соответствия теоретических профилей спектральных линий (особенно в ультрафиолете) наблюдаемым профилям. По-видимому, температурный профиль AL определен достаточно надежно и близок к реальному. На рисунках 3 и 4 показаны гидростатические высотные распределения давления и плотности также в сопоставлении с данными AL. Как видим, точность аппроксимации весьма высока.

Заключение. Представленная в работе аналитическая модель гидростатической солнечной атмосферы на большом интервале высот, от подфотосферных слоев до десятков Мм в короне, обладает достаточно высокой точностью и заведомо более удобна и экономична, чем прямое использование в численных расчетах нескольких сотен табличных данных модели AL. Данная аналитическая модель в дальнейшем будет широко использоваться для моделирования структуры солнечных пятен, корональных петель, протуберанцев и факелов, поскольку, при наличии модели внешней среды задача определения давления и температурно-плотностных распределений в равновесной вертикальной трубке потока с заданной магнитной структурой оказывается полностью решена в аналитической форме (формулы (1)-(3)). Работа поддержана грантом РФФИ №15-12-20001.

Литература

- Avrett, E.H., Loeser, R., *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 2008 //Models of the solar chromospheres and transition region from SUMMER and HRTS observations//. **175**. 229-276.
- Murawski K., Solov'ev A., Kraskiewicz J. // A numerical model of MHD waves in a 3D twisted solar flux-tube// 2015. *Solar Physics*. **290**, Issue 7, pp.1909-1922 .
- Stix, M.: 2004 *The Sun: an introduction*. 2nd ed. Berlin: Springer.
- Vernazza, J.E., Avrett, E.H., Loeser, R. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 1981 //Structure of the solar chromosphere.III. Models of the EUV brightness components of the quiet Sun.// **45**.pp. 635-725.

MULTI-CELL MERIDIONAL CIRCULATION ON THE SUN

Solov'ev A.A., Mandjiev V.E., Mandjiev B.G.

*Central (Pulkovo) astronomical observatory of Russian Academy of Science [.solov@gao.spb.ru](mailto:solov@gao.spb.ru)
Kalmyk State University*

Abstract

A new model of meridional circulation on the Sun is proposed. In agreement with the data of helioseismology, the multiple cell radial structure of slow steady flows is presented in the form of exact analytical solution. The one, two and three cell patterns of meridional circulation in each hemisphere of the Sun are analyzed. In all cases, the flow is strongly concentrated near the bottom of the convection zone, and the meridional velocity near the tachocline is close (in absolute value) to the speed of flow at solar surface. In the case of one and three cell pattern, the direction of flow at the bottom of convection zone is equatorward, but in the case of two cell pattern, the flow near the tachocline is poleward, as for the meridional stream at the surface. This type of plasma flows at the bottom of convective zone do not meet the conditions of cyclic generation of magnetic fields on the Sun. Based on this, the hypothesis is put forward that the transition of solar convection zone from one regime of slow global circulation to another one (from the single or triple cellular pattern of flows to the double-cell structure) can explain the quasi-periodic appearance of long-term solar activity minima such as the Maunder minimum.

Introduction. Meridional circulation on the Sun is an important part of the whole process of solar activity. As follows from the observations (Komm et al., 1993), the extremely slow meridional flow, starting from the equator go polarward with the speed of 10-15 m/s, and pass the distance from the equator to the poles for a few years, i.e. the turnover time of the gas in such global circulation cell should be close to the typical time of the solar cyclicity. With the development of various methods of measuring the slow meridional circulation, such as helioseismology technique (Kocovichev, 2004; Gizon 2004) and feature tracking (Hataway and Upton, 2014), these flows were recognized as a real phenomenon, which, in particular, need to be taken into account when elaborating the models of magnetic dynamo on the Sun. The first flux transport dynamo models of the solar cycle were proposed in 1990s (Wang et. al.1991; Choudhuri, Schüssler, Dikpati, 1995; Durney,1995). In the modern transport dynamo models the meridional flows are obtained by numerical solution of the equations of steady hydrodynamics with a number of certain assumptions (Karak, Kitchatinov & Choudhuri, 2014). Solutions for meridional circulation are usually obtained in the form of a single circulation cell for each hemisphere in which mass flows return to the equator near the bottom of the convection zone. Feature of these numerical simulations is that the flows are sharply concentrated in a narrow layers near the solar surface and solar tachocline (Kitchatinov & Olemskoy, 2011). Helioseismology data are not entirely consistent with this picture, there is reason to believe that the streams observed on the surface, return to the equator, not at the bottom of the convection zone, and in the layer located somewhere in the middle of it, i.e., in each hemisphere there are two, possibly more, circulating cells (Zhao et al. 2013). The effect of two cellular pattern of meridional circulation on the dynamics of the magnetic cycle was investigated numerically in theoretical works (Pipin & Kosovichev, 2013; Hazra et al. 2014; Dikpati, 2014), but in these papers the double cellular structure of circulation was set artificially, i.e. by "hands", and a very small (about twice only) difference of the density between the surface layer of the Sun and the bottom of the circulation cell have been implied.

Obviously, due to the high importance of the meridional circulation processes for generating a magnetic field on the Sun, it is a very topical task to obtain an analytical solution for this problem that would admit the existence of more than one circulation cell in each hemisphere, and take into account the real huge difference of plasma density between the top edge of the convective zone and its bottom.

The present work is devoted to the search for just such a solution.

Formulation of the problem and basic equations. The slow flows of plasma can be described in the approximation of a steady hydrodynamics, and equations for the mean velocity have the form:

$$\rho(\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} = -\nabla P + \rho\mathbf{g} + \nabla(\rho\hat{Q}), \quad (1)$$

$$\text{div}(\rho\mathbf{V}) = 0. \quad (2)$$

In equation (1), the last term describes in symbolic form the viscous Reynolds stresses produced by a turbulent velocity field in the solar convection zone (Karak, Kitchatinov & Choudhuri 2014). We assume that the system under consideration is axial symmetric, so that in a spherical coordinate system r, φ, θ , none of the parameters depends on the rotation angle φ .

Let us distinguish clearly in the field of velocity \mathbf{V} the fast differential rotation, $\mathbf{V}_{rot}(r, \theta)$, that has on the Sun's surface the linear speed of 2 km/s, and very slow meridional flows with the linear speed about of 10 m/s. The velocity vector in equations (1) and (2), we will present in the form of:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{V}(r, \theta) &= \mathbf{V}_{rot}(r, \theta) + \tilde{\mathbf{V}}(r, \theta), \\ \mathbf{V}_{rot}(r, \theta) &= \mathbf{e}_\varphi r \sin \theta \Omega(r, \theta), \\ \tilde{\mathbf{V}}(r, \theta) &= \mathbf{e}_r \tilde{V}_r + \tilde{V}_\theta \mathbf{e}_\theta + \tilde{V}_\varphi \mathbf{e}_\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Here $\Omega(r, \theta)$ is the angular speed of rotation of the Sun (Howe et al.2000), and the vector $\tilde{\mathbf{V}}(r, \theta)$ has, in contrast to the approach usually applied in similar problems, three small components: two meridional $\mathbf{e}_r \tilde{V}_r + \tilde{V}_\theta \mathbf{e}_\theta$ and the azimuthal one, $\tilde{V}_\varphi \mathbf{e}_\varphi$, dynamically connected with the meridional flow not with the fast global rotation of the Sun. Substituting (2) into the LHS of equation (1), we separate the terms containing $\mathbf{V}_{rot}(r, \theta)$ and move them into the RHS of (1):

$$\rho(\tilde{\mathbf{V}}\nabla)\tilde{\mathbf{V}} = -\nabla P + \rho\mathbf{g} - \nabla(\rho\hat{Q}) + \mathbf{K}(r, \theta), \quad (4)$$

where

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(r, \theta) &= \Omega \sin \theta (2\tilde{V}_\varphi + r\Omega \sin \theta) \mathbf{e}_r + \Omega \cos \theta (2\tilde{V}_\varphi + r\Omega \sin \theta) \mathbf{e}_\theta - \\ &- \left[\tilde{V}_r \left(\frac{\partial}{\partial r} (r\Omega \sin \theta) + \Omega \sin \theta \right) + \frac{\tilde{V}_\theta}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (r\Omega \sin^2 \theta) \right] \mathbf{e}_\varphi \approx \\ &\approx r(\Omega \sin \theta)^2 \mathbf{e}_r + r\Omega^2 (\cos \theta \sin \theta) \mathbf{e}_\theta. \end{aligned} \quad (5)$$

Rewrite the equation (4) again:

$$\rho \left[[\nabla \times \tilde{\mathbf{V}}] \times \tilde{\mathbf{V}} \right] = -\nabla P - \rho \nabla \left(\frac{\tilde{V}^2}{2} \right) + \rho\mathbf{g} - \nabla(\rho\hat{Q}) + \mathbf{K}. \quad (6)$$

Let the velocity field $\tilde{\mathbf{V}}$ satisfies the equation

$$[\nabla \times \tilde{\mathbf{V}}] = \alpha \frac{\rho(r)}{\rho_0} \tilde{\mathbf{V}}, \quad \alpha = \text{const}, \rho_0 = \text{const}, \quad (7)$$

where ρ_0 is the plasma density near upper boundary of solar convective zone (CZ). Under this condition the Equation (2) is satisfied identically, and the equation (6) gives the connection between the

differential rotation and small deviations of hydrostatic gas pressure, caused by slow steady flows of plasma $\tilde{\mathbf{V}}$ and viscous Reynolds stresses in the turbulent CZ:

$$\nabla P + \rho \nabla \left(\frac{\tilde{V}^2}{2} \right) - \rho \mathbf{g} + \nabla(\rho \hat{Q}) - \mathbf{K} = 0. \quad (8)$$

The equation (7) is an analogue of the equation for the nonlinear force-free magnetic field.

Let us take the dependence of the gas density in the convective zone of the Sun on the radial distance in the form a power law:

$$\frac{\rho(r)}{\rho_0} = \left(\frac{R}{r} \right)^n, \quad (9)$$

where R is the radius of the Sun, and n is a positive exponent. Further, in all our expressions we shall always assume that the gas density is expressed in units of ρ_0 , and the radial distances are given in units of R . The exponent n in (9) should be sufficiently large as the gas density increases in CZ from its upper edge to the lower boundary ($0.72R$) by several orders of magnitude. Usually, in the problems of this kind, the level of $0.97R$ is taken as the upper boundary of CZ, and then the drop of densities from the top to the bottom of CZ turns to be less than two orders of magnitude. We will use a more realistic distribution: the upper edge of CZ we will choose at the level of $0.99R$, where the gas density, according to the model of CZ (Stix, 2004), is about

$\rho(0.99R) = 3.5 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3$. At the bottom of CZ the gas density is equal to $\rho(0.72R) = 1.75 \times 10^{-1} \text{ g/cm}^3$, hence, the density ratio in our model will be

$$\frac{\rho(0.72R)}{\rho(0.99)} = 500. \quad (10)$$

Then, it should be assumed, that in equation (9) $n = 18.6$.

Solution of the problem and its properties. Let us write the equation (7) in the components:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \tilde{V}_\varphi) &= \alpha R \rho(r) \tilde{V}_r, \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tilde{V}_\varphi) &= \alpha R \rho(r) \tilde{V}_\theta, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tilde{V}_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{V}_r}{\partial \theta} &= \alpha R \rho(r) \tilde{V}_\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

We seek a solution of this system of equations in the following form:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{V}_r &= u_r(r) (2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta), \\ \tilde{V}_\theta &= u_\theta(r) \sin \theta \cos \theta, \\ \tilde{V}_\varphi &= u_\varphi(r) \sin \theta \cos \theta. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Let us substitute \tilde{V}_r and \tilde{V}_θ from the first two expressions of (11) into the third one, and using the definition (12) we obtain the second order differential equation for the function $u_\varphi(r)$:

$$r^2 u_\varphi'' + (2+n) r u_\varphi' + (n-6 + \alpha^2 R^2 r^{-2n+2}) u_\varphi = 0. \quad (13)$$

Accordingly with (11), the components $u_\theta(r)$ and $u_r(r)$ are expressed in terms of $u_\varphi(r)$. Equation (13) is a type of Bessel equations, and its solution according to Kamke (1959) has the form:

$$u_\varphi(r) = \frac{1}{r^2} \left[C_1 J_{-0.519} \left(\frac{\alpha R}{q} r^{-q} \right) + C_2 J_{0.519} \left(\frac{\alpha R}{q} r^{-q} \right) \right], \quad (14)$$

where $q = n - 1 = 17.6$. We choose the constants C_1 and C_2 so that this function vanishes at the lower boundary of the CZ, at $r = 0.72$:

$$u_\varphi(r) = \frac{u_0}{r^2} \left[J_{-0.519} \left(\frac{\alpha R r^{-q}}{q} \right) J_{0.519} \left(\frac{\alpha R (0.72)^{-q}}{q} \right) - J_{0.519} \left(\frac{\alpha R r^{-q}}{q} \right) J_{-0.519} \left(\frac{\alpha R (0.72)^{-q}}{q} \right) \right]. \quad (15)$$

Here u_0 is the amplitude of the velocity, which can be determined from the comparison with observations. The choice of the numerical value of the coefficient αR in (15) should ensure the vanishing of azimuthal and radial component of the velocity at the solar surface (at $r = 1$). From the first equation of (11) it follows:

$$u_r(r) = \frac{r^q}{\alpha R} u_\varphi(r), \quad (16)$$

and from the second one we have

$$u_\theta(r) = -\frac{r^q}{\alpha R} \frac{\partial}{\partial r} (r u_\varphi). \quad (17)$$

Figure 1a shows the functions $u_\varphi(r)$, $u_r(r)$ and $u_\theta(r)$ for the case where each hemisphere has one circulation cell (single cell pattern). The scale factor u_0 is set to be $u_0 = -3 \text{ m/s}$. The sign "minus" is introduced because in the spherical coordinate system the unit vector \mathbf{e}_θ is pointing from the north pole to the equator, i.e. the positive direction of the meridional flow in the northern hemisphere is the movement from the pole to the equator. (The amplitude of $u_r(r)$ is increased in all pictures by factor 10 for the convenience of presentation).

Figure 1b shows the corresponding lines of mass flux density in the single cell on the meridional cut of the right upper quadrant. These are the lines of vector $\mathbf{F} = \rho \tilde{\mathbf{V}}$ calculated, in accordance with equation (2), from the conservation of the stream function:

$$\psi(r, \theta) = -\int_0^r F_\theta \sin \theta r dr = -\int_0^r \rho \hat{V}_\theta \sin \theta r dr = r u_\varphi(r) \sin^2 \theta \cos \theta = \text{const}. \quad (18)$$

Accordingly, the Figures 2a and 2b show a case of two circulating cells arranged along the radius one above the other (double cell pattern). Here is taken $u_0 = +3 \text{ m/s}$. The case of three cells sequentially entered in spherical layers (triple cell pattern of circulation) is presented in pictures 3a и 3б (here again, $u_0 = -3 \text{ m/s}$).

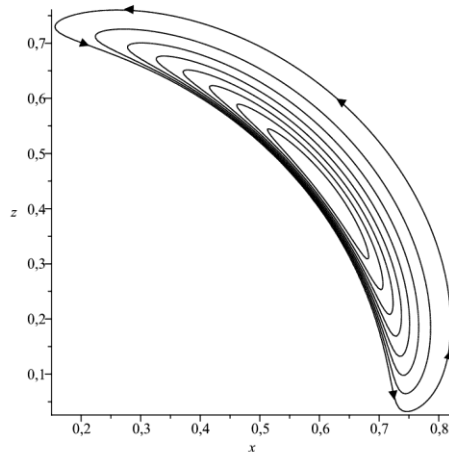
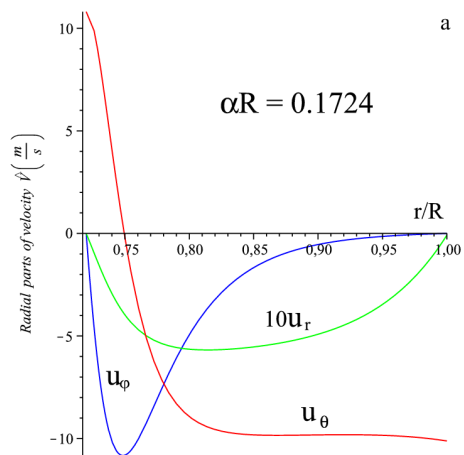


Figure 1. Left (a). The radial parts of velocity components of the meridional flow as a functions of the radial distance, when $\alpha R = 0.1724$.

Right (b). Stream lines of mass flow in the case of one cell of circulation (single cell pattern). Due to symmetry, only the right upper quadrant is shown.

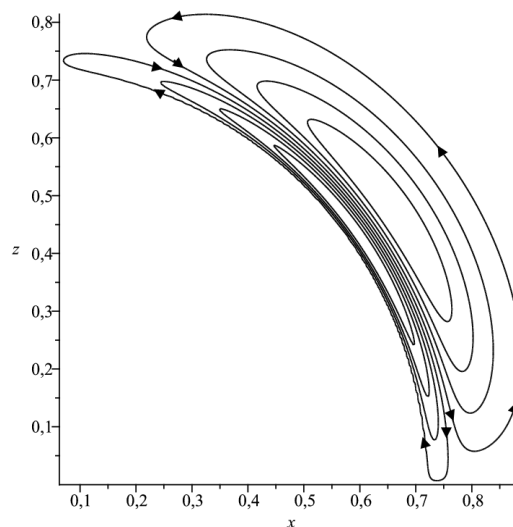
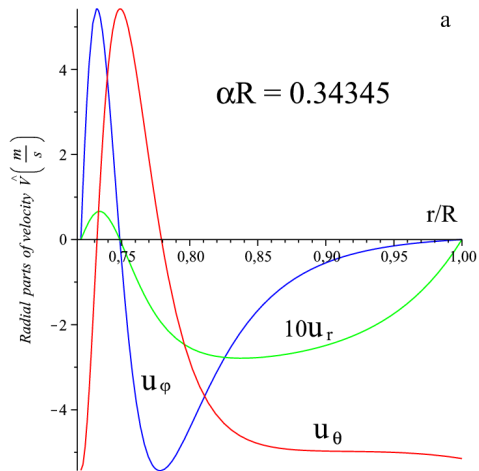


Figure 2. Left (a). The dependence of the radial parts of velocity components on the radial distance at $\alpha R = 0.34345$.

Right (b). Lines of mass flow for the double cell pattern of circulation. Meridional flow near the tachocline is directed poleward as the flow on the surface of the Sun. This type of circulation does not provide the solar-like behavior of magnetic field.

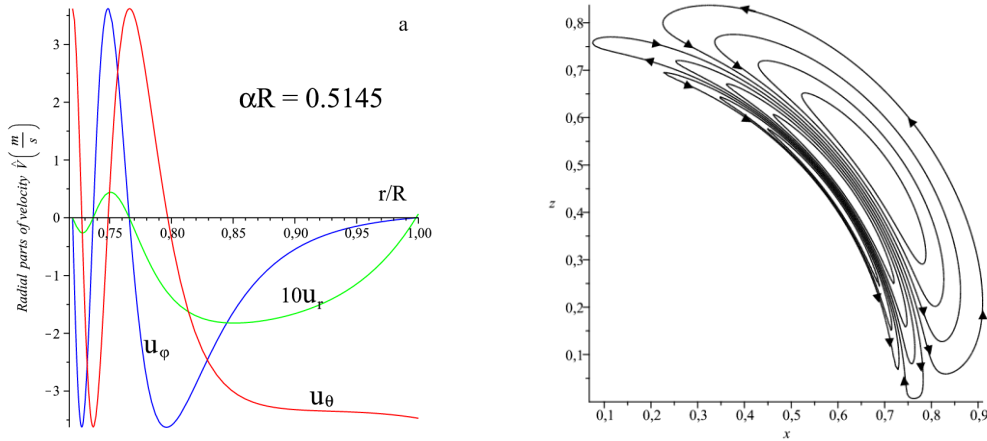


Figure 3. Left (a). The dependence of the radial parts of components of velocity \tilde{V} on the radial distance at $\alpha R = 0.5145$. Right (b). The stream lines of mass flow for the case of triple cell pattern.

Discussion. It can be seen from the above solutions, as well as from the illustrations thereto, the meridional flows are strongly shifted to the tachocline, i.e. they have a strong tendency to concentrate near the bottom of the convection zone. This is a direct consequence of a significant increase of the gas density in the CZ with the depth. Remarkably, in all three cases the meridional velocity at the bottom of the CZ has the same magnitude (in absolute value) as at the surface of the Sun. In the case of two circulating cells (double cell pattern) the direction of the meridional flow near the bottom of the convection zone coincides with the polarward direction of the flow at the surface. Obviously, it is a significant obstacle for the mechanism of field generation in the solar cycle (Hazra et al. (2014)). But in the case of three circulation cells (triple cell pattern), the situation becomes again favorable for the cyclic generation of magnetic fields. The properties of meridional circulation described above allow to hypothesize that the transition of turbulent CZ from one mode of global circulation to another one (from, say, single or triple cell pattern to the double cell structure) can serve a physical cause of quasi-periodic appearance of long-term lows of solar activity such as the Maunder minimum.

It should also be noted that the obtained solution is extremely sensitive to the choice of such parameter as the helicity of the flow, i.e. to the variations of αR . As it seen from the above examples, in order to close the flow near the surface, this parameter is necessary to be chosen with a high accuracy, up to 4-5-th decimal. This high sensitivity of the solution is again associated with a huge increase of gas density with the depth. Consequently, the exponential factor with a very high degree appears in the argument of the Bessel function. Naturally, in such a situation, even a relatively small deviation of coefficient αR from some "standard" values that inevitably arise in a turbulent bulk of the convective zone, can lead to the significant time and space variations of meridional circulation on the Sun. In other words, the meridional flow always should have a very large stochastic component. Perhaps, it is for this reason that the observers have sometimes the impression that the meridional flow has the individual cells not only along the radius, but also in latitudinal direction (Schad et al. 2013).

The work was supported by the Russian Scientific Foundation (project № 15-12-20001).

References

- Choudhuri A.R., Schussler, M. & Dilpati M.: 1995, *Astron. Astrophys.* **303**, L29.
 Dikpati, M.: 2014, *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics.* **119**, 3316.

- Durney, B.R.:1995, Solar Phys.**160**, 213.
Gizon, L.: 2004, Solar Phys. **224**, 217.
Hathaway,D.H.,Upton L.: 2014, J. Geophys. Res.Space.**119**, 3316.
Hazra, G., Karak, B.B., Choudhuri, A.R.: 2014, Astrophys. J. **782**, 93.
Howe R., Christensen-Dalsgaard J., Hill F. et al.: 2000, Science. **287**. 2456.
Kamke, E.: 1959, Differential Gleichungen.I. Gewonliche Diiferential Gleichungen.Leipzig.
Karak,B.B. Kitchatinov, L. L., Choudhuri A.R.: 2014, Astrophys. J. **791**,59.
Kitchatinov, L.L., Olemskoy, S.V.: 2011, Monthly Not. RAS, **411**,1059.
Komm, R.W., Howard, R.F., Harvey, J.W.: 1993, Solar Phys.**147**, 207.
Kosovichev,A.G.: 2004, AIP Conf. Proc. **703**, 209.
Pipin,V.V., Kosovichev A.G.: 2013, Astrophys. J. **776**, 36.
Schad, A., Timmer, J., Roth, M.: 2013, Astrophys. JL. **778**, L38.
Stix, M.: 2004,The Sun: An Introduction, 2nd edn. Springer, Berlin.
Wang,Y.H., Sheely, N.R., Nash,A.G.: 1991, Astrophys. J., **383**.231.
Zhao, J., Bogart, R.S., Kosovichev, A.G., Duvall, T.L. Jr., Hartlep,T.:2013, Astrophys. JL. **774**, L29.

ДИССИПАЦИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СОЛНЕЧНОГО ПЯТНА

Соловьев А.А.^{1,2}, Сарангов С.А.², Козлов А.С.²

¹Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория, С-Петербург, Россия

²Калмыцкий Государственный университет им Б.Б. Городовикова

DISSIPATION OF SUNSPOT MAGNETIC FIELD, by Solov'ev A.A., Sarangov S.A. and Kozlov A.S. The model of decay of sunspot due to the diffusion its magnetic field through the thin boundary shell is presented. It is derived as the main linear phase of dissipation, both the effect of slowing of decay in small sunspots. The model estimations of the typical times of the dissipation are close to the real life time of sunspots.

Введение. Диссипация солнечных пятен – одна из классических проблем солнечной физики. Cowling (1946) первым поставил вопрос о роли омических потерь в распаде пятен. Уравнение диффузии магнитного поля в неподвижной среде с проводимостью σ ,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi\sigma} \Delta \mathbf{B} \quad (1)$$

дает оценку характерного времени диссипации объекта поперечного радиуса a :

$$\tau = 4\pi\sigma a^2 \tilde{n}^{-2}. \quad (2)$$

Приняв для проводимости плазмы её фотосферное значение ($\sigma_{ph} \approx 10^{12} \tilde{n}^{-1}$) и беря радиус круглого солнечного пятна (с полутенью) равным $a = a_p = 10^9 \tilde{n}$, получаем: $\tau = 10^{10} c = 300 \text{ лет}$. Отсюда Каулинг заключил, что омические потери не играют роли в распаде пятен, и оценка (2) до сих пор используется при обсуждении этой проблемы (Priest, 1985).

Фундаментальное решение уравнения (1) для осесимметричного случая (цилиндрические координаты r, φ, z) в виде

$$\hat{A}(r, t) = \frac{\Phi_0}{4\pi D t} \exp\left(-\frac{r^2}{4Dt}\right), \quad (3)$$

где $D = c^2 (4\pi\sigma)^{-1}$ - магнитная вязкость, а Φ_0 - магнитный поток вдоль вертикальной оси z , легло в основу известной работы Meyer et al. (1974) по диссипации пятна. Оно описывает плавное расплывание в пространстве магнитного потока, первоначально сосредоточенного с бесконечно большой плотностью на оси симметрии. В этом процессе рост площади, занятой потоком Φ_0 , сопровождается соответствующей убылью напряженности поля в центре. Но проблема в том, что реальная картина распада солнечных пятен, разительно отличается от той, что представлена решением (3) уравнения (1). В процессе своей диссипации: i). пятно сохраняет четкие очертания, его границы "тень-полутень" и "полутень-фотосфера" не размываются, а геометрический размер пятна (радиус тени) не увеличивается, а, напротив, - уменьшается со временем; ii). низкая температура и, соответственно, пониженная яркость тени пятна практически не меняются со временем; iii). напряженность поля в центре пятна B_0 не меняется вовсе или меняется слабо, главным образом, в соответствии с эволюционной зависимостью $B_0(a)$, согласно которой напряженность поля в малых пятнах систематически меньше, чем в крупных (Solov'ev, Kirichek, 2014).

Эти важнейшие особенности распада пятна ясно указывают на то, что магнитное поле пятна уменьшается не за счет роста (расплывания) его площади и соответствующего ослабления напряженности поля на оси, а за счет ухода магнитного потока из области тени через тонкий граничный слой на боковой границе между магнитной силовой трубкой пятна и

окружающей средой (Gokhale, Zwaan, 1972; Соловьев, 1976а; 1991а; 1991b; Обридко, 1985) (рис.1). Этот тонкий слой автоматически поддерживается на границе пятна благодаря тому, что внешняя среда (фотосфера и конвективная зона) постоянно поджимает магнитную силовую трубку пятна в радиальном направлении, поддерживая горизонтальный баланс давлений $P_{ex}(z) - \{P_{in}(z)\} = \{B_z^2(z)\} (8\pi)^{-1}$, обусловленный тем, что из-за охлаждения плазмы в пятне и опускания холодного газа на уровень вильсоновской депрессии ($\zeta = \Delta h \approx (300 \div 500) km$) давление газа внутри магнитной силовой трубки пятна, значительно, на величину магнитного давления, меньше, чем газовое давление внешней среды на том же геометрическом уровне. (В формуле баланса давления фигурные скобки означают усреднение по площади тени пятна). Этот поперечный баланс устанавливается очень быстро, со скоростью $\sqrt{V_A^2 + c_s^2}$, где V_A - альвеновская скорость и c_s - скорость звука, что значительно превышает скорость диффузии магнитного поля в граничном слое. Это означает, что диффузионный процесс в пятне следует рассматривать как квазистатический: система проходит непрерывную последовательность равновесий, при этом магнитная трубка пятна, сохраняя свою внутреннюю структуру, относительно медленно сокращается в своем поперечном сечении, поджимаясь в радиальном направлении со скоростью $V_D \ll \sqrt{V_A^2 + c_s^2}$. В данном случае имеет место сложный самоподдерживающийся процесс в нелинейной диссипативной структуре. Для его описания уравнение диффузии магнитного поля в неподвижной среде (1) и его фундаментальное решение (3) совершенно непригодны. Здесь необходимо использовать полное уравнение индукции с обязательным учетом поля скорости:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = D \Delta \mathbf{B} + rot[\mathbf{V} \times \mathbf{B}]. \quad (4)$$

Под скоростью плазмы во втором члене справа надо понимать именно скорость радиального самоподобного поджатия пятна, за счет поддержания поперечного баланса давлений. Эти идеи использовались для моделирования распада солнечных пятен в работах (Соловьев, 1976а; 1991а, 1991b), где был получен как основной закон наблюдаемого медленного распада пятен – линейная фаза диссипации, так и эффект замедления скорости сокращения площади тени в малых пятнах, подтвержденный наблюдательно (Соловьев, 1976b; Соловьев, Кузнецова, 2005). В данной работе предложен более простой и наглядный способ вычисления скорости диссипации пятна с упрощенным распределением поля в пятне. Здесь также получается как линейная стадия диссипации в крупных пятнах, так и режим ее замедления – в малых.

Модель магнитной ступеньки. На рис.1 дан схематический разрез пятна, согласно которому, его магнитное поле в квазицилиндрической части магнитной силовой трубки имеет только вертикальную составляющую, $\mathbf{B} = \{B_z(r, t), 0, 0\}$, радиальную зависимость которой можно представить в виде «ступеньки» со слабо размытым краем:

$$B_z(r, t) \equiv B(r, t) = B_0 \left[\exp\left(\frac{r - a(t)}{\delta}\right) + 1 \right]^{-1}, \quad (5)$$

где δ – толщина тонкого граничного слоя на боковой поверхности магнитного цилиндра (рис.1), $a(t)$ – радиус тени пятна (магнитного цилиндра), отсчитываемый от оси симметрии до середины граничного слоя - точки А на рис.1 (это точка перегиба функции $B_z(r, t)$). Строго говоря, за границу магнитной силовой трубки реального солнечного пятна, при $r > a(t) + \delta$, его магнитное поле падает не до нуля, а только до некоторого значения порядка 300-400 Гс, значительно меньшего напряженности поля в тени пятна. Эта деталь в данном случае не имеет принципиального значения, и мы для большей наглядности и простоты модели не станем ее учитывать. В модели магнитной ступеньки мы также пренебрегаем зави-

симостью поля от радиального расстояния внутри тени пятна, которая была учтена в более сложной модели (Соловьев, 1991a, 1991b), т.е. считаем, что изменение поля в масштабе радиуса a пренебрежимо мало по сравнению с его изменением на границе, в масштабе δ . При условии $\delta \ll a$ такое приближение вполне оправдано.

Описанная выше картина диссипации солнечного пятна дает все основания полагать, что радиальное поджатие пятна сохраняет его структуру самоподобной, и на краю пятна в области перегиба функции (5) магнитное поле в элементе плазмы, движущемся радиально к центру пятна со скоростью $V = V_D$, остается неизменным, так что полная (т.е. лагранжева или субстациональная) производная от магнитного поля по времени в этой точке равна нулю:

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{B} = 0. \quad (4)$$

С учетом этого уравнение (4) для окрестности точки А примет вид:

$$-(\mathbf{V}\nabla)\mathbf{B} = -D \operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{B}) + \operatorname{rot}[\mathbf{V} \times \mathbf{B}] \quad (6)$$

и его единственная отличная от нуля составляющая запишется следующим образом:

$$-V_D \frac{\partial B}{\partial r} = D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial B}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B V_D). \quad (7)$$

Отсюда, с учетом того, что в точке перегиба вторая производная обращается в нуль, получаем простое уравнение для нахождения скорости радиального поджатия пятна в точке А:

$$D \frac{\partial B}{\partial r} = B V_D. \quad (8)$$

Подставляя в (8) распределение поля (5) и учитывая, что $V_D = \frac{\partial a(t)}{\partial t}$ и что в точке А при $r = a(t)$ поле равно $B = 0.5B_0$, мы получаем основное уравнение нашей задачи:

$$\frac{\partial a(t)}{\partial t} = -\frac{D}{2\delta(t)}. \quad (9)$$

Линейная стадия диссипации пятна. Рассмотрим два различных случая относительно зависимости $\delta(t)$. Как было показано в (Соловьев, 1976a; 1991a; 1991b), для крупных пятен, у которых магнитный поток, прошедший через граничный слой, не успевает рассеиваться в окружающем пятно пространстве за счет турбулентной диффузии, возникает линейная зависимость толщины граничного слоя от размера пятна: $\delta(t) = \varepsilon a(t)$, где ε - малый постоянный коэффициент: $\varepsilon \approx 0.01$. (Gokhale, Zwaan (1972) полагали, что ε может быть еще на 2-3 порядка меньше).

Суть этого эффекта в том, что, расширяясь, граничный слой автоматически подстраивает скорость ухода магнитного потока из пятна под скорость диффузионного рассеяния поля турбулентными движениями плазмы во внешней среде. В этом случае

$$\frac{\partial \pi a^2(t)}{\partial t} \equiv \frac{\partial S_u}{\partial t} = -\frac{\pi D}{\varepsilon}, \quad (10)$$

т.е. скорость убывания площади тени пятна оказывается не зависящей от его размера, и мы получаем линейный закон ее уменьшения со временем:

$$\frac{S_u(t)}{S_u(0)} = \frac{a^2(t)}{a^2(0)} = 1 - \frac{t}{\tau_1}, \quad (11)$$

где $\tau_1 = 4\pi\sigma\varepsilon a^2(0)c^{-2}$. От формулы Каулинга (2) эта оценка отличается тремя величинами: во-первых, - множителем ε , учитывающим малую толщину граничного слоя, во-вторых, тем, что для проводимости плазмы здесь следует брать не фотосферное ее значение ($\sigma_{ph} \approx 10^{12} \tilde{n}^{-1}$), а пятенное, которое, за счет низкой степени ионизации плазмы в поверх-

ностных слоях пятна, меньше фотосферного примерно на два порядка (Brey, Loughhead, 1964; Копецкий и Куклин, 1966). В монографии Обридко (1985) дано $\sigma_u = 9 \times 10^9 c^{-1}$. Мы для оценок примем $\sigma_u = 10^{10} c^{-1}$. В-третьих, в качестве характерного размера в формуле для τ_1 стоит квадрат радиуса тени, а не радиуса всего пятна с полутенью, что уменьшает оценку τ_1 еще примерно в 6 раз (Аллен, 1974). В целом, эти поправки снижают время жизни пятна на 4-5 порядков, т.е. получается: $\tau_1 = \frac{12 \times 10^{10} \times 0.01 \times 10^{17}}{10^{21}} = 1.2 \times 10^5 c$, - около полутора дней для малого пятна с радиусом тени 3.3Мм, до 4-5 дней при $a_u = (7-8)Mm$ и до месяца при $a_u = 15Mm$, что вполне согласуется с наблюдательными данными.

Эффект замедления диссипации в малых пятнах. Для малых пятен эффект расширения граничного слоя пропорционально радиусу тени отсутствует, и потому для них толщина граничного слоя определяется только физическими процессами на его границе и не зависит от размера пятна: $\delta = \delta_0 = const \approx \varepsilon a(0)$. Тогда $\frac{\partial a(t)}{\partial t} = -\frac{c^2}{8\pi\sigma\delta_0}$ и, соответственно:

$$\frac{S_u(t)}{S_u(t^*)} = \frac{a^2(t)}{a^2(t^*)} = \left(1 - \frac{t-t^*}{\tau_2}\right)^2, \quad t > t^* \quad (12)$$

где t^* – момент времени, начиная с которого закон линейной диссипации (11) сменяется нелинейным законом (12), и $\tau_2 = 8\pi\sigma\delta_0 a(t^*)c^{-2}$. Если принять $\delta_0 a(t^*) \approx \varepsilon a^2(0)$, то получается, что $\tau_2 = 2\tau_1$. В точке $t = t^*$ функция $S_u(t)$ должна быть непрерывна. Из этого следует: $S_u(t^*) = S_u(0)(1 - t^* \tau_1^{-1})$. На рис. 3 функция $S_u(t)$ представлена в относительных единицах для случая $\tau_1 = 4^d$, $\tau_2 = 8^d$ и $t^* = 3^d$. На этом же графике в качестве типичного примера представлены результаты измерения площади тени для пятна №233.56 (1973) по гринвичскому каталогу (начальное значение площади тени этого пятна составляло 64 м.д.п., что соответствует площади всего пятна с полутенью равной примерно 380 м.д.п.) и для пятна №220.23 (1969), у которого начальное значение площади тени было равно 40 м.д.п. Эти данные взяты из работы (Соловьев, Кузнецова 2005), рис.5, нижняя панель).

Приведенная в этой же работе на рис. 4 сводная зависимость $S_u(t)$ для 95 солнечных пятен достаточно правильной формы, обнаруживающих на диске стадию медленной регуляционной диссипации, имеет форму аналогичную приведенным на рис.3 примерам: в течение первых 3-4 дней четко обозначается линейный спад площади тени пятна до значений 15-20 м.д.п., а затем скорость диссипации пятна значительно замедляется. Аналогичный ход кривой $S_u(t)$ был получен ранее для 19 пятен по фотоматериалам Горной астрономической станции ГАО РАН (Соловьев, 1976б).

Учет дискретного характера диссипации поля. Согласно изложенной модели пятно диссипирует за счет непрерывного просачивания магнитного потока из пятна в окружающую фотосферу через самоподдерживающийся граничный слой малой толщины. Однако тонкая волокнистая структура полутени пятна наводит на мысль, что диссипация его магнитного поля происходит не непрерывно, а дискретным образом, путем отрыва от основного магнитного «ствола» тонких вертикальных волоконцев, образующихся при расщеплении граничного токового слоя. Отделившись от пятна, эти тонкие волоконца так же, как и отдельные силовые линии, рассеиваются хаотическими конвективными движениями в окружающей пятно среде (Соловьев, 1991,а). Рассмотрим, к какому закону диссипации приведет данное предположение. Конкретный механизм расщепления токового граничного слоя на тонкие волоконца

в данном случае не важен. Пусть за время Δt на периферии пятна с площадью тени $S_u = \pi a^2$ образуется N тонких вертикальных магнитных волокон с малым ком δ каждое. Очевидно, $N = 2\pi a\delta^{-1}$. При этом площадь тени уменьшится на величину $\Delta S_u = -N \frac{\pi\delta^2}{4}$. Следовательно, $\frac{\Delta S_u}{\Delta t} = -N \frac{\pi\delta^2}{4\Delta t} = -\frac{\pi^2 a\delta}{2\Delta t}$. Отсюда: $\frac{da}{dt} = -\frac{\pi\delta}{4\Delta t}$. Если малое дискретное время Δt имеет смысл скинового времени ($\Delta t = \delta^2 D^{-1}$), что представляется наиболее естественным, то мы приходим к формуле

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\pi D}{4\delta}, \quad (13)$$

которая отличается от основной формулы (9) лишь численным коэффициентом: в знаменателе вместо 2 стоит $\frac{4}{\pi} = 1.273$, т.е. скорость дискретной диссипации поля оказывается в 1.57 раз больше скорости непрерывного просачивания. Эту разницу легко учесть: чтобы от формулы (13) вернуться к полученным выше результатам, достаточно взять проводимость равной $\sigma_u = 1.57 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ вместо принятой выше $\sigma_u = 10^{10} \text{ c}^{-1}$. Подчеркнем, что вывод (13) не связан с конкретной формой радиального профиля поля внутри тени пятна, достаточно лишь, чтобы магнитная силовая трубка пятна имела резкую боковую границу.

Обсуждение. Приведенные выше расчеты проделаны для наблюдаемых слоев пятна с оптической толщиной порядка единицы. Как видим, они хорошо соответствуют наблюдениям. Но в более глубоких слоях, на глубине 3-4 Мм, температура и, соответственно, проводимость плазмы пятна заметно увеличиваются, и время его жизни должно возрасти. Этого не случится, если допустить, что толщина граничного слоя уменьшается с глубиной пропорционально росту проводимости, так что произведение $\sigma_u \delta$, которое определяет скорость диссипации поля, остается неизменным и примерно равным его поверхностному значению. Кроме того, учитывая дискретный характер диссипации поля, можно полагать, что более быстрое расщепление границы пятна в ее поверхностных слоях облегчает этот процесс для нижних слоев по чисто динамическим причинам: верхняя часть магнитного волокна, отделившись от основного магнитного массива, будет увлекаться турбулентным движением внешней среды прочь от пятна и тянуть за собой нижнюю, еще не полностью отщепленную от пятна часть волокна, ускоряя тем самым весь процесс его диссипации.

Работа поддержана грантом РФФИ № 15-12-20001 и Программой П-07 Президиума РАН.

Литература

1. Gokhale M.H., Zwaan C. 1972, Solar Phys. **26**, 52.
2. Cowling T.G., Month. 1946, Not. RAS. **106**, 218 (1946).
3. Kopecky M., G.V. Kuklin, 1966, Bull. Astron. Inst. Czech. **17**, 45.
4. Meyer F., H.U. Schmidt, P.R. Wilson, N.O. Weiss. 1974, Month. Not. RAS. **169**. 35.
5. Parker E.N., 1979a, Cosmical magnetic fields. Part. I. Clarendon Press. Oxford. -608.
6. Solov'ev A.A. 1976a, Soviet Astron. **20**, no.1, pp.75-78.
7. Solov'ev A.A. 1976b, Bull. Solnechnye Dannye, №7. 73-78.
8. Solov'ev A.A. 1976c, Bull. Solnechnye Dannye, №4. 54-60.
9. Solov'ev A.A. 1984a, Bull. Solnechnye Dannye, №1. 73-78.
10. Solov'ev A.A. 1984b, Soviet Astron. **28**, 447-451.
11. Solov'ev A.A. 1991a, Soviet Astron. **35**, no.1, pp.83-87.
12. Solov'ev A.A. 1991b, Soviet Astron. **35**, no.3, pp.306-309.
13. Соловьев А.А., Кузнецова М.А. 2005, Труды конференции «Солнечная активность как фактор космической погоды» СПб, ГАО РАН, 4-9 июля, 2005. Стр.589-592.

14. Kosovichev, A.G. 2012, Solar Phys., 2012, vol. 279, pp. 323–348.
15. Obridko, V.N. 1985, Sunspots and Complexes of Activity, Moscow: Nauka.
16. Parker, E.N. 1979b, Cosmical Magnetic Fields. Part I, Oxford: Claredon Press, 1979b.
17. Solov'ev, A.A. 1991, Soviet Astron. vol. 35, no. 1, pp. 83–87.
18. Solov'ev, A.A. and Kirichek, E.A. 2014, Astrophys and Space Sci., vol. 352, pp. 23–42.

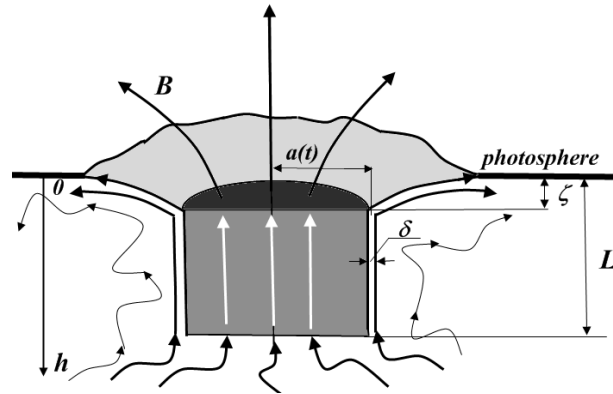


Рис.1. Схематический разрез солнечного пятна. На глубинах ниже уровня вильсоновской депрессии, $h > \zeta$, но выше нижней границы пятна, $h < L \approx 4Mm$, магнитную трубку пятна можно, согласно Паркеру (1979), считать цилиндрической. Ниже уровня $h = L$ находится зона перегретой плазмы, здесь магнитная силовая трубка пятна резко расширяется, поле ослабевает и запутывается конвекцией, теряя регулярную структуру. Магнитные силовые линии, продиффундировавшие через граничный слой толщины δ , изображены тонкими запутанными линиями.

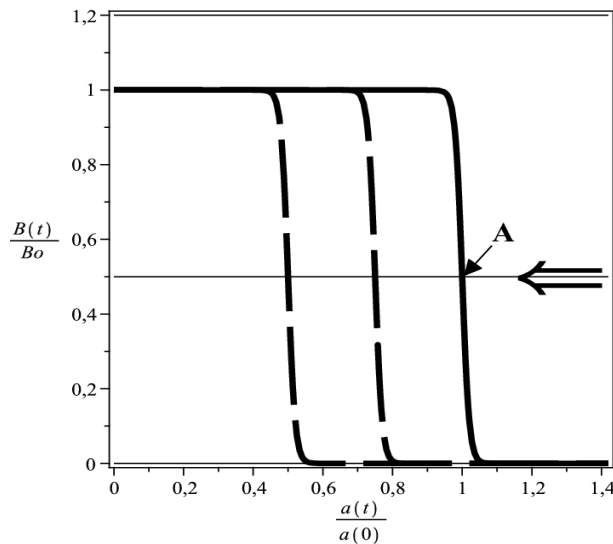


Рис. 2. Радиальное распределение вертикального поля в тени пятна в виде магнитной ступеньки, А – точка перегиба на уровне 0.5. Фигурной стрелкой показано направление радиального поджатия магнитной силовой трубки пятна в процессе его диссипации. Сплошная линия - распределение магнитного поля в начальный момент времени, пунктирные – в последующие моменты времени. В данном расчете принято $\delta = 0.01a(0)$.

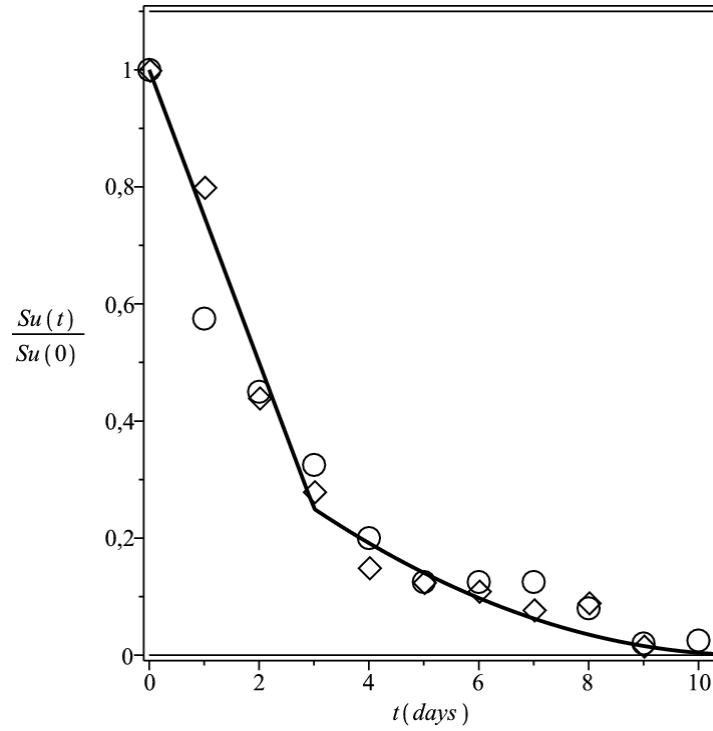


Рис.3. Сплошная линия - теоретическая кривая $\frac{S_u(t)}{S_u(0)}$ при значениях параметров: $\tau_1 = 4^d$, $\tau_2 = 8^d$ и $t^* = 3^d$. По горизонтальной оси - время в сутках. Ромбиками отмечены результаты измерений для пятна №233.56 (1973), кружками - данные для пятна №220.23 (1969) по гринвичскому каталогу.

ДИССИПАТИВНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ВЕРТИКАЛЬНОГО БЕССИЛОВОГО МАГНИТНОГО ЖГУТА С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО СПАДАЮЩИМ ПОЛЕМ В РЕЗИСТИВНОЙ СРЕДЕ

А.А. Соловьев, А.Е. Джесюпова

ГАО РАН, г. Санкт-Петербург, Россия, solov@gao.spb.ru

Калмыцкий государственный университет им. Б.Б. Городовикова, Элиста

Получено новое точное решение, описывающее диссипативную эволюцию вертикального магнитного жгута с бессиловой внутренней структурой (статическое решение Шацмана), находящегося в пассивной среде конечной проводимости. На границе магнитного жгута, где радиальное поле обращается в нуль, баланс полного давления (газовое + магнитное) поддерживается за счет давления внешней среды, в которой магнитное поле отсутствует (или имеет потенциальный характер). Диссипативные процессы внутри жгута (джоулево энерговыделение) приводят к уменьшению магнитного давления в жгуте, и внешняя среда, восстанавливая баланс давлений, сжимает жгут как в радиальном, так и вертикальном направлениях. Полученное решение может быть использовано для описания горячих рентгеновских точек на Солнце.

Введение. Скрученные магнитные силовые трубки (магнитные жгуты) представляют собою один из наиболее важных элементов солнечной активности в целом. Обычно в солнечной атмосфере магнитный жгут окружен квазипотенциальным магнитным полем, которое обеспечивает равновесие жгута в поперечном сечении. В резистивной среде такая система подвержена диссипативной эволюции в силу того, что снаружи в потенциальном поле диссипация отсутствует, а внутри жгута, где плотность токов отлична от нуля, часть магнитной энергии постоянно конвертируется в тепловую, понижая тем самым внутреннее магнитное давление, противостоящее давлению внешней среды. Это приводит к радиальному сжатию магнитного жгута со скоростью, определяемой проводимостью плазмы и характерным пространственным масштабом изменения магнитного поля в жгуте.

В работе [1] нами были получены новые точные решения, описывающие самоподобное равномерное сжатие магнитного жгута с линейным бессиловым внутренним полем ($\alpha = const$). Формально радиус жгута a уменьшается до нуля за конечное время. Это время для жгута с радиусом в несколько сотен км оказывается относительно небольшим (несколько часов), если спиральность магнитного поля в жгуте достаточно велика: $\alpha a \gg 1$. В настоящей работе рассматривается тот же процесс диссипативной эволюции применительно к вертикально расположенному магнитному жгуту, бессиловое поле которого падает с высотой по экспоненте (решение Шацмана [2]). Закон радиального и продольного сжатия имеет тот же вид, что и для цилиндрического магнитного жгута с двумя компонентами поля [1].

Релаксация магнитного поля в жгуте к линейному бессиловому состоянию. В подфотосферных слоях Солнца плазменный параметр $\beta = 8\pi PB^{-2}$ много больше единицы, и поведение магнитного поля определяется там, главным образом, течениями плазмы (обычно не только $\beta \gg 1$, но и $\rho V^2/2 \gg B^2/8\pi$, т.е. $V^2 \gg V_A^2$, где V - макроскопическая скорость течений, а $V_A = B(4\pi\rho)^{-1/2}$ - альвеновская скорость). Ситуация резко меняется, когда достаточно сильное магнитное поле (с напряженностью в несколько сотен гаусс и выше) выходит в фотосферу и в более высокие слои атмосферы Солнца. Здесь в МГД-уравнении движения элемента плазмы

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} \right) = (4\pi)^{-1} [\text{rot}\mathbf{B} \times \mathbf{B}] - \nabla P + \rho \mathbf{g} \quad (1)$$

обе немагнитные силы в правой части становятся пренебрежимо малыми и тогда магнитная система, минимизируя свою энергию, начинает со скоростью порядка альвеновской двигаться

ся к такому равновесию, в котором бы и магнитная сила оказалась близка к нулю: $[\text{rot}\mathbf{B}\times\mathbf{B}]\square 0$. Это и есть релаксация системы к бессилловому состоянию, которое описывается уравнениями:

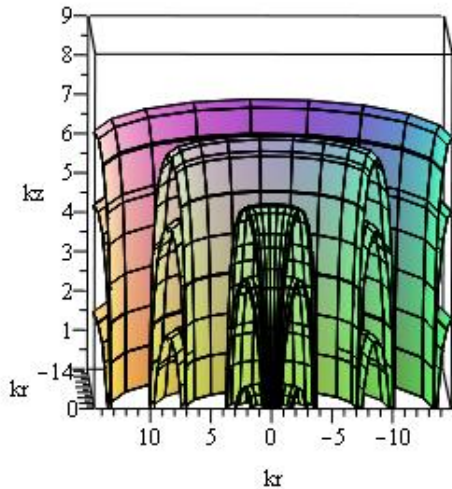
$$\text{rot}\mathbf{B} = \alpha\mathbf{B}, \quad (\nabla\alpha\cdot\mathbf{B})=0. \quad (2)$$

В формуле (2) α – некоторая псевдоскалярная функция координат. Если $\alpha = \text{const}$, то такое магнитное поле называют линейным бессилловым полем. Его замечательное свойство состоит в том, что если в заданном объеме плазмы сохраняется величина спиральности магнитного поля, задающая степень сцепленности магнитных силовых линий

$$K = \int_V \mathbf{A}\square\mathbf{B} \, dV, \quad (3)$$

то распределение (2) при $\alpha = \text{const}$ соответствует минимуму магнитной энергии системы [3]. (В выражении (3) \mathbf{A} – векторный потенциал магнитного поля). Это означает, что магнитное поле, будучи предоставлено «самому себе» в зоне с малым β , должно релаксировать к линейному бессилловому распределению. Но такая релаксация неизбежно будет связана с изменением топологических характеристик системы, т.е. с пересоединениями магнитных силовых линий на множественных мелкомасштабных токовых слоях [4]. Процесс носит диссипативный характер, понижающий полную магнитную энергию системы, но спиральность поля (3) изменяется при этом значительно медленнее, чем энергия, поэтому можно считать, что спиральность является топологическим инвариантом: $K \approx \text{const}$.

Рис.1. Форма магнитных поверхностей аксиально-симметричной бессилловой магнитной структуры (5) с экспоненциально спадающим по высоте полем. Принято $l = 0.5k$. Видно, как резко сгущается к оси продольное поле. Азимутальное поле $B_\phi(r, z)$, магнитные силовые линии которого кольцеобразно охватывают ось симметрии жгута Oz , здесь не показано. Любая поверхность, на которой радиальное поле обращается в нуль, может быть выбрана в качестве граничной.



Решение вариационной задачи на условный экстремум энергии при заданном инварианте K приводит к линейному бессилловому полю: $\text{rot}\mathbf{B} = \text{const}\mathbf{B}$ [4]. Для цилиндрически симметричного жгута с двумя компонентами поля $\mathbf{B}\{0, B_\phi(r), B_z(r)\}$ это распределение имеет вид [5]:

$$B_z(r) = B_0 J_0(\alpha r), \quad B_\phi(r) = B_0 J_1(\alpha r). \quad (4)$$

Здесь $J_0(\alpha r)$, $J_1(\alpha r)$ – функции Бесселя 1-го рода нулевого и первого порядка соответственно, α – константа, имеющая размерность обратной длины. Произведение αa есть безразмерная координата боковой поверхности магнитного жгута. Ее численная величина определяется начальным запасом спиральности магнитного поля K (т.е. интегральной сцепленностью,

заузленностью потоков продольного $B_z(r)$ и азимутального $B_\varphi(r)$ полей) в релаксирующей части магнитной силовой трубки.

Для осесимметричного магнитного жгута с тремя компонентами поля, сечение которого меняется вдоль его оси, линейное бессиловое распределение имеет вид [2,6]:

$$B_z(r, z) = B_0 \exp(-lz) J_0(kr), \quad B_\varphi(r, z) = B_0 \sqrt{1 - \frac{l^2}{k^2}} \exp(-lz) J_1(kr), \quad (5)$$

$$B_r(r, z) = B_0 \frac{l}{k} \exp(-lz) J_1(kr).$$

Здесь k и l обратный масштаб длины по горизонтали и вертикали соответственно, причем $l \leq k$. Бессиловой параметр равен: $\alpha^2 = k^2 - l^2$. Случай $l = k$ соответствует потенциальному полю. На границе магнитного жгута с внешней средой радиальное поле должно обращаться в нуль, поэтому в качестве координаты граничной поверхности магнитного жгута ka следует выбрать один из нулей функции $J_1(x_n) = 0$, т.е. $(ka)_n = x_n$, где x_n – один из членов бесконечной последовательности

$$x_n = 3.8317; 7.0166; 10.1735; 13.3237; 16.4706; 19.6158; 22.7601; 25.9037... \quad (6)$$

На этой границе должен выполняться баланс давлений:

$$B_z^2(ka, z) + B_\varphi^2(ka, z) = B_{z,ex}^2(z) + 8\pi(P_{ex}(z) - P_{in}(z)). \quad (7)$$

Резистивная эволюция бессилового магнитного жгута. Рассмотрим магнитный жгут, который после релаксации в надфотосферных слоях к состоянию (5) оказался в равновесии с окружающей его внешней средой (7). Поставим задачу о резистивной эволюции этого бессилового поля. Система уравнений МГД имеет следующий вид: уравнение движения среды в бессиловом приближении

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} \right) = (4\pi)^{-1} [\text{rot} \mathbf{B} \times \mathbf{B}], \quad (8)$$

уравнение индукции

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\text{rot}(v_m \text{rot} \mathbf{B}) + \text{rot}[\mathbf{V} \times \mathbf{B}], \quad (9)$$

где $v_m = c^2(4\pi\sigma)^{-1}$ – магнитная вязкость среды, σ – проводимость, и уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0. \quad (10)$$

Решение для поля скоростей будем искать в виде $\mathbf{V} = \{V_r(r, t), 0, V_z(z, t)\}$, где

$$V_r(r, t) = -\gamma(t)r, \quad V_z(r, t) = -\gamma(t)z. \quad (11)$$

и функция $\gamma(t)$, имеющая размерность обратного времени, подлежит определению. Подставляя (11) в уравнение (8), мы убеждаемся, что инерционный член в (8) обращается в нуль и, соответственно, $[\text{rot} \mathbf{B} \times \mathbf{B}] = 0$, т.е. бессиловое распределение поля в жгуте сохраняется со временем (с переменными $B_0(t)$ и $k(t), l(t)$), если $\gamma(t)$ подчиняется условию:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \gamma^2. \quad (12)$$

Это уравнение имеет простое решение:

$$\gamma(t) = \frac{\gamma_0}{1 - \gamma_0 t}, \quad (13)$$

где $\gamma_0 = \gamma(0) = const$ – неизвестная пока константа. Видно, что за конечное время, при $t \rightarrow t_0 = \gamma_0^{-1}$, величина $\gamma(t)$ достигает бесконечно большого значения. Уравнение индукции (9) в покомпонентной записи примет вид:

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -v_m \alpha^2 B_r + \frac{\partial}{\partial z} (V_r B_z - V_z B_r), \quad (14)$$

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} = -v_m \alpha^2 B_\phi - \frac{\partial}{\partial r} (V_r B_\phi) - \frac{\partial}{\partial z} (V_z B_\phi), \quad (15)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = -v_m \alpha^2 B_z - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r B_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_z B_r). \quad (16)$$

Подставляя сюда распределение (5) с зависящими от времени $B_0(t)$ и $l(t)$, $k(t)$, а также скорости плазмы в виде (11), мы получим, как из уравнения (14), так и из уравнений (15) и (16), два следующих обыкновенных дифференциальных уравнения:

$$\gamma = \frac{\partial \ln l}{\partial t} = \frac{\partial \ln k}{\partial t}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \ln B_0(t)}{\partial t} = -\frac{c^2}{4\pi\sigma} (k^2 - l^2) + 2\gamma, \quad (18)$$

которые определяют зависимости $l(t)$, $k(t)$ и $B_0(t)$. Из (13) и (17) следует

$$l(t) = \frac{l_0}{1 - \gamma_0 t}, \quad k(t) = \frac{k_0}{1 - \gamma_0 t}. \quad (19)$$

Поскольку граница жгута задана соотношением $(ka)_n = x_n = const$, то, очевидно, $a(t) = a_0(1 - \gamma_0 t)$ и $V_r(a) = -\gamma(t)a(t) = -\gamma_0 a_0 = const$, т.е. поперечное сжатие жгута происходит равномерно, с постоянной скоростью на границе. Из (17) следует, что $l(t)$ и $k(t)$ изменяются со временем синхронно, отличаясь лишь на постоянный множитель. Пусть $l(t) = bk(t)$, где b – положительная константа меньшая 1, показывающая во сколько раз вертикальный масштаб системы превышает ее поперечный размер.

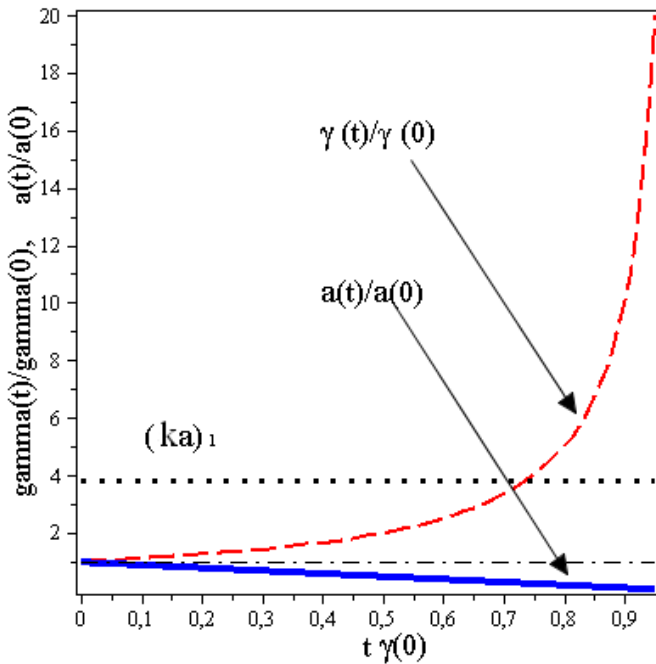


Рис.2. Функции $\gamma(t)$, $a(t)$ представлены в безразмерном виде. Безразмерный поперечный радиус жгута показан точечной линией для случая $(ka)_1 = const = 3.8317$. На горизонтальной оси время выражено в единицах $\tau_c \equiv \gamma_0^{-1}$, и изменяется в пределах от 0 до 0.95. Когда $t\gamma_0 \rightarrow 1$, функция $\gamma(t)/\gamma(0)$ стремится к бесконечности, и $a(t) \rightarrow 0$.

Уравнение непрерывности (10) имеет вид $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \rho \frac{\partial}{\partial z} V_z = 0$ и при подстановке (11)

даст решение для плотности внутри жгута $\frac{\partial \ln \rho(t)}{\partial t} = 3\gamma$, откуда получаем:

$$\rho(t) = \frac{\rho_0}{(1-t/t_0)^3}. \quad (20)$$

Снаружи от жгута, в соответствии с требованием непрерывности нормальной составляющей скорости на границе, будем полагать, что: $V_r(r, t) = -\gamma(t)a^2/r$, $V_z(r, t) = 0$. Тогда из уравнений индукции и непрерывности

$$\frac{\partial B_{z,ex}}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV_r B_{z,ex}), \quad \frac{\partial \rho_{ex}}{\partial t} + \frac{\rho_{ex}}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV_r) = 0. \quad (21)$$

следует простое внешнее решение: $B_{z,ex} = const$, $\rho_{ex} = const$.

На подвижной границе жгута ($ka = x_n$) должно выполняться условие непрерывности полного давления

$$B_{z,ex}^2 = B_0^2(t)J_0^2(x_{1,n}) + 8\pi(P(a) - P_{ex}). \quad (22)$$

Если пренебречь вкладом газовых давлений и принять, что внешнее поле не меняется со временем (приближение пассивной среды) $\dot{B}_{z,ex} = 0$, то получаем, что и поле в центре остается со временем неизменным: $\dot{B}_0 = 0$ Тогда из (18) следует:

$$\frac{c^2(1-b^2)}{4\pi\sigma} k^2 = 2\gamma. \quad (23)$$

Это условие удовлетворяется с учетом (19), если положить, что проводимость плазмы в жгуте по мере её сжатия и нагрева растет по закону:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \frac{k(t)}{k_0}. \quad (24)$$

Для времени коллапса t_0 в этом случае из (23) имеем оценку:

$$t_0 = \gamma_0^{-1} = \frac{8\pi\sigma_0 a_0^2}{c^2(1-b^2)x_{1,n}^2}. \quad (25)$$

Если не прибегать к гипотезе (24) и полагать, что проводимость плазмы остается неизменной во времени, то соотношение (18) следует использовать для расчета зависимости $B_0(t)$ и далее рассчитывать из баланса (22) поведение разности давлений $8\pi(P(a(t)) - P_{ex})$. Однако нам представляется, что зависимость (24), когда рост проводимости компенсируется уменьшением радиуса, лучше отражает специфику процесса.

Произведем численную оценку времени сжатия t_0 . Характерный масштаб a_0 (радиус сечения жгута после релаксации его к линейному бессиловому полю) положим равным 300 км (3×10^7 см), проводимость солнечной плазмы в области температурного минимума и в переходном слое составляет несколько единиц на 10^{11} c^{-1} [6, 7]. Примем для определенности $\sigma_0 = 3 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$. Будем также считать, что $b^2 \ll 1$. Тогда

$$t_0 = \gamma_0^{-1} = \frac{75 \times 10^{11} 10^{15}}{10^{21} x_n^2} = \frac{7.5 \times 10^6}{x_n^2} \text{ c}. \quad (26)$$

Как видим, на численную оценку t_0 сильно влияет выбор нуля функции $J_1(ka)$ из приведенной выше последовательности (6). Значение этого корня определяется, как говорилось в разделе 2, величиной спиральности поля K , захваченной в жгуте. Эта величина нам в принципе

неизвестна. Если принять, что она достаточно велика, то и значение x_n^2 может быть $\gg 1$. Так, если положить, что $x_n = 16.472$ (это пятый член последовательности (6)), то получим, что $t_0 = 2.8 \times 10^4 c$, т.е. менее 8 часов. И это несмотря на то, что мы предполагали, согласно (4), возможность резкого роста проводимости плазмы со временем в сжимающемся жгуте!

Скорость радиального сжатия $V_r(a) = -\gamma_0 a_0 = -\frac{c^2 x_{1,n}^2}{8\pi\sigma_0 a_0} = -\frac{a_0}{t_0}$ составит $-3 \times 10^7 / 3 \times 10^4 \approx -10^3 \text{ см/с}$, что много меньше альвеновской скорости, которая в надфотосферных слоях (при напряженности поля в 300 Гс и концентрации плазмы $\approx 10^{12} \text{ частиц/см}^3$) равна примерно 10^8 см/с .

Обсуждение. Нам представляется, что полученная модель коллапсирующего магнитного жгута с ее относительно длительным энерговыделением и нисходящими потоками газа может быть использована для описания таких активных элементов, как горячие рентгеновские точки, наблюдаемые на уровне фотосферы Солнце [6].

Работа поддержана Программами Президиума РАН П-21 и П-22, а также грантом РФФИ №13-02-00714.

Литература

1. А.А. Соловьёв. «Диссипативный коллапс магнитных жгутов с бессиловым внутренним полем». Астрон. Журн. **88**, №11, 1111-1123 (2011)
2. E. Schatzman. IAU Symp. 22, 337 (1965)
3. L. Woltjer. Proc. Nat. Acad. Sci. **44**. 489-491 (1958)
4. J. B. Taylor. Phys. Rev. Letters. **33**, no. 19. 1139-1141. (1974)
5. S. Lundquist Ark. fur fisik. **2**, 361-370. (1951)
6. E. R. Priest Solar Magnetohydrodynamics. D. Reidel Publ. Company. Dordrecht, Holland. 1982.
7. В.Н. Обридо. Солнечные пятна и комплексы активности. М.: Наука. 1985.-255.

ПРИЛОЖЕНИЕ
ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ: ИНСТРУКЦИЯ ПО ПОДГОТОВКЕ СТАТЬИ

Михаляев Б. Б.¹, Мусцевой В. В.²

¹ *Калмыцкий государственный университет, Элиста*

² *Волгоградский государственный университет, Волгоград*

(пустая строка)

Abstract

FAST SAUSAGE WAVES IN CURRENT-CARRYING CORONAL LOOPS, *by Khongorova O.V., Mikhalyaev B.B., and M.S. Ruderman.* Fast sausage waves in a model coronal loop that consists of a cylindrical core with axial magnetic field and coaxial annulus with purely azimuthal magnetic field are considered. ...

(пустая строка)

Оформление статьи. Настоящий текст представляет собой правила по оформлению статей в сборнике трудов научно-практической конференции “Актуальные проблемы современной физики и математики”. Иными словами, статья должна выглядеть примерно так, как эта страница. Объем статьи не ограничен.

Материалы должны быть подготовлены средствами Word. Размер всех шрифтов, кроме мест работы авторов и подписей к рисункам – 12 пунктов. Размер шрифта мест работы авторов и подписей к рисункам – 10 пунктов. Шрифт – Times New Roman. Заголовок, слово “**Abstract**”, наименования разделов статьи и заголовок “**Литература**” выделяются жирным шрифтом. Заголовок, список авторов, места их работы и заголовок “**Литература**” форматированы от центра. Наименования мест работы авторов выделяются курсивом (см. выше). Переносы включаются автоматически.

Размер полей справа и слева – 20 мм, сверху и снизу – 25 мм. Статья не должна содержать нумерации страниц, номера страниц будут размещаться при верстке всего сборника в целом.

Статья должна быть снабжена **Abstract**-ом на английском языке, размером не более 200 слов, включая предлоги, помещенным перед основной частью статьи. Это требование является некритичным: переведите аннотацию на английский, если хотите, чтобы англоязычный читатель смог ознакомиться с вашей работой.

Наименование раздела статьи указывается в начале первого абзаца и выделяется жирным шрифтом раздела (см. **Оформление статьи.**). Нумерация разделов не производится. Между разделами устанавливается интервал в 6 пунктов. Принято использовать **Введение** с изложением сути рассматриваемой проблемы, кратким обзором ее современного состояния и литературы по теме исследования, а также **Заключение** с формулировкой результатов проведенного исследования и обсуждением перспектив его продолжения.

Все формулы, выделенные в отдельную строку, должны быть пронумерованы (следующие формулы размещены на странице с помощью таблицы с четырьмя строками и двумя столбцами, один из которых отведен для нумерации; ее границы выбраны невидимыми):

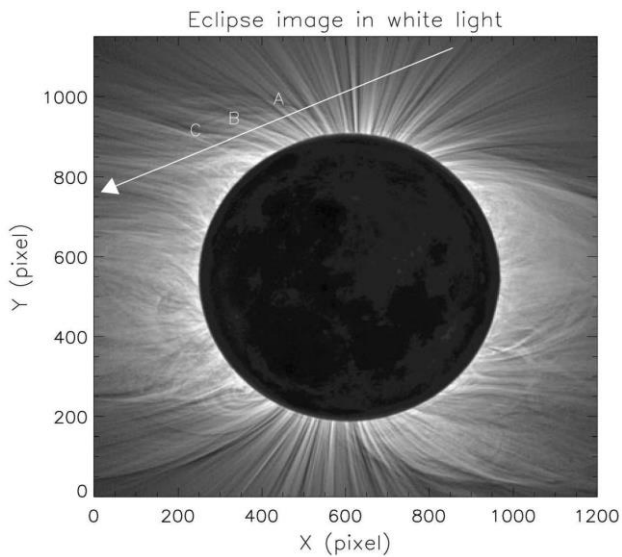
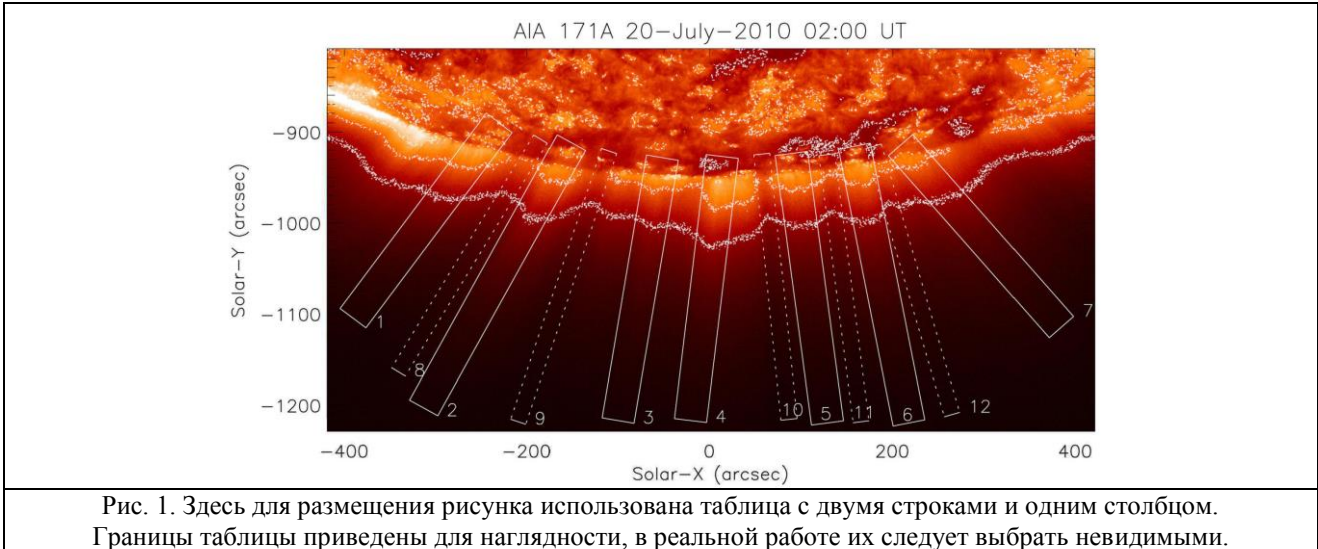
$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \frac{1}{4\pi} \text{rot} \mathbf{B} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div} \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (3)$$

$$\frac{dp}{dt} - \frac{\gamma p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -(\gamma - 1)\rho L, \quad (4)$$

Должны быть пронумерованы и подписаны все рисунки. Подписи располагаются снизу или сбоку от рисунка (рис. 1-2). Обратите внимание на соответствие масштабов рисунков размеру шрифта. Формат рисунка не оговаривается, поскольку уже предполагается, что он читается в Word.



Список литературы и ссылки на нее. Список литературы приводится в алфавитном порядке, сначала на русском языке, затем – на английском. Цитируемая работа дается в виде фамилий авторов (указываются все авторы), названия работы, года опубликования работы с добавлением буквы при ссылках на несколько публикаций данного автора в том же году, названия издания (приводится полностью), номера тома, номера выпуска и первой страницы работы. Подробные сведения о работах необходимы потому, что издание не является специализированным и имеет разнородную читательскую аудиторию.

Ссылка в тексте на цитируемую литературу дается в виде фамилии автора и года опубликования работы (Паркер, 1972). При двух авторах указываются обе фамилии через запятую (Дворяковский, Файнштейн, 1981), при трех и более соавторах указывается лишь первая фамилия с добавлением “и др.” или “et al.” (De Moortel et al., 2002a). Подобный тип

ссылки мы считаем более приемлемым по сравнению с использованием нумерованных ссылок, поскольку не придется при чтении каждой ссылки “прокручивать” статью в ее конец.

Представление и публикация статьи. Конференция проводится ежегодно в конце ноября. Статью следует до конца первого квартала следующего календарного года представить в электронном виде на кафедру теоретической физики КалмГУ или послать по адресу fmif@kalsu.ru.

Публикация статей является свободной, то есть статьи не рецензируются. Публикация статей в электронном сборнике является бесплатной для авторов.

Литература

- Дворяковский В.П., Файнштейн С.М. *О параметрической неустойчивости магнитозвуковых волн в плоском плазменном волноводе* // 1981, Известия ВУЗов. Радиофизика, 24, №5, 533.
- Паркер Е., 1972, *Космические магнитные поля*. Т. 1. -М.: Мир, с. 416.
- De Moortel I., Ireland J., Walsh R.W., Hood A.W. *Longitudinal intensity oscillations in coronal loops observed with TRACE. I. Overview of measured parameters* // 2002a, Solar Physics, 209, 61.
- De Moortel I., Hood A.W., Ireland J., Walsh R.W. *Longitudinal intensity oscillations in coronal loops observed with trace. II. Discussion of measured parameters* // 2002b, Solar Physics, 209, 89.
- Foullon C., Fletcher L., Hannah I. G., Verwichte E., Cecconi B., Nakariakov V.M., Phillips K.J. H., Tan B.L. *From large-scale loops to the sites of dense flaring loops: preferential conditions for long-period pulsations in solar flares* // 2010, Astrophysical Journal, 719, 151.