Министерство образования и науки Республики Калмыкия
Бюджетное учреждение дополнительного профессионального образования
«Калмыцкий республиканский институт повышения квалификации работников образования»
Муниципальное казенное общеобразовательное учреждение «Многопрофильная гимназия г. Лагани»

Элементы логики

(пособие для учащихся)

Автор: Боваева М.Д.,
учитель физики и математики,
МКОУ «МПГ г.Лагани»,
г.Лагань, ул.Баташова, 74

г. Лагань, 2019

Составитель: Боваева М.Д., учитель физики и математики

Логика не является общеобразовательным предметом. Многие люди начинают знакомиться с ней в специальных средних и высших учебных заведениях: будущие юристы, медики, педагоги, инженеры. «Логика – необходимый инструмент, освобождающий от лишних ненужных запоминаний, помогающий найти в массе информации то ценное, что нужно человеку, - писал академик Н.К.Анохин, - она нужна каждому специалисту…»

Книга включает теоретический материал, упражнения и задачи, прививающие практические навыки, формирующие культуру логического мышления. Доступному изложению материала помогают эпиграфы к главам, удачные приемы и способы подачи учебного материала, примеры из других учебных пособий, научно-популярных журналов.

Данная учебная книга разработана для учащихся 10 классов общеобразовательных школ. Может быть использована в образовательных учреждениях в качестве дополнительного компонента

Оглавление

«Всё наше достоинство заключено в мысли.
Не пространство и не время,
которых мы не можем заполнить, возвышают нас,
а именно она, наша мысль.
Будем же учиться хорошо мыслить»
Блез Паскаль

Введение

Предлагаю вам решить задачи:

Задача 1. *Один из пяти братьев разбил окно. Андрей сказал: «Это или Витя, или Толя». Витя сказал: «Это сделал не я и не Юра». Толя сказал: «Вы оба говорите неправду». Дима сказал: «Нет, один из них говорит правду, а другой – нет». Юра сказал: «Нет, Дима, ты неправ». Их отец, которому, конечно можно доверять, уверен, что не менее трех братьев сказали правду. Кто разбил окно?*

Задача 2. *Два мальчика Саша и Коля на пляже играли камушками. Они по очереди брали или по одному, по два или по три камушка. Выигрывал тот, кто возьмёт последний камень. Как надо играть, чтобы всё время выигрывать?*

Такие задачи не относятся ни к алгебре, ни к геометрии. При решении этих задач не надо вычислять и строить геометрические фигуры. Эти задачи относятся к логическим задачам, и решение их зависит от умения правильно рассуждать. Умение мыслить последовательно, рассуждать доказательно, строить гипотезы, опровергать неправильные выводы не приходит само по себе, его развивает логика. Слово «логика» многозначно:

1) логика событий, логика характера, логика истории и т.д. В этих случаях имеется в виду определенная взаимосвязь и взаимозависимость событий и поступков, наличие общей силы;

2)логика – характеристика мышления, о ней сказано в предыдущем абзаце;

3)логика – это наука о законах и операциях правильного мышления.

В дальнейшем мы будем говорить о логике в третьем её значении. Первые логические проблемы зародились в глубокой древности свыше 2,5 тыс. лет назад -

сначала в Древней Индии и Древнем Китае. Развитие они получили в Древней Греции, в трудах ученого Аристотеля(384-322 г.г. до н.э.) и оформились в самостоятельную науку на протяжении многих веков. Сам термин «логика» вошел в научный оборот в III в. до н.э. Причем в соответствии с двузначным смыслом древнегреческого слова «Logos» (и «слово», и «мысль») он объединял два искусства: искусство мыслить - диалектику и искусство рассуждать – риторику. В средние века логика играла ведущую роль в схоластических спорах и учениях. Она служила для доказательства или опровержения чьих-то взглядов, логические аргументы считались важнее, чем практические, опытные данные. В целом средневековая логика оставалась в границах аристотелевской логики. В конце 19 – начале 20 веков в логике произошла научная революция, в корне изменившая сам стиль рассуждений и её методы и придавшая этой науке второе дыхание: возникла математическая, символическая логика. В 20-30 – е годы 20 века развиваются новые разделы логики: модальная логика, вероятностная логика, многозначная логика, интуитивистская и конструктивистская логики и т.д. По признанию Н.Винера, развитие современной формальной логики стало важнейшим условием становления теоретической кибернетики, теории «машинного» мышления. В настоящее время логика - одна из наиболее динамичных наук, образец строгости и точности даже для математических теорий.

Современная формальная логика

- *сохраняет те же принципы и законы, которые были открыты древними мыслителями;*

- *разрабатывает многие разделы неклассической логики: логику оценок, логику вопросов, логику норм и т.д.*

- *развивается за счет расширения области своего применения в теории машинного мышления, риторики и аргументации, теории информации и* *коммуникации, теории управления, в педагогику и психологию, математику и другие области.*

Человек научился говорить до того, как возникла наука – грамматика, также правильно мыслить человек мог и до создания науки логики. Многие люди мыслят без её помощи и считают собственное мышление естественным процессом, такими же как дыхание и ходьба.

Но это не так. В этом вы убедитесь, познакомившись с содержанием пособия. Человек старается расширить свои знания и обогатить память. Но, по словам Гераклита, само по себе многознание - не мудрость. Мудрость означает знание оснований и причин. Без способности обосновать имеющиеся убеждения нет подлинного и твердого знания.

Глава 1. Предмет и значение логики

Объекты и проблемы, рассматриваемые в логике, являются своеобразными и *абстрактными*, они должны быть охвачены не чувствами, а *разумом*. Многие положения, гипотезы и выводы логики воспринимаются не так как описания явлений природы или жизни других цивилизаций. Чтобы уяснить логический парадокс или закон, непонятное положение, нужно прочесть дважды, а иногда и трижды и лишь поняв двигаться дальше. Только понимание каждого шага рассуждения может дать понимание рассуждения в целом и интеллектуальную радость познания.

Человек познает окружающий мир с самого начала появления на свет. Научившись говорить, ребенок одновременно усваивает способность мыслить абстрактно. Усваивая новые слова и термины, человек выражает мысли с помощью письменной и устной речи. Но ещё древние подметили: «Если бы умение говорить и умение мыслить были бы одним и тем же, то тогда величайшие болтуны были бы величайшими мыслителями».

Кроме речи есть жесты, мимика, взгляды, смех – человеческое движение, адресованное другим. Есть музыка, скульптура, архитектура. Это другая форма общения – эмоциональная. Состояния страха, радости, грусти, восхищения могут передаваться без слов, но эмоции всегда субъективны, поэтому современная формальная логика отбрасывает эмоциональные оценки и использует точные средства для понимания мышления, его форм и законов.

Пример: «Из жизни строителей».

Бригадиру строителей надо было поправить балконную стойку, покривившуюся на самом видном месте. Он влез туда с молодым парнем – новичком на стройке, поддел стойку ломом и приказал:

-Бей по ребру!

Парень удивился и спросил:

-Ты что, с ума сошел?

-Бей по ребру, так тебя!.. – закричал прораб и добавил несколько разъясняющих слов. Тогда парень размахнулся и ударил кувалдой прораба по ребрам. Прораб полетел с третьего этажа, к счастью, в сугроб.

Суд новичка оправдал, и в частном определении указал: прежде чем отдавать команды, надо объяснить, что они означают.

При общении люди должны придавать одним и тем же словам одинаковые значения и говорить об одном и том же предмете. Казалось бы, совсем не сложно различать ребро балконной стойки и ребро человека, но даже здесь возможна путаница.

Но многозначность слов не является непреодолимым препятствием для понимания. Ни одно слово не существует в полной изоляции, оно живет в определенной языковой среде, в речевом контексте. Например, «раствор»- это угол образованный раздвинутыми концами ножниц, циркуля или жидкость, полученная в результате растворения твердого, жидкого или газообразного вещества в жидком веществе. И если говорим мы «широкий раствор», то речь идет об угле; если произносим «насыщенный раствор», то речь идет о жидкости. Но учет речевого контекста не дает полного понимания, если у людей за плечами разные системы знаний, разные культуры, разный опыт. Люди с трудом понимают то, о чем говорилось незадолго до их жизни. Например, сегодняшние школьники закончат начало фразы «Владимир Владимирович … фамилией Президента РФ Путин, тогда как их родители, да и сам В.В.Путин, будучи школьниками 20 века, дали бы другое окончание фразы - Маяковский.

Формальная логика не анализирует курьёзные ситуации, песни, поэтические произведения. Главное назначение логики – это работа с точными, определенными, однозначными формами логического мышления. Логика отвлекается от природы обсуждаемых объектов, от их существования или несуществования, от контекста истории и культуры. Выводы логики зависят только от одного – формы рассуждения, поэтому она называется ф о р м а л ь н а я.

Изучение современной формальной логики имеет большое значение: она делает жизнь человека осмысленнее, упорядоченнее, стабильнее; формирует культуру мышления и цивилизованного поведения.

Упражнения.

1.В каком смысле слово «логика» используется в следующих случаях?

а) Жена упрекает мужа: «Ты собираешься купить гараж, а сам в то же время соришь деньгами. Где здесь логика?»

б) «Вчера я посмотрел детектив, - сообщил Федоров.

- Понравилось? - спросила жена.

- Да нет. Там было столько нелогичностей, что просто диву даешься», - ответил Федоров.

2. Прокомментируйте следующие определения понятия «логика». Какое определение логики вам представляется более удачным и почему?

а) Логика – одна из древнейших наук о мышлении.

б) Логика – это наука о мышлении.

в) Логика – это наука теоретического мышления.

г) Логика изучает законы абстрактного мышления.

д) Логика – это теория, изучающая структуру и законы общечеловеческого мышления.

е) Логика – это теория о структуре и законах абстрактного мышления, изучаемого путём анализа языка.

ж) Логика – это теория о формах и законах абстрактного мышления и нормах его правильности.

з) Логика – это теория точного мышления.

3.Как правильно? Опасные местоимения.

В стихотворении Тютчева Ф. «Silentium»есть известные всем строки: «Как сердцу высказать себя? Поймет ли оно, чем ты живёшь? Мысль изреченная есть ложь». Кто-то может назвать это преувеличением, ведь именно язык помогает понять, общаться друг с другом, передавать свои мысли и чувства. Но в жизни, однако, нередко бывает так: мысли стройные и изящные, а собеседник вас не понимает. В нашей речи есть такие «непонятности», которые возникают не из-за того, что мы плохо мыслим, а из-за того, что мы не умеем правильно выразить свои мысли.

Мысль изреченная оказывается ложью, когда в результате ошибки искажается смысл высказывании (вспомним известную фразу, смысл которой изменяется только от того, что запятая стоит не на том месте: казнить, нельзя помиловать; казнить нельзя, помиловать). Казалось бы, что проще в грамматике, чем местоимения? Однако они также могут быть коварными. Примеры, приводимые ниже, взяты из статей из статей профессиональных журналистов, которые закончили высшие учебные заведения, однако и они не всегда могут избежать неточностей.

Почему смысл предложений искажается? Попробуйте найти объяснение. Итак, «опасные местоимения»:

1. В предках семьи Игнатьевых – генерал Преображенского полка при Николае 2, министр просвещения России, известные дипломаты. Кстати, один из них добровольно пошел офицером на крейсер «Александр третий» и погиб под Цусимой.

2. Через два года будет отмечаться 100-летие со дня рождения Екатерины Беклешовой, которая к счастью оставила нам не только кукол, но и своих учеников. Одна из них-Елена Колат- принимает участие в открывшейся в центре «Преодоление» выставке. «Кукольная болезнь» в прямом смысле заразила и её. Елена продолжила гоголевскую тему и сделала серию по «Ревизору», «оживила» героев «Сказки о золотом петушке», но и этого оказалось мало. С тех пор Елена Колат всерьез занялась живописью, марионетки пьеро и прочие петрушки и здесь никому не уступают места.

3. Алексей Ильич устало откинулся на спинку неудобного жёсткого стула. Он напоминал большой грузный мешок, я отложил протокол и внимательно его осмотрел.

4. Что касается температуры и «духоты», то это нам только кажется.

5. За традиционной выпечкой и чайком гостеприимная хозяйка выложила перед журналисткой «Русский альбом» Михаила Игнатьева, англо-американского писателя и богатого человека, живущего в Лондоне. Изданная на английском языке, она являет собой некую «Сагу о Форсайтах», но и применительно к семье Игнатьевых.

4. Прокомментируйте следующие высказывания.

- Гнев шагает впереди, а ум сзади.

- Сначала подумай, а потом говори.

- Кто ясно мыслит, тот ясно излагает.

- «Знание только тогда знание, когда оно обретено усилиями своей мысли, а не памяти» (Л.Толстой)

5. Латинские афоризмы.

Написаны 10 крылатых фраз и их переводы. Восстановите, какой перевод соответствует каждой фразе.

Впишите нужные буквы в таблицу.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. Басня поучает.
2. Железом и огнем.
3. Жить значит сражаться
4. Какой артист во мне погибает
5. Сколько голов столько умов.
6. Страшно услышать
7. Тень великого имени
8. Хлеба и зрелищ
9. Чья область того и вера.
10. Это достоверно, так как невозможно.

А. Certum quia impossible est

Б. Cujus region, ejus religio.

В. Fabula docet

Г. Ferro et igni

Д.Horribile auditu

Е. Magini nominis umbra

Ж. Panem et circences

З. Qualis artifex pereo

И. Quot capita, tot sensus

К. Vivere est militare

Развивай внимание!

Пустынник и медведь.

Файнворд (по мотивам одноименной басни И.А.Крылова).

Найдите спрятанные в тексте 12 названий насекомых. Буквы идут подряд в слове или в соседних словах.

Один мужик захотел стать отшельником, независимо мотался по полям, по лесам. Бывало, голодал. Как-то думает: хорошо б лоханку щей сготовить. А не из чего. Поброжу – ка, хоть ягод поищу. Набрёл на малинник. Вдруг к нему харя медвежья - глаза в глаза. Медведь огромный, прямо шкаф, как сейчас сказали бы. Пустынник не растерялся: «Здорово, друг!» К счастью, медведь попался добрый, сытый. Разговорились. И потом даже сдружились медведь с пустынником. А раз как-то было: бредут, лясы точат. Жара, мухи вьются. Мужик лопухом от них отмахивается. Притомился. Присели перекусить. После пень, поросший мхом, нашел мужик голову прислонил: решил вздремнуть. Медведя попросил покараулить и мух отгонять. Мужик спит, а у него носа мушка вьётся. Медведь её раз лапой – не поймал. Р-раз другой- опять мимо. Ну, погоди – думает. Отыскал булыжник. Тут мушка как раз села прямо на лоб мужика. Медведь её камнем – оп-па! Укокошил. Смотрит, а у друга –то его череп треснул.

Мораль: услужливый дурак опаснее врага.

Подсказка : число букв в нужных словах в порядке появления в тексте: 6, 5, 3, 4, 5, 4, 5, 3, 4, 7, 3, 4.

Глава 2.Классическая (формальная) логика

Предпосылкой возникновения классической (формальной) логики послужило появление наук, прежде всего математики. Наука рождалась в борьбе с мифологией и религией и основывалась на теоретическом мышлении, предполагающем умозаключения и доказательства. Поэтому нужно было исследовать природу самого мышления как формы познания. Логика возникла как попытка выявить и объяснить те требования, которым должно удовлетворять научное мышление, чтобы его результаты соответствовали действительности.

Вторая причина возникновения логики – это развитие ораторского искусства, которое расцвело в условиях древнегреческой демократии. Древние греки пытались понять «тайну» принудительной силы речи, раскрыть источник, её основания и показать какими свойствами должна обладать речь, чтобы убеждать слушателей и вместе с тем вынуждать их с чем – либо соглашаться или не соглашаться, признавать что-то истинным или ложным.

Размышляя, мы постоянно ощущаем давление и несвободу. От нашей воли зависит, на чем остановить свою мысль, в любой момент мы можем прервать размышление и перейти к другой теме. Но, если мы хотим довести размышление до конца, мы попадаем в сети необходимости, стоящей выше нашей воли и наших желаний. Согласившись с одними утверждениями, мы вынуждены принять и те, что из них вытекают, независимо от того, нравятся они нам или нет. Допустив одно, мы автоматически лишаем себя возможности утверждать другое, несовместимое с уже допущенным.

Впервые систематическое изложение логики дал Аристотель. «Принудительную силу наших речей» он объяснил существованием особых законов - логических законов мышления. Именно они заставляют нас принимать одни утверждения и отбрасывать другие.

Его логику называют «традиционной» ф о р м а л ь н о й логикой. Она включает в себя такие разделы как понятие, суждение, умозаключение, законы логики, доказательство и опровержение, гипотеза. (*Вспомните из курса обществознания их определения!*

Силлогизмы

Получив проверенную работу по математике, Клаус удивился: «До чего же придирчив наш учитель, сказал он друзьям. - Я все написал верно, за исключением нескольких маленьких словечек!» Клаус написал:

*«1.Деление a:b в области натуральных чисел возможно в том случае, если делимое a является кратным делителя b **ИЛИ** если b не является нулем.*

*2.Число 3741111 делится на 3. Обоснование: **ЕСЛИ** число делится на 3, **ТО** и сумма цифр этого числа делится на 3.*

*3.**ВСЕ** натуральные числа не имеют предшествующих чисел»*

Неправильное использование выделенных курсивом слов снизило оценку Клауса за работу. (Самостоятельно объясните ошибки Клауса)

Маленькие, почти незаметные слова, И, ИЛИ, РОВНО, ЕСЛИ, НЕ могут иметь большое значение. И не только сами слова, но и их место в предложении.

Логика Аристотеля содержала в себе элементы математической логики, зачатки логики высказываний. Аристотель и его ученики ввели понятие силлогизма. **Силлогизм** – это рассуждение, в котором из заданных двух суждений выводится третье, между двумя суждениями существует определенная логическая связь. Пример из Древней Греции: «Все люди смертны; Сократ – человек; следовательно, Сократ смертен».

Первые два утверждения – это посылки вывода. Третье утверждение –его заключение. Первое суждение содержит общее положение, а второе – частный случай по отношению к первому положению. Примеры других силлогизмов, построенных по той же схеме: «Все млекопитающие имеют скелет. Все киты – млекопитающие. Следовательно, киты имеют скелет». «У всех насекомых по шесть ног, бабочка – насекомое. У бабочки шесть ног».

Содержание во всех силлогизмах различно, но сходно строение выводов, их структура, характер движения мыслей. Если правильным является один из них, то таким же будет и другой. Поэтому подставляя в схему силлогизма различное содержание (собаки, химические элементы, реки, мифы и т.д.), мы получим правильные рассуждения.

Попробуем поменять местами посылки и вывод. Например: «Если идет дождь, то земля мокрая; если земля мокрая, то идет дождь». Второй вывод неправилен, потому что земля может стать мокрой не только из-за дождя, но и тогда, когда её польют водой из шланга. Ещё один пример ложного заключения: «Если у человека повышенная температура, то он болен; он болен, значит, у него повышенная температура» (*Объясните, почему оно неверное).*

Таким образом, можно формальную логику определить как науку о правильном рассуждении. Основной её принцип: правильность рассуждения зависит только от формы рассуждения.

Форма рассуждения – это способ связи входящих в это рассуждение содержательных частей. Рассуждение – это цепочка утверждений, или высказываний, определенным образом связанных друг с другом. В приведенных выше силлогизмах утверждения «Все люди смертны», «Все млекопитающие имеют скелет» сходны по строению, по форме. Отвлечемся от содержания и заменим содержательные компоненты буквами S и P; в итоге получим одно и то же: «Все S есть P». Это и есть форма рассматриваемых утверждений; она означает, что у любого предмета S есть признак P. Данный пример показывает высокую абстрактность логики.

В этих примерах в каждом суждении, входящим в силлогизм, можно выделить субъект (подлежащее), предикат (сказуемое), слово «все», и также глагол - связку «есть», который часто пропускают и заменяют знаком тире. Вместо слова «все» в суждении могут быть слова «некоторые», «ни один» («ни одна», «ни одно»). Так, в посылке «все греки –люди» субъект «греки», предикат – «люди». В посылке «все люди смертны» субъект «люди», предикат «смертны». Такие суждения имеют субъектно-предикатную структуру.

В других видах силлогизма каждая посылка может быть общей или частной, утвердительной или отрицательной. В них для связи компонентов силлогизма используют слова: «и», «или», «если, то», «не», «некоторые». Не всякое сочетание посылок может привести нас к правильному выводу, да и вообще к какому-либо выводу. Например, из того, что «киты не рыбы» и «дельфины не рыбы» ничего не следует, причём это не зависит от реального содержания суждений, а только от их формы.

Ещё в средние века определили, какие типы силлогизмов дают нам правильный вывод и насколько он правильный; для запоминания этих типов были придуманы специальные латинские слова. В этих словах встречаются четыре буквы, обозначающие главные типы силлогизмов A, E, I, O. Буквой A обозначаются «общеутвердительные» суждения вроде: «всякий осёл имеет уши». Буквой E – «общеотрицательные»: «ни один слон не имеет рогов». Буквой I – «частноутвердительные»: «некоторые млекопитающие живут в воде». Буквой O – «частноотрицательные»: «некоторые птицы не имеют крыльев». И вот оказывается не всякие суждения можно объединить в силлогизм. Например, оба суждения о китах и дельфинах = «общеотрицательные» (E), значит из силлогизма, где обе посылки – «общеотрицательные» нельзя никогда получить вывода. В примере с бабочками, обе посылки «общеутвердительные» силлогизм построен правильно, и вывод из него должен быть общеутвердительным: A+A=A. В примере с бабочками, сделать правильный вывод не составляет труда и может показаться, что вспомогательные средства не нужны.

Но есть другие более трудные силлогизмы:

E. Ни один рабочий не есть ребёнок.

I. Некоторые рабочие ходят в школу.

Из этого силлогизма непросто сделать правильный вывод: «Некоторые люди, которые ходят в школу,- не дети».

Всего можно составить 14 типов силлогизмов, все они относятся к одному виду силлогизмов- простые категорические. Есть еще условные (если…, то …) и разделительные (или…, или…) силлогизмы; существуют несиллогические, но тем не менее логически строгие умозаключения (индуктивные, дедуктивные) и т.д.

Также формальная логика занимается проблемами смысла и значений выражений языка, различными отношениями между понятиями, определениями понятий, делением и классификацией их, вероятностными и статистическими рассуждениями, софизмами и парадоксами.

Подготовьте сообщения

1. «И.Кант. Трансцендентальная логика»
2. «Г.Гегель. Диалектическая логика»
3. «Логика Пор-Ройяла»

Глава 3. Математическая логика

«Математика … выявляет порядок, симметрию

и определенность, а это – важнейшие виды прекрасного»

Аристотель

Математическая логика была заложена немецким философом и математиком Готфридом Лейбницем в 17 веке. Именно у него возникла идея представить доказательство как вычисление подобное вычислению в математике. Вычисление суммы и разности чисел осуществляется на основе правил, принимающих во внимание только форму чисел, а не их смысл. Результат вычисления нельзя оспорить. Г. Лейбниц мечтал о времени, когда умозаключение будет преобразовано в вычисление, и споры между философами исчезнут. Но идеи Г.Лейбница не нашли поддержки у его современников.

Математическая логика полностью стала научной дисциплиной лишь в середине 19 века благодаря работам математиков Дж.Буля и О.Моргана. Ирландский математик Дж.Буль представил умозаключение как результат решения логических равенств, подобных математическим равенствам. Теория умозаключений приняла вид особой алгебры, которая отличалась от обычной алгебры отсутствием коэффициентов и степеней. Она называется алгеброй логики, иногда её называют алгеброй высказываний (булевой алгеброй). Основным неопределяемым понятием алгебры логики является понятие «высказывание».

Высказывания. Операции над высказываниями.

Окружающий нас мир состоит из различных объектов: живых существ, машин, гор и т.д. Эти объекты могут находиться в разных отношениях друг с другом. Говоря об объектах, мы высказываем различные утверждения. Рассмотрим некоторые утверждения.

1. В прямоугольном треугольнике один угол равен 90°.
2. Число π равно 3,14.
3. Каждый атом водорода имеет ровно один электрон.
4. Волга – самая длинная река в Европе.
5. Город Лагань – столица Калмыкии.
6. Число $1+2^{2^5}=4294967297$ – простое.
7. Самый великий писатель Л.Н.Толстой.
8. Девушка красива.

Среди утверждений есть утверждения истинные (1,3,4) и ложные (2,5,6). Последние два утверждения нельзя отнести ни к истинным, ни к ложным утверждениям. Утверждение 7 содержит слова «самый великий» смысл, которых не определен и без предварительного уточнения этих слов нельзя обсуждать вопрос об истинности или ложности утверждения. Также и в утверждении 8 не определено понятие красоты и потому нельзя утверждать, истинно оно или ложно.

Высказыванием называется любое *повествовательное* предложение, относительно которого известно, что оно либо истинно, либо ложно. Высказывания могут быть выражены с помощью слов, а также математических, химических и прочих знаков.

Восклицательные и вопросительные предложения вида «Какой чудесный вид из этого окна!», «Отдыхайте на курортах Краснодарского края!», «Сколько стоит 1 кг яблок?» не являются высказываниями. Также высказываниями не являются определения: «Периметром фигуры называется сумма всех его сторон», так как они лишь устанавливают название некоторого объекта. Такие предложения «Она красива» или «x^2 -5x+6=0» не являются высказываниями, в них не указано кто красива: улица?, скатерть? и т.п. и для каких x справедливо или несправедливо данное уравнение. Предложения можно изменить, чтобы они стали высказываниями: «Некоторые девушки красивы», «Для всех действительных чисел x справедливо уравнение x^2 -5x+6=0» *(!!!Докажите, что предложения стали высказываниями).*

Никакое высказывание не может одновременно истинным и ложным. Уточним, что не о всяком высказывании можно сразу сказать, истинно оно или ложно. Пример этому высказывание 6. То, что это высказывание следует из того, что число не может быть одновременно простым и составным. Утверждение принадлежит французскому математику П.Ферма (1601-1665), а доказал его ложность в 1732 году Л.Эйлер.

Высказыванием является утверждение: «В декабре 2052 года наступит конец света», хотя установить его истинность или ложность в настоящее время невозможно.

Высказывание, которое можно разложить на части, будем называть сложным, а неразложимое далее высказывание – простым (или элементарным).

В алгебре логики предполагается, что множество высказываний, о каждом из которых уже известно, истинно оно или ложно образуют множество элементарных высказываний. Каждому элементарному высказыванию уже приписано либо значение истины, либо значение лжи. В первом случае говорят, что элементарному высказыванию поставлена в соответствие буква И, во втором – буква Л.

Алгебра логики не занимается обоснованием того, почему тому или иному элементарному высказыванию приписано значение истины или лжи или наоборот, лжи, а не истины, и не вступает в дискуссию по этому поводу. Этот вопрос решается вне алгебры логики, за её пределами. Например, истинность или ложность высказывания: «Сумма углов в треугольнике равна 180°» устанавливается не алгеброй логики, а геометрией, причем в геометрии Евклида это высказывание является истинным, а в геометрии Лобачевского – ложным. Причем, если быть точным, надо указать о каких углах идет речь, ведь в треугольнике есть углы внутренние, и углы внешние.

Алгебра логики *отвлекается от смысловой содержательности высказываний, она интересуется только одним свойством высказываний: быть истинными или ложными, находиться в одном и только в одном из двух возможных состояний, в состоянии истины или лжи.* Такое сужение интересов и самоограничение оказывается плодотворным: оно даёт возможность изучать высказывания алгебраическими методами, позволяет ввести операции над элементарными высказываниями и с их помощью строить и изучать как угодно сложные составные высказывания. Истинность или ложность сложных высказываний при этом однозначно определяется в зависимости от истинности или ложности составляющих их элементарных высказываний.

Операции алгебры логики.

Подобно тому, как из заданных чисел можно получить другие числа с помощью операций сложения, вычитания, умножения и деления, так из заданных высказываний получаются новые с помощью операций логики. В алгебре логики рассматриваются 5 основных операций: операция отрицания, дизъюнкция, конъюнкция, импликация, эквивалентности. Хотя названия операций звучат непривычно, они означают хорошо знакомые нам соединения отдельных предложений связками «*и», «или», «если…, то …», «тогда и только тогда»*, а также присоединение к высказыванию частицы *не.*

Но здесь есть существенное отличие в обычной речи употребление этих связок и частиц не подчинено строгим правилам и они могут иметь разный смысл. Например, в предложениях «Если идет дождь, то крыши домов мокрые» и «Если Коля увлекается историей, то Петя ничем кроме хоккея, не интересуется» одна и та же связка «если …, то..» имеет разный смысл. В первом предложении связка выражает причинно-следственную связь, во втором предложении связку можно заменить союзом «а». Тогда второе предложение звучит так: «Коля увлекается историей, а Петя ничем кроме хоккея не интересуется».

В математической логике смысл каждого слова четко определен, а чтобы обыденное толкование слов не влияло на их употребление, сами связки заменяются особыми знаками. Элементарные высказывания обозначаются заглавными буквами латинского алфавита.

1. **Операция отрицания (НЕ)**. Каждому элементарному высказыванию А можно сопоставить утверждение, заключающееся в том, что высказывание А ложно. Такое утверждение либо истинно, либо ложно и, следовательно, само является высказываем, причем истинным, если А ложно, и ложным, если А истинно. Это новое высказывание (его обозначают $\bar{A}$ и называют отрицанием А) можно определить с помощью такой таблицы:

— или ┐	А	$\bar{A}$ или ┐ А
1	И	Л

2	Л	И

Из первой строки таблицы видно, что Ā ложно, если А истинно. Вторая строка устанавливает, что Ā истинно, если А ложно. Приведенная таблица называется таблицей истинности для отрицания. Иногда для обозначения отрицания используют знак ┐ и вместо Ā пишут ┐ А.

Пример. Рассмотрим высказывание А ≡ {город Лагань – столица Калмыкии}.

Отрицанием этого высказывания будет высказывание Ā≡{город Лагань не является столицей Калмыкии}.Причём высказывание В ≡ {город Элиста – столица Калмыкии} не является отрицанием высказывания А. Некоторые думают, что операции отрицания в обычной речи соответствует частица *не*. Но это не всегда так. Для высказывания А≡{эта книга написана не для детей младшего школьного возраста} отрицанием будет высказывание Ā ≡{ эта книга написана *не не* для детей младшего школьного возраста} или по правилам русского языка Ā ≡{ эта книга написана для детей младшего школьного возраста}, т.е. для построения отрицания убираем частицу *не*.

В математике отрицание высказывания, записанного с помощью тех или иных знаков, часто выражают, перечеркивая соответствующий знак. Например, А≡ (2+3=5), Ā ≡(2+3≠5),

2. **Дизъюнкция двух высказываний (ИЛИ).** Название операции дизъюнкции произошло от латинского слова disjunctio *–различие*. Эта операция, которая каждым двум элементарным высказываниям А и В ставит в соответствие новое высказывание, которое обозначается А v В и определяется таблицей истинности:

v	A	B	A v B
1	И	И	И

2	И	Л	И
3	Л	И	И
4	Л	Л	Л

Из таблицы видно, что дизъюнкция двух элементарных высказываний истинна, если хотя бы одно из образующих её высказываний истинно (строки 1,2,3), и ложна только в том случае, когда ложны оба элементарных высказывания (строка 4).

Пример. Дано высказывание А≡{Если последняя цифра числа равна 0 или 5, то это число делится на 5}, оно является дизъюнкцией двух элементарных высказываний В≡{ Если последняя цифра числа равна 0, то это число делится на 5} и С≡{ Если последняя цифра числа равна 5, то это число делится на 5}. В соответствии со строкой 1 таблицы истинности высказывание А истинно. Неравенство $17 \le 29$ тоже дизъюнкция, так как $17<19$ истинно, $17=19$ ложно, неравенство $17 \le 29$ истинно, когда истинно хотя бы одно из входящих в него неравенств.

Дизъюнкцией будет высказывание «Чтобы победить в поединке боксеров достаточно послать соперника в нокаут» или «набрать больше очков чем соперник». Оба высказывания истинны, следовательно, и дизъюнкция их истинна (1 строка таблицы).

Для образования дизъюнкции используется союз *или*. В обычной речи этот союз чаще имеет разделительное значение, как в примере на делимость числа на 5: число заканчивается или цифрой 0, или цифрой 5, но не всегда. В случае, когда истинны оба высказывания союз *или* имеет неразделительное значение, как в последнем примере: борец может набрать N очков и занять 1 место на соревнованиях.

В математике союз *или* всегда понимается в широком смысле: высказывание А v В (А *или* В) истинно, если:

а) А истинно, В ложно

в) А ложно, В истинно

в) А истинно, В истинно

3. **Конъюнкция двух высказываний (И)** (от латинского слова «conjunctio»- связь, союз) называется операция, ставящая в соответствие каждым двум высказываниям А и В новое высказывание, которое обозначается А ∧ В и определяется следующей таблицей истинности:

∧	А	В	А ∧ В
1	И	И	И
2	И	Л	Л
3	Л	И	Л
4	Л	Л	Л

Согласно определению конъюнкция двух элементарных высказываний истинна только в том случае, когда истинны оба высказывания (строка 1), и ложна в любом другом случае.

Рассмотрим высказывания: А≡{Число 2 простое и четное}. Оно сложное, состоит из двух элементарных высказываний В ≡{Число 2 простое} и С≡{Число 2 четное}, связанных союзом *и* . Оба высказывания истинны, поэтому конъюнкция этих высказываний истинна. Если в высказывании А заменить число 2 на 20, то конъюнкция высказываний В≡{Число 20 простое} и С≡{Число 20 четное} является ложной, так как высказывание В ложно, высказывание С истинно.

Примером конъюнкции является двойное неравенство $4<7<11$, так как оба неравенства $4<7$ и $7<11$ истинны. Конъюнкцией является высказывание: «Диагонали ромба перпендикулярны и делят углы при вершинах пополам».

Для образования конъюнкции в русском языке используют союзы *и, а, но, хотя, однако.*

4.**Импликация** (→).Термин произошел от латинского слова *«implico»* - *связываю*. Пусть А и В – два элементарных высказывания. Импликацией высказываний А и В (обозначается А → В, читается «из А следует В» или «если А, то В») называется высказывание, определяемое следующей таблицей истинности:

→	А	В	А → В
1	И	И	И
2	И	Л	Л
3	Л	И	И
4	Л	Л	И

Таблица истинности для импликации изменится при перестановке столбцов для А и В. Первый член А импликации А→ В называется посылкой импликации или условием, второй член В – заключением. Как показывает таблица истинности , импликация представляет ложное высказывание только в том случае, когда посылка истинна, а заключение ложно (строка 2). Во всех других случаях импликация истинна (строки 1,3,4)

Обратите внимание на 3 - ю и 4-ю строки таблицы истинности для импликации. Эти строки показывают , что импликация не всегда соответствует обычному пониманию слова «следует» Их этих строк вытекает, что если высказывание А ложно, то, каково бы ни было высказывание В, утверждение А →В считается истинным. Другими словами, из неверного утверждения А→ В следует всё что угодно. Например, утверждение «Если 2›3, то существуют домовые» - является истинным.

Существует немало синонимов для связки *«если ..., то…»:*

- из А следует В;

- А влечет за собой В;

- как только А, то В;

- А достаточное условие для В

Особенно много импликации встречается в математике.

Пример. «Если число 12 делится на 6, то оно делится на 3». А≡{ число 12 делится на 6}, В ≡{ число 12 делится на 3}. Оба высказывания истинны, поэтому импликация А → В истинна.

5.Эквивалентность (эквиваленция) двух высказываний (~ или ↔).*От латинского слова «aquivalens» - равнозначное, равноценное.* Если А и В элементарные высказывания, то можно образовать новое высказывание с помощью такой таблицы истинности:

~	А	В	А ~В или А↔В
1	И	И	И
2	И	Л	Л
3	Л	И	Л
4	Л	Л	И

Эта логическая операция называется эквивалентностью и обозначается А ~В. Читается «А эквивалентно В». Запись А↔В читается так: «А тогда и только тогда, когда В» или «Для того , чтобы А, необходимо и достаточно В». Из таблицы следует, что сложное высказывание, образованное с помощью знака эквивалентности истинно, если оба высказывания истинны или оба высказывания ложны (строки 1 и 4), и ложно, если одно из элементарных высказываний истинно, а другое ложно (строки 2,3).

Пример. Рассмотрим два высказывания: А≡{Елена Исинбаева станет 3 –кратной олимпийской чемпионкой по прыжкам в высоту с шестом} и В≡{ В Москве построят коллайдер}.

Эквивалентностью двух высказываний будет высказывание А ~В≡{Елена Исинбаева станет 3 –кратной олимпийской чемпионкой по прыжкам в высоту с шестом в том и только в том случае, если в Москве построят коллайдер}.Это высказывание истинно, если

а) Елена Исинбаева станет 3 –кратной олимпийской чемпионкой по прыжкам в высоту с шестом и в Москве действительно построят коллайдер;

б) Елена Исинбаева не станет 3 –кратной олимпийской чемпионкой по прыжкам в высоту с шестом и в Москве не построят коллайдер;
и ложно, если

в) Елена Исинбаева станет 3 –кратной олимпийской чемпионкой по прыжкам в высоту с шестом, но в Москве не построят коллайдер;

г) Елена Исинбаева не станет 3 –кратной олимпийской чемпионкой по прыжкам в высоту с шестом, а в Москве построят коллайдер.

Упражнения.

1. Даны элементарные ложные высказывания: А≡{Число 3 является делителем числа 19} и В≡{число 8 –простое число}. В чем заключаются следующие высказывания:

а) $\bar{A}$;

б) А v В;

в) А∧В;

г) А ~В;

д) А → В? Какие из этих высказываний истинны и какие ложны?

2.Даны элементарные высказывания:

А≡{Число 9 является делителем числа 4383},

В≡{Адучи Джомаев - отличник},

C≡{Верблюд ниже сайгака},

D≡{Дует ветер}, и пусть высказывания A и B истинны, а C и D ложны. Применяя к данным элементарным высказываниям операции отрицания, дизъюнкции, эквиваленции и импликации, можно получить 34 сложных высказывания. Приведите несколько примеров истинных и ложных высказываний.

3.Найдите среди математических утверждений истинные и ложные.

1) Если произведение двух целых чисел делится на 6, то хотя бы один из множителей делится на 6.

2) Для того чтобы число делилось на 2, необходимо чтобы оно оканчивалось нулем.

3) Сумма двух нечетных чисел, есть число нечетное.

4) Не существует целого числа, куб которого оканчивался бы цифрой 2.

5) Для того чтобы $a^2 = a^3$ необходимо, чтобы $a = 1$

6) Для того чтобы, куб целого числа делился на 5 необходимо, чтобы это число делилось на 5.

7) Квадрат любого четного числа делится на 4.

8) Всякое натуральное число, большее чем 1 делится хотя бы на одно простое число.

9) Если a=b, то $|a|=|b|$

10) Если $|a|=|b|$, то a=b

11) Если a*b>0, то a>0, b>0

4.Выдели в следующих утверждениях условия и заключения:

1) Если в треугольнике все стороны равны, то и все его углы равны.

2) Вертикальные углы равны.

3) Во всяком треугольнике против большей стороны лежит больший угол.

4) В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

5. В каждом из приведенных утверждений вместо многоточия вставь слова «необходимо», «достаточно», «необходимо и достаточно».

1) Для того чтобы число делилось на 15, … чтобы оно делилось на 5.
2) Для того чтобы число делилось на 3, … чтобы оно делилось на 6.
3) Для того чтобы число делилось на 10, … чтобы оно делилось на 2 и 5.
4) Для того чтобы два квадрата имели одну площадь, … чтобы они имели равные стороны.

6. Для каждого утверждения сформулируй обратное и установи, будет оно истинным или ложным:

1) если число оканчивается нулем, то оно делится на 5.

2) Если углы вертикальны, то они равны.

3) всякий равносторонний треугольник – равнобедренный.

4) Вписанный угол, опирающийся на диаметр – прямоугольный.

5)Если каждое из слагаемых четное число, то их сумма – четное число.

Развивай внимание!

Знак интеграла

Файнворд**.**

Найдите 8 названий геометрических тел и их элементов, а также ещё 3 основных математических термина, применяемые в средней школе.

1977 год. В ЗИСТЕ (Заочном институте советской торговли) идёт экзамен по высшей математике. Почти все студенты- труженики прилавка. Им известно, что молодой симпатичный экзаменатор почти никогда не ставит двоек. Для него уже заготовили дефицитные харчи, сложили в пластиковый пакет два батона сервелата, икру, горилку с перцем и коньяк.

Вот он входит, улыбается, здоровается. Одна из заочниц искусно изображает испуг и лепечет: «Ой, боюсь, ой, засыплюсь, ой, всё забыла!...»

Преподаватель говорит: «Да не бойтесь вы, «неуд.», скорее всего, ставить не буду, гарантирую, что если студент ответит хотя бы на один вопрос, получит «уд.». Берите билеты, готовьтесь. И давайте постараемся, чтобы ни вы меня не огорчали, ни я вас».

Действительно, через пару часов не сдала всего одна - томная розовощёкая девица, зав.отделом крупного гастронома, та, что шептала «ой, боюсь». У неё пустой лист, даже списать не смогла. По сути говорить с ней без толку. Была бы хоть какая –то зацепка…

- Я не успела подготовиться, - говорит она. – Вчера у нас был день рождения. Мамин. Уснула поздно..Ничего не помню. Может, вы мне дополнительный вопрос зададите?

- Ну, ладно, - говорит преподаватель. - Что такое интеграл? Расскажите своими словами.

Студентка долго молчит, потом говорит: «Я этот вопрос тоже не знаю. Может, вы мне ещё дополнительный вопрос зададите, последний, ну пожалуйста?»

Преподаватель говорит: « Деточка, а как пишется знак интеграла, вы хоть знаете?»

Девица молчит. Преподаватель подсказывает: «Вспоминайте, червячок такой, не спешите». И студентка не спеша рисует на бумаге ~~

-Вертикальный, – поправляет преподаватель. И студентка рисует.

- Ну вот, – подводит итог экзаменатор, – на один вопрос вы ответили, а говорите, что всё забыли. Тройка!

Подготовьте сообщения

1. Работы Г.Фреге, Б.Рассела, О.Моргана по логике.
2. Вклад российских и советских ученых в развитие науки логики.
3. Взаимосвязь логики и других наук.

Глава 4. Алгебра логики (законы логики)

В алгебре есть раздел, изучающий свойства числовых выражений, и в логике тоже есть раздел, изучающий свойства выражений, составленных из высказываний с помощью логических операций. Этот раздел математической логики называется алгеброй логики.

В обычной алгебре числа заменяют буквами и когда формулируют какой – либо закон, например $a(b+c)= ab + ac$, то подразумевают, что он выполняется на некотором множестве числовых значений тех переменных которые в него входят. В алгебре логики тоже используют буквы не только для обозначения высказываний, но и для обозначения логических переменных. Лишь только эти переменные могут принимать два значения «Истинно» (И) и «Ложно»(Л).

Определение. **Формулой алгебры логики** называется любое простое или сложное высказывание, полученное из простых высказываний посредством применения конечного числа логических операций (отрицания, конъюнкции, дизъюнкции и эквивалентности.

Таким образом, появляется возможность применять логические операции многократно, составляя все более сложные высказывания. Но возникает одно затруднение: может оказаться неясным порядок, в котором следует выполнять операции. Запись высказывания $A \wedge B \vee C$ неоднозначна. Тогда в логических формулах могут использоваться скобки, которые указывают на последовательность выполнения операций. Расстановка скобок является очень существенной : в высказываниях $A \wedge (B \vee C)$ и $(A \wedge B) \vee C$ операция, заключенная в скобки, выполняется первой. Логические формулы обозначаются большими латинскими буквами: A, B, C…

Используя таблицы истинности для операций, можно составить таблицы истинности различных формул. При этом законы логики позволяют упрощать многие выкладки. Если какая-либо формула содержит *n* простых высказываний, то она принимает 2^n значений или таблица истинности состоит из 2^n строк.

Пример 1. Составить таблицу истинности выражения Ā V B.

Решение. Простых высказываний 2, потому строк $2^2=4$. Третий столбец заполняем по таблице истинности для отрицания, последний – по второму и третьему, с использованием таблицы истинности для дизъюнкции.

	A	B	Ā	Ā V B
1	И	И	Л	И
2	И	Л	Л	Л
3	Л	И	И	И
4	Л	Л	И	И

Сравним полученную таблицу истинности для высказывания Ā V B с таблицей истинности для импликации:

→	A	B	**A → B**
1	И	И	**И**
2	И	Л	**Л**
3	Л	И	**И**
4	Л	Л	**И**

	A	B	Ā	**Ā V B**
1	И	И	Л	**И**
2	И	Л	Л	**Л**
3	Л	И	И	**И**
4	Л	Л	И	**И**

Мы видим, что высказывания Ā V B и A → B имеют одинаковые таблицы истинности. Такие высказывания называются равносильными. Равносильные высказывания принято соединять знаком равенства. Мы можем записать Ā V B = A → B.

Оба сложных высказывания Ā V B и A → B имеют разную форму: из элементарных высказываний A и B они строятся с помощью различных логических операций. Но для алгебры логики существенно одно: будет ли при определенном распределении значений истины и лжи для элементарных высказываний составленное из них сложное высказывание истинным или ложным. В этом смысле высказывания Ā V B и A → B «одинаковы»: если высказываниям A и B будут приписаны какие-то значения истины или лжи , то оба высказывания Ā V B и A → B будут оба истинны или оба ложны. Ведь таблицы истинности для обоих высказываний одинаковы.

Пример 2. Составить таблицу истинности для высказывания (A → E) ~(Ē → Ā)

Высказываний два, истина и ложь распределяются между ними четырьмя способами и таблица истинности состоит из четырёх строк.

	A	E	A → E	Ē	Ā	Ē → Ā	(A → E) ~(Ē → Ā)
1	И	И	И	Л	Л	И	И
2	И	Л	Л	И	Л	Л	И

3	Л	И	И	Л	И	И	И
4	Л	Л	И	И	И	И	И

Третий столбец таблицы истинности заполняется по первым двум на основании таблицы истинности для импликации; четвертый и пятый – соответственно по второму и первому столбцу на основании таблицы истинности для отрицания. Шестой столбец заполняется по четвертому и пятому с помощью таблицы истинности для импликации, и, наконец, последний седьмой столбец выписывается по третьему и шестому согласно таблице истинности для эквиваленции.

Заполнив таблицу истинности, мы получили важный результат: высказывание $(A \rightarrow E) \sim (\bar{E} \rightarrow \bar{A})$ истинно всегда , т.е. при наборе значений истины и лжи для составляющих его высказываний А и Е. Такие высказывания тождественно- истинными, мы будем обозначать их латинской буквой I.

$(A \rightarrow E) \sim (\bar{E} \rightarrow \bar{A}) = I$

Проанализировав таблицу, мы видим, что третий и шестой столбцы совпадают, т.е. таблицы истинности высказываний $A \rightarrow E$ и $\bar{E} \rightarrow \bar{A}$ одинаковы, и значит эти высказывания равносильны, т.е. $A \rightarrow E = \bar{E} \rightarrow \bar{A}$. Таким образом, высказывания $A \rightarrow E$ и $\bar{E} \rightarrow \bar{A}$ либо оба истинны, либо оба ложны. Из истинности или ложности одного из них следует истинность или ложность другого. Наряду с тождественно- истинными высказываниями существуют тождественно- ложные, т.е. ложные всегда независимо от того истинны или ложны составляющие их высказывания. Правый столбец таблицы истинности такого высказывания сплошь заполнен буквой Л. Тождественно- ложные высказывания мы будем обозначать латинской буквой L.

Тождественно- истинные и тождественно- ложные высказывания играют большую роль в процессе логических заключений. Иногда их называют законами логики.

Законы логики.

Среди множества логических законов логика выделяет четыре ***основных***, выражающих свойства логического мышления – его определенность, непротиворечивость, последовательность и обоснованность. **Основные законы логики –** *это наиболее общие, необходимые, существенные связи между мыслями, имеющие общечеловеческий характер и ведущие к достижению истины.*

1. $A \vee \bar{A} = I$ - закон исключенного третьего. Всякое высказывание или истинно или ложно, третьего не дано.

2. $A \wedge \bar{A} = L$ – закон противоречия. По этому закону никакое высказывание не может быть одновременно ложным и истинным.

3. $A \wedge = A$ (или $A \wedge \sim A = I$) - закон отрицания отрицания (закон двойного отрицания). Данный закон утверждает, что отрицание отрицания совпадает с исходным высказыванием.

4. $A \vee A = A$, $A \wedge A = A$ -закон тождества. Всякое высказывание должно быть тождественно самому себе.

В теории и на практике важно исследовать различные высказывания на равносильность.

Первый способ проверки на равносильность состоит в составлении таблицы истинности и их сравнении. Если таблицы истинности совпадают, то высказывания равносильны. Но этот способ приемлем лишь для небольшого числа простых высказываний, образующих составные. Ведь если сложное высказывание состоит из n простых высказываний, то таблица истинности будет состоять из 2^n строк, и уже при n=7 количество строк перевалит за 100, а при n=10 превысит 1000.В таких случаях доказать равносильность с помощью таблиц истинности не представляется возможным(можно лишь поручить этот процесс компьютеру).

Второй способ установления равносильности высказываний состоит в следующем: некоторое количество основных равносильностей (законов алгебры высказываний) доказывается с помощью таблиц истинности, а полученные равенства используются при доказательстве других равенств точно так, как при преобразовании алгебраических тождеств используются алгебраические законы:

$a + b = b + a$ - переместительный закон сложения

$a\,b = ba$ - переместительный закон умножения

$a + (b + c) = (a + b) + c$ распределительный закон

$a(b + c) = ac + bc$

Законам алгебры чисел соответствуют законы алгебры высказываний:

$A \vee B = B \vee A$ - коммутативность дизъюнкции

$A \wedge B = B \wedge A$ -коммутативность конъюнкции

$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$ - ассоциативность дизъюнкции

$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$ - ассоциативность конъюнкции

$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee (A \vee C)$ - первый дистрибутивный закон

$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \qquad (A \vee C)$- второй дистрибутивный закон

$\overline{(A \wedge B)} = \bar{A} \wedge \bar{B}$; $\overline{(A \vee B)} = \bar{A} \vee \bar{B}$- законы де Моргана

$A = \overline{\overline{A}}$ закон двойного отрицания

$$\begin{cases} A \vee \bar{A} = I,\ A \vee I = I,\ A \vee L = A; \\ A \wedge \bar{A} = L,\ A \wedge I = A,\ A \wedge L = L; \end{cases}$$ законы, включающие в себя тождественно-истинные (I) и тождественно-ложные высказывания (L)

Эти законы алгебры логики аналогичны законам обычной алгебры чисел. Это хорошо видно, если заменить дизъюнкцию логическим сложением, а конъюнкцию - логическим умножением и знак (V) заменить на обычный (+) , знак (∧) на (*). Другие законы алгебры логики не имеют аналогий в обычной алгебре чисел.

Все приведенные законы алгебры логики описывают только три операции: дизъюнкции, конъюнкции, отрицания и не описывают операции с импликацией и эквиваленцией. Это объясняется тем, что введенные 5 логических операций не являются независимыми: одни из них могут быть выражены через другие. Например, эквиваленция выражается формулой: $A \sim E = (A \wedge E) \vee (\bar{A} \wedge \bar{E})$, импликация –следующим образом:) $A \to B = \bar{A} \vee B$.

Пример. Упростить высказывание $(A \wedge E \wedge \bar{E}) \vee (A \wedge \bar{A}) \vee (E \wedge O \wedge \bar{O})$

$A \wedge E \wedge \bar{E} = A \wedge L = L$, $A \wedge \bar{A} = L$, $E \wedge O \wedge \bar{O} = E \wedge L = L$,

Заменив части высказывания полученными равенствами, получаем $L \vee L \vee L = L$, т.е. является истинно-ложным.

Упражнения.

1. Докажите равносильность $A \sim E = (A \wedge E) \vee (\bar{A} \wedge \bar{E})$

2. Докажите равносильность $A \sim B = (A \to B) \wedge (B \to A)$

3.Составьте таблицу истинности для высказывания $(A \sim B) \to (A \wedge C)$.

4.Определите значение истинности для высказываний:

«Речка движется и не движется», «Если гром не грянет, то мужик не перекрестится», «Либо пан, либо пропал», «Надобно либо уменье, либо везенье, а лучше всего и то, и другое».

5.Определите нарушение законов логики в случаях:

а) Учитель: «Надеюсь, Сидоров, я не увижу, что ты списываешь с чужой тетради»

Сидоров: «Я тоже надеюсь».

б) Студент Федоров сказал своему другу Петрову:

-Купи 100 бананов – я один съем.

- Не съешь.

Они поспорили. Петров купил 100 бананов. Федоров взял один и съел. Кто выиграл спор?

в) Петя, ученик старшего класса, взял свое сочинение, написанное ещё в младшем классе, и начал читать: «В прошлом году мы посадили в деревне сто деревьев. Я копал ямки для деревьев. Деревья были разные, но больше липы. Юра и Витя умело опускали деревья в ямки и закапывали их. Дерево – друг человека. Каждое молодое деревце мы обнесли колышками. Я часто поливаю посаженные деревья». Петя улыбнулся.

г) Михалыч был хорошим рассказчиком. Но в каждой байке у него были свои «штучки». Вот и сейчас я никак не могу понять, что значило выражение: «Генерал своим корпусом преградил ему путь». Что имел в виду Михалыч?

Развивай внимание!

Файнворд.

Открытие.

Найдите 12 физических величин, спрятанных в этом тексте.

Москва, Физический институт, начало 1930-годов. Аспирант Павел Алексеевич Черенков ведет исследование люминесценции растворов под воздействием ионизирующей радиации. В кювету залит раствор урановой соли. Пучок гамма-частиц возбуждает люминесцентное свечение раствора.

- Вот видите слабую полоску в спектрограмме, сбоку от резких линий молекул урана?- говорит аспирант академику Сергею Ивановичу Вавилову.- Это светит какая-то примесь. Даже когда сплю, меня мучает мысль, как от неё избавиться. Неужели все мои спектры теперь насмарку из-за этого загрязнения? По многу раз дистиллирую разные соли уранила, очищаю их. А что если я добавлю к соли урана соль железа? Она может потушить голубое свечение примеси.

- Не отчаивайтесь, - советует академик, -подогрейте немного раствор. Если это свечение люминесцентное, то его можно ослабить нагреванием.

- Но голубое свечение не реагирует на изменение температуры! И, наконец, академик взволнованно говорит аспиранту:

- Павел, похоже, вам первому повезло наблюдать совершенно необычное явление! Для нас теперь предмет размышлений и расчетов – его физические, а не химические причины. Так в 1934 году было открыто свечение Черенкова - Вавилова, которое на Западе называют черенковским. Чуть позже И.Е.Тамм и И.М. Франк объяснили это явление. Гамма –лучи выбивают из молекул раствора свободные электроны, а свечение излучают самые быстрые из них, которые проходя некоторый участок со скоростью, большей скорости света в ней. За это открытие Черенков, Тамм и Франк получили Нобелевскую премию(1958). Вавилов к тому времени уже умер, а эти премии посмертно не присуждают. Да и не дают одну премию больше чем на троих.

Подсказка. Число букв в искомых словах в порядке появления в тексте: 4,3,5,5,5,4,4,5,2,4,5,3

Глава 5.Теория множеств

Для проверки правильности силлогизмов можно использовать метод, основанный на теории множеств. Суждения, из которых строятся силлогизмы, являются на самом деле высказываниями о множествах. Теория множеств была создана в 19 веке математиками Б.Больцано, Р.Дедекиндом, Г.Кантором и др.

Множество в обычной жизни означает множество людей, множество книг, множество правил и т. д. В математике «множество – это совокупность, набор каких – либо предметов (объектов)». Предметы, входящие в состав множества, называются его элементами. Например, число 3 является элементом множества натуральных чисел, май – элемент множества месяцев в году. Запись а Є А: означает «а есть элемент А» или « а принадлежит множеству А». Запись а Є А означает: «а не есть элемент А» или «а не принадлежит множеству А». Например, 16 Є А, 328 Є А, 1,2 Є А (А- множество натуральных чисел).

Множество, в котором нет ни одного элемента, называется пустое множество и обозначается ∅. Примером пустого множества является множество людей на Солнце, множество натуральных чисел, расположенных левее 0 на числовой оси.

Если A и B два множества, то запись A= B означает, что они состоят из одних и тех же элементов. Если каждый элемент множества A является в то же время элементом множества B, то множество A является подмножеством множества B и запись имеет вид: A сB. Каждое непустое множество A имеет по крайней мере два подмножества: пустое ∅ и само множество A.

Примеры: а) множество учеников 10 класса есть подмножество учеников всей школы; б) множество жителей г. Лагани есть подмножество жителей Республики Калмыкия; в) множество натуральных чисел есть подмножество множества действительных чисел и т.д.

Над множествами можно проводить операции: объединение, пересечение, разность множеств.

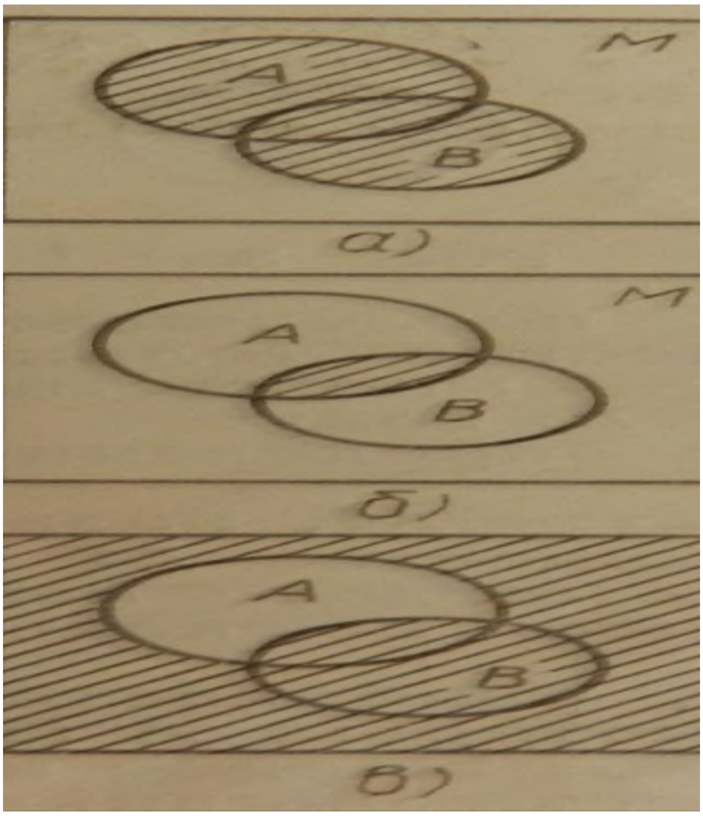
Объединением C множеств A и B называется множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих множеству A или множеству B. Обозначают это так C=A U B. Союз «или» здесь неразделительный, т.е. некоторые элементы могут относиться ко множеству A, и множеству B. Объединение часто называют суммой множеств.

Пример. а) A – множество целых чисел, B –множество четных чисел, тогда AUB=A

б) A – множество успевающих учеников в классе, B – множество девочек в классе и C – множество неуспевающих мальчиков, тогда AU B UC= Д множество всех учеников в классе.

Пересечением C двух множеств A и B называется множество, состоящее из элементов, принадлежащих множеству A и множеству B одновременно. Обозначают это так:

C=A∩ B. Пересечение образовано всеми общими элементами данных множеств.



Пример. а) А – множество мальчиков, обучающихся в данной школе, а В – множество всех учеников из 10 класса. Тогда пересечение А ∩В – множество мальчиков, которые учатся в этом классе.

Разностью С двух множеств А и В называется множество, состоящее из всех элементов А, не входящих в В. Обозначают это так: С=А\ В. Чтобы получить разность А и В, достаточно из множества А удалить общие элементы множеств А и В. На рисунках заштрихованные множества – это разность двух множеств.

На рисунке заштрихованы множества истинности отрицания Ā, дизъюнкции А+В, конъюнкции А*В, импликации А →В.

Пример. а) А – множество всех учащихся 8 –го класса, В - множество всех девочек, которые учатся в школе, то А\ В – множество всех мальчиков, которые обучаются в 8 –ом классе.

б) А – множество натуральных четных чисел, В – множество всех целых чисел, делящихся на 4. Тогда – множество всех четных натуральных чисел, которые не делятся на 4.

Пример. Из 20 человек двое изучали только английский язык, трое – только немецкий, шестеро –только французский. Никто не изучал трёх языков. Один изучал немецкий и английский, трое – французский и английский. Сколько человек изучало французский и немецкий языки?

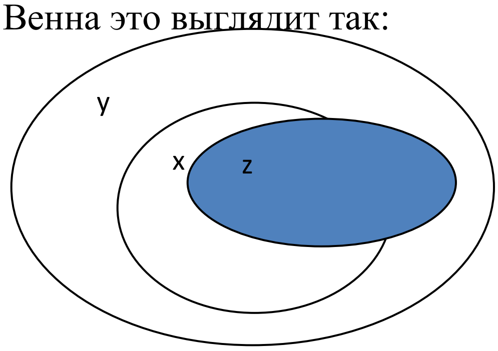
Решение. Обозначим A – множество учеников, изучавших английский язык, через B – немецкий язык, через C – французский язык. По условию A∩B содержит один элемент, A∩C содержит три элемента, A ∩ B ∩ C= (никто не изучал сразу три языка). Требуется определить количество элементов в пересечении B ∩ C.

Объединение множеств A U B U C содержит 20 элементов. Множество B ∩ C должно содержать 20-1-2-3-6-3=5 элементов. Значит, французский и немецкий языки изучали 5 человек.

Пример. Правильно ли рассуждение, имеющее форму «Если всех хищников можно приручить и всех львов можно приручить, то все львы – хищники»?

Решение.

Обозначим через x- хищника, через y – животное, которое можно приручить, через z – льва. Буквенная форма рассуждения имеет вид: «Если все x являются y и все z являются y, то все z являются x». Пусть x Є A, y Є B, z Є C, тогда A c B, C c B.На диаграмме Венна это выглядит так:



Из диаграммы видно, что могут быть такие элементы z из множества C, которые не принадлежат множеству A. Значит, рассуждение неверно.

Упражнения.

1. Перечислите элементы следующих множеств:

   A- множество различных букв в слове «барабан»;

   B – множество столиц СНГ;

   C – множество различных цифр в числе 214 425.

2. Изобразите с помощью диаграмм Эйлера – Венна пары множеств: а) А – множество студентов КГУ и В – множество студентов биологического факультета КГУ; б) М- множество девочек в школе, Р – множество всех учеников школы.
3. Из 220 школьников 163 играют в баскетбол, 175 – в футбол, 24 не играют в эти игры. Сколько человек одновременно играют в баскетбол и футбол?
4. В классе 30 учеников. Все, кроме двух, имеют оценки «5», «4» и «3». Число учащихся, имеющих оценки «5» - двенадцать, «4» - четырнадцать,, «3» - шестнадцать. Трое учатся лишь на «5» и на «3», трое – лишь на «5» и на «4» и четверо лишь на «4» и на «3». Сколько человек имеют одновременно оценки «5», «4» и «3»?
5. Правильно ли рассуждение, имеющее форму: «Все отличники – ученики, некоторые ученики занимаются спортом. Значит, некоторые отличники занимаются спортом»?

Глава 6. Неопределенные высказывания (предикаты). Знаки общности и существования

В главе 1 мы уже упоминали о неопределенных высказываниях. Это утверждения, относящиеся к элементам некоторого множества М, причем для части множества М это утверждение оказывается истинным, а для других – ложным. Такие утверждения называются неопределенными на множестве М и обозначаются А (x), В (n), С (a, b) и т.д., причем должно быть четко указано, элементами каких множеств являются x, n, a, b. Например, можно рассматривать неопределенное высказывание $A(x) \equiv \{x>5\}$ на множестве действительных чисел; неопределенное высказывание $B(n) \equiv \{n$ –простое число$\}$ на множестве натуральных чисел; неопределенное высказывание $K \equiv \{$футболист сборной Испании 2012 года имеет рост меньше 1,8 м$\}$ на множестве всех футболистов, входивших в состав сборной Испании в 2012 году; M ≡{Поэт x написал поэму «Полтава»}на множестве поэтов России 18 века. Все неопределенные высказывания не являются высказываниями, но становятся ими при выборе одного элемента из множества, на котором задано неопределенное высказывание. Например, A (2) –ложное высказывание, B (11)- истинное высказывание, K (Фернандо Торрес)-истинное высказывание, M при замене x на слово «Пушкин» утверждение истинное, при замене на слово «Лермонтов» оно станет ложным.

При подстановке значения переменной в предложение оно становится ложным или истинным. Тогда это предложение называют *одноместным предикатом*. Множество значений, которые может принимать переменная, называется областью определения предиката. Все элементы, при которых предложение превращается в истинное высказывание, образуют множество истинности предиката. Множество истинности для M состоит из одного элемента {Пушкин}, множество истинности для K состоит из тех футболистов сборной Испании, рост которых менее 1,8 м, множество истинности для A бесконечно, ограничено снизу x=5.

Предикат в переводе с латинского означает «сказуемое». Само название подразумевает, что если задается неопределенное высказывание (предикат), то тем самым однозначно задается некоторое сказуемое с подчиненными ему словами, но не подлежащее. С предикатами производят те же логические операции, что и с обычными высказываниями.

Отрицанием предиката A(x), заданного на множестве M, называется предикат $\bar{A}(x)$, определенный на том же множестве M и обращающийся в истинное высказывание *для тех и только тех* элементов множества M, для которых A(x) –ложное высказывание.

Множество M на котором задано A(x), разбивается на два подмножества: одно содержит элементы для которых A(x) истинно, другое содержит элементы для которых A(x) ложно. Первое подмножество называется множеством истинности предиката A(x) и обозначается A, второе – множеством истинности предиката Ā(x) и обозначается Ā. Множество Ā является дополнением к множеству A в множестве M.

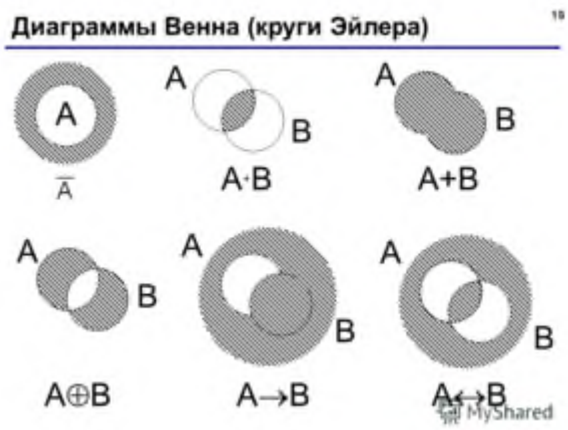
Операции дизъюнкции, конъюнкции и импликации вводятся для предикатов, определенных на одном и том же множестве M.

Дизъюнкцией A(x)V B(x) предикатов A(x) и B(x) называется предикат, обращающийся в ложное высказывание для тех и только тех элементов множества M, для которых оба предиката A(x) и B(x) становятся ложными высказываниями. **Конъюнкцией A(x)Λ B(x**) предикатов A(x) и B(x) называется предикат, обращающийся в истинное высказывание для тех и только тех элементов множества M, для которых оба предиката A(x) и B(x) становятся истинными высказываниями.

Импликацией A(x) → B(x) предикатов A(x) и B(x) называется предикат, обращающийся в ложное высказывание для тех и только тех элементов множества M, для которых предикат A(x) становится истинным высказыванием и B(x) становится ложным высказыванием.

Множества истинности дизъюнкции A(x)V B(x) и конъюнкции A(x)Λ B(x) представляют собой соответственно объединение и пересечение множеств Aи B, т.е. множеств истинности предикатов A(x) и B(x).

Между алгеброй множеств и алгеброй предикатов существует полная аналогия, причем операциям отрицания (-), дизъюнкции **(**V), конъюнкции(Λ),импликации(→)соответствуют операции дополнения(-), объединения(U), пересечения(∩) и включения(c).



Если задан предикат A(x), то особый интерес представляют два утверждения:

1. Неопределенное высказывание A(x) истинно для всех элементов *x* множества M.

2. Неопределенное высказывание A(x) истинно для хотя бы одного элемента *x* множества M, или существует элемент x из множества M, для которого A(x) истинно.

В математике такие утверждения записывают кратко, используя специальные знаки (кванторы): знак (квантор) общности (перевернутая первая буква английского слова All –все), знак (квантор) существования ∃(перевернутая первая буква английского слова Exists-существует). Знак общности заменяет в предложениях слова *все*, *всякий, каждый, любой*. Знак существования заменяет в предложениях *хотя бы один, найдется, существует.*

Предложения 1 и 2 выглядят в краткой записи так:

1. ∀ (x) A(x), x M.

2. ∃ (x) A(x), x M.

Появления знаков общности или существования перед неопределенным высказыванием существенно меняет характер высказывания. Оно становится или истинным, или ложным, т.е. становится высказыванием.

Пример. Пусть $A(\Delta)\equiv${в Δ ABC угол B равен 60°} – предикат, заданный на множестве всех треугольников с вершинами A,B,C.

С помощью знаков общности и существования из неопределенного высказывания $A(\Delta)$ можно построить два высказывания:

$(\forall \Delta)\, A(\Delta)$ ложное – «во всяком треугольнике ABC угол B равен 60°»

и $(\exists \Delta)\, A(\Delta)$ истинное – «существует треугольник ABC, в котором угол B равен 60°»

Для высказываний вида $(\forall x)\, A(x)$ и $(\exists x)\, A(x)$ важно научиться строить их отрицания .

Пример. Пусть $A(p)\equiv${Число p нечетное}-предикат, заданный на множестве простых чисел. Рассмотрим высказывания $(\forall p)\, A(p)\equiv$ {Каждое простое число p-нечетное}. Отрицание этого высказывания можно построить двумя способами:

а) не каждое простое число нечетное.

б) найдется (существует) простое число, которое четно.

Для высказывания $(\exists p)\, A(p) \equiv${существует простое число, являющееся нечетным} отрицание можно построить двумя способами:

а) не существует простого нечетного числа;

б) все простые числа являются четными.

Способ а) в обоих случаях отличается от случая б) тем, что использует отрицательную частицу *не*, - это так называемый негативный способ построения отрицания.

В способе б) частица *не* не использовалась- это позитивный способ построения отрицания. В математике именно позитивный способ построения отрицания оказывается нужным и удобным.

Формулы показывают равносильность двух способов построения отрицания:

$\overline{(\forall x\, A}(x) = (\exists\ x)\overline{A}(x)$

$\overline{(\exists x\, A}(x) = (\forall\ x)\overline{A\,(x}$)

На основании понятий высказывания, предиката и квантора строятся теоремы. Рассмотрим теорему «Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла». Условием этой теоремы является предложение «Точка лежит на биссектрисе угла», а заключением – предложение «Точка равноудалена от сторон угла». Условие и заключение этой теоремы – это предикаты, заданные на множестве всех точек плоскости. Действительно, предложение «Точка лежит на биссектрисе угла» является истинным для тех точек, которые лежат на биссектрисе, и ложным для тех точек, которые на плоскости не лежат. То же самое относится к предложению «Точка равноудалена от сторон угла». Обозначим предикаты A(x) и B(x), где x – точка на плоскости, тогда теорема представляет собой импликацию предикатов $A(x) \to B(x)$. При помощи квантора общности это можно записать так: $(\forall x)(A(x) \to B(x))$. То есть предикат B (x) следует из предиката A(x). Поэтому заключение B (x) является необходимым условием для условия A (x) теоремы, а условие A (x) – достаточным условием для заключения теоремы B (x).

Таким образом, говоря о строении теоремы мы выделили три части:

1.Условие теоремы: предикат A (x), заданный на множестве всех точек плоскости.

2. Заключение теоремы: предикат B(x), заданный на множестве всех точек плоскости.

3. Разъяснительная часть: в ней описываются множества объектов, о которых идет речь в теореме.

Повторите из курса геометрии обратные и взаимно-обратные теоремы.

Упражнения.

1. Выдели в следующих утверждениях условия и заключения:

1) Если в треугольнике все стороны равны, то и все его углы равны.

2) Вертикальные углы равны.

3) Во всяком треугольнике против большей стороны лежит больший угол.

4) В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

2. В каждом из приведенных утверждений вместо многоточия вставь слова «необходимо», «достаточно», «необходимо и достаточно».

1) Для того чтобы число делилось на 15, … чтобы оно делилось на 5.

2) Для того чтобы число делилось на 3, … чтобы оно делилось на 6.

3) Для того чтобы число делилось на 10, … чтобы оно делилось на 2 и 5.

4) Для того чтобы два квадрата имели одну площадь, … чтобы они имели равные стороны.

3. Для каждого утверждения сформулируй обратное и установи, будет оно истинным или ложным:

1) если число оканчивается нулем, то оно делится на 5.

2) Если углы вертикальны, то они равны.

3) Всякий равносторонний треугольник – равнобедренный.

4) Вписанный угол, опирающийся на диаметр – прямоугольный.

5) Если каждое из слагаемых четное число, то их сумма – четное число

Глава 7. Методы доказательства. Метод математической индукции

«Я оглянулся посмотреть
не оглянулась ли она, чтоб
посмотреть, не оглянулся ли я».
Из песни М.Леонидова «Девочка-видение»

Главная задача коммуникации – донести до собеседника идею, мысль. Для этого надо подобрать такой метод подачи информации, который в наибольшей степени способствовал бы пониманию, не вызывал отторжения, помогал бы расслышать за потоком слов главное, т.е. выбрать метод доказательства. Значение доказательства в нашей жизни, и тем более в науке, велико. Но доказательства встречаются не очень часто. Иногда за доказательство выдается то, что им вовсе не является. Доказательство – особая интеллектуальная операция, это обоснование истинности некоторого суждения с помощью других суждений, истинность которых уже доказана. В доказательстве различают *тезис* – утверждение, которое надо доказать, *основание* (аргументы) – те положения, с помощью которых доказывается тезис, и *логическая связь* между тезисом и аргументами.

Виды доказательства бывают *прямыми и косвенными. Под прямым понимают такое доказательство, в котором тезис логически следует из истинных аргументов. Косвенное доказательство - это обоснование истинности с помощью дополнительных, противоположных тезису утверждений.*

Методы доказательства делятся на *индуктивный, дедуктивный и метод аналогии.*

Индуктивный метод (от частного к общему) предполагает постепенное, поэтапное раскручивание идеи, продвижение от простых примеров и понятных фактов к более сложным обобщениям, в том числе и абстрактным понятиям. Интеллектуально продвинутые подростки и взрослые люди часто сопротивляются такому способу доказательства, так как у них возникает ощущение, что ими манипулируют, не давая возможности увидеть альтернативные решения.

Примером индукции служат рассуждения:

1. Аргентина является республикой, Бразилия –республика; Венесуэла – республика; Эквадор тоже республика. Аргентина, Бразилия, Венесуэла, Эквадор – латиноамериканские страны. Все латиноамериканские страны являются республиками.

2. Италия –республика; Португалия –республика; Финляндия – республика; Франция –республика. Италия, Португалия, Финляндия, Франция – западноевропейские страны. Все западноевропейские страны являются республиками.

Индукция не дает гарантии получения новой истины из уже имеющихся истин. В приведенных примерах посылки истинны, но заключение первого утверждения истинно, второго утверждения – ложно, так как среди западноевропейских есть и монархии: Англия, Бельгия и Испания. В приведенных примерах мы имеем дело с неполной индукцией: когда вывод делается на рассмотрении части предметов какой-либо области, и он оказывается более или менее вероятным. В случае с полной индукцией рассматриваются все предметы какой-либо области, и вывод является полностью истинным. Неполная индукция делится на популярную и научную. Примером популярной индукции являются суеверия или поспешные обобщения: «Если дорогу перебежала черная кошка, то не повезет». Заключение сделано на основе простого сходства предметов, имеющего случайный характер. Научная индукция выявляет существенные, закономерные связи между предметами (в основном причинно-следственные).

Дедуктивный метод (от общего к частному) предполагает, что первоначально излагается общий вывод, а затем различные его подтверждения. При дедуктивном способе можно идти от опровержения, если использовать способ доказательства от противного: «Предположим, что наше утверждение неверно. В этом случае..» Этот метод привлекателен для интеллектуально развитых, мотивированных собеседников.

К дедуктивным относятся умозаключения:

1. Все поэты – писатели; Лермонтов – поэт; следовательно, Лермонтов – писатель.

2. Если идет дождь, земля становится мокрой. Идет дождь, значит земля мокрая.

Дедуктивные умозаключения позволяют и уже имеющихся истин получать новые истины, и притом с помощью чистого рассуждения, без обращения к опыту, к интуиции; во всех случаях мы получим достоверное знание. Изучаемая нами логика высказываний является разделом дедуктивной логики.

Метод аналогии (параллели, сопоставления) применяется в тех случаях, когда у слушателей существует представление о сходном процессе, явлении и они могут составить умозаключение по аналогии. Метод аналогии относится к индуктивным умозаключением. Схема умозаключения по аналогии имеет вид: «*A* обладает признаками *a, b, c, d* . *B* обладает признаками *a, b, c.* Вероятно, *B* обладает признаком *d*». Например, ученые, проводя исследование влияния лекарств на организм кроликов, свинок переносят полученные результаты на человеческий организм. Аналогия лежит в основе моделирования, которое применяется в технике, строительстве, гуманитарных науках. Полной истинности аналогия не даёт, поэтому для увеличения достоверности нужны факты и результаты экспериментальных данных.

Нельзя отделять дедукцию от индукции или недооценивать её. Почти все научные законы – результат индуктивного обобщения, в этом смысле индукция - основа нашего знания. В математике при доказательстве иногда используют принцип математической индукции.

Вспомните принцип математической индукции из курса алгебры 9 класса.

Пример. Докажите, что $3^n - 2^n \geq n$, n N

Доказательство. При n=1 утверждение верно. Пусть при n=k утверждение справедливо, т.е. $3^k - 2^k \geq k$. Докажем его справедливость для n=k+1. Получаем:

$$3^{k+1} - 2^{k+1} = 3(3^k) - 2^{k+1} \geq 3(2^k+k) - 2^{k+1} = 3*2^k+3k-2*2^k = 3k+2^k > k+1$$

Таким образом, на основании принципа математической индукции утверждение доказано для любого натурального n.

Подумайте, какой вид индукции приведен в примере?

Пример (из Дж.Литлвуд «Математическая смесь»). Три дамы А, В, С сидят в купе железнодорожного вагона с испачканными лицами и все три смеются. Внезапно А соображает: «Почему В не понимает, что С смеется над ней? – О, Боже! Они смеются надо мной!»

Упражнения.

1.**Используя принцип математической индукции, докажите что при n Є N**

$1*4+2*7+3*10+\ldots+ n*(3 n+1)= n*(n+1)^2$

2.**Используя принцип математической индукции, докажите равенство**

$$\frac{1}{1*5}+\frac{1}{5*9}+\ldots+\frac{1}{(4n-3)*(4n+1)}=\frac{n}{4n+1}$$

3.Спор.

Три мудреца вступили в спор: кто более мудрый из них троих? Спор помог разрешить прохожий, предложивший им тест на сообразительность.

-Вы видите у меня, - сказал он, - пять колпаков: три черных колпака и два белых. Закройте глаза!

С этими словами он надел каждому на голову по черному колпаку, а два белых спрятал в мешок.

- Можете открыть глаза, - сказал прохожий, - кто угадает, какого цвета колпак у него на голове, тот вправе считать себя самым мудрым.

Долго сидели мудрецы, глядя друг на друга. Наконец, один воскликнул:

- На мне черный колпак!

Как он догадался?

4.Определите вид индукции, посылки и заключение, и установите, есть ли ошибки в индукции?

а) В понедельник шел дождь. Во вторник тоже шел дождь. В среду был сильный ливень утром и вечером. Значит, в четверг тоже будет дождливо.

б) 1- простое число, 2 - простое число, 3 - простое число. 1,2,3 – натуральные числа. Значит, все простые числа – натуральные числа.

в) Гурман зашел в ресторан и заказал себе порции борща и шашлыка. Он съел их и не наелся. Тогда он заказал телятину и тоже не наелся. После купил пирожок с картошкой и решил, что достаточно. «Эх, надо было начинать с пирожка, - подумал он, - столько денег зря истратил!»

5. Являются ли следующие умозаключения дедуктивными?

а) Саксаул имеет плотность больше, чем у воды, так как он тонет в ней. А всякое тело, которое тонет в воде, имеет плотность больше чем у воды.

б) В зависимости от масштаба карты подразделяются на крупномасштабные, среднемасштабные и мелкомасштабные. Эта карта не является ни крупномасштабной, ни среднемасштабной. Значит, эта карта является мелкомасштабной.

в) Если я поплыву к берегу, то я утону; если я поплыву к берегу, то меня разобьёт о скалы; если я поплыву к берегу, то на меня набросятся акулы. Я не утону, или меня не разобьёт о прибрежные, или меня не съедят акулы. Следовательно, я не поплыву к берегу.

6. Определить степень достоверности аналогии.

а) И.И.Мечников размышлял над способностями организма бороться с инфекцией. Однажды наблюдая за прозрачными личинками морской звезды, он бросил несколько шипов розы в их скопление; личинки обнаружили эти шипы и «переварили» их. Мечников тут же уподобил это другому явлению – факту попадания занозы в тело человека. Занозу окружает гной, который «переваривает» чужие тела. Так возникла теория защитного приспособления, заключающаяся в том, что у животных есть особые клетки – фагоциты, способные «переваривать» посторонние частицы, микробов и остатки разрушенных клеток.

б) Рассматривая дело о квартирной краже, следователь обратил внимание на то, что преступники проникли в квартиру в то время, когда хозяйка развешивала белье во дворе. Затем, обратившись к архиву, он обнаружил, что несколько месяцев назад было прекращено дело, где преступники использовали тот же прием проникновения в квартиру. Дальнейшая операция оперативно- розыскной службы подтвердила, что кража вновь была совершена теми же преступниками.

Глава 8. Научное знание и логика.

«В науке задача, надлежащим образом поставленная, более чем на половину решена. Процесс умственной подготовки, необходимый для выяснения того, что существует определенная задача, часто отнимает больше времени, чем само решение задачи»

А.Содди

Решение задач чисто логического типа в известной мере моделирует решение научной проблемы. Что же такое «проблема»? Проблема – это «знание о незнании», обнаружение неполноты знания и запрос о его восполнении.

Сначала исследователь сталкивается с массой более или менее разобщенных данных. Иногда он не может сразу сделать какие-то определенные заключения. Обычно ему приходится выдвигать рабочую гипотезу, чтобы довести свои поиски до решения проблемы. Гипотеза- предположение о вероятном ходе событий, предположение о некоторых закономерностях. Научная гипотеза – не просто предположение, она включает в себя обоснование этого предположения. Критерии научности гипотезы:

- непротиворечивость, в противном случае она ложна;
- обоснованность, иначе не может быть объяснено её появление;
- должна объяснять все факты рассматриваемой области;
- должна быть проверяемой, иначе нельзя установить её истинность или ложность.

Правильность гипотез, выдвинутых в ходе исследований, устанавливается путем их прямого подтверждения или сопоставлением полученных результатов с исходными данными. Если на этом этапе работы вскрывается несоответствие теоретических выводов фактам, исследователь опровергает гипотезу, принятую вначале, заменяет другой и начинает рассуждение заново. Для подтверждения гипотезы в естественных науках ставят эксперимент и сверяют полученные данные с гипотетическими.

В конце концов, исследователь приходит к такому заключению, которое безукоризненно согласуется с начальными условиями.

Но ученый на этом не ставит точку, не спешит. Он подвергает свои рассуждения ещё одному испытанию. Ему надо исследовать полученные выводы, чтобы выяснить, однозначны ли они, нет ли других вариантов решения, удовлетворяющих исходным данным. И только тогда, когда станет ясно, что найденное объяснение экспериментальных фактов является единственно правильным, исследователь скажет, что задача решена.

Итак, выдвигая гипотезы и последовательно рассуждая, формулируя выводы и исследуя их совместимость с исходными данными, ученый в конце получает точный ответ, отталкиваясь от разрозненной информации, которой располагал ранее.

Разработка гипотезы приводит к построению теории. Теория – это форма логически стройного, систематизированного, обоснованного знания.

Виды теорий

Научные		Социальные
естественно-научные	технические	социальногуманитарные
физические, химические, биологические и т.д.		политические, социологические, этнографические, лингвистические и т.д.

Основные законы логики являются принципами, на которых создается и строится научная теория. Главные требования к теории: *непротиворечивость, полнота и независимость. Непротиворечивость* означает, что в данной теории не должны выводиться утверждения и их отрицания. *Полнота* научной теории означает, что исходных утверждений достаточно для доказательства любого утверждения данной теории. *Независимость* означает, что основные исходные аксиомы, постулаты не должны выводиться из предшествующих положений, в противном случае они не могут считаться основными.

Проверить выполнение принципов и доказать это возможно лишь для простых теорий Для сложных теорий в строгой форме невозможно сделать это, ведь любая теория имеет границы применимости. Углубление теории проявляется в создании новой теории, которая приходит на смену старой и показывает её относительную истинность.

Примечание. Когда двое наблюдают одно и то же явление, они не обязательно наблюдают одно и то же. В естественных науках нормальным явлением любого научного исследования является убеждение в том, что два наблюдателя одного и того же явления приходят к одним и тем же выводам, не считая незначительных отклонений, которые объясняются различием в сноровке, остроте чувств и т.д.

Следующая история убеждает нас в том, что с этим основным положением не всё благополучно.

Физик, машинист и хитрец стояли вместе. «Почему локомотив свистит высоко, когда он приближается, и низко, когда он удаляется?»- спросил физик. «Потому, что так приказала дирекция железной дороги, – ответил хитрец, – это делали все локомотивы, которые проезжали мимо меня». «Это совершенно неверно, – возразил машинист, – локомотивы свистят одинаково высоко, уж я должен это знать!»

Упражнения.

Физические задачи

1. В патентное бюро пришла заявка на изобретение. Инженер предлагал использовать мощный электромагнит для вытаскивания из печи раскалённых железных заготовок. Но в авторском свидетельстве на изобретение было отказано. Почему?

2. Необходимо просверлить аккуратное отверстие в резиновой трубе. Если сверлить сверлом, трубка сплющивается, и отверстие не круглое. Если прожигать, трубка не сплющится , но отверстие неаккуратное- обгорелые края. Как быть?»

Психологические задачи.

Неудачная помолвка.

Инспектор Борг работает с сержантом Блумом в одном отделении.

Блум рассказывает инспектору о своей радости: дочь сержанта выходит замуж, чему все рады. Прежних женихов интересовало приданое дочери Блума, у жены которого был собственный завод. Новый жених, Дэм Бергер, – красивый парень, образованный и набожный. Из прекрасной семьи, его дед прославился в 1 мировую войну. Дэм показывал своей невесте именное золотое оружие, подаренное его деду, с надписью «Герою первой мировой войны лейтенанту Бергеру от командования 5-й пехотной дивизии. 1916 год»

Инспектор говорит Блуму: «Гоните проходимца в шею»

Блум возмущается: « У него много недостатков: он шепелявит, курит противные сигареты, но в остальном он – жених что надо»

Почему инспектор Блум назвал жениха аферистом?

Развивай внимание!

У карты мира.

Файнворд.

Найдите 12 стран Европы и Африки, названия которых спрятаны в тексте.

Взгляните на карту мира. Как распределяются по величине площади страны мира? Не исключено, вы подумали, что это случайно беспорядочно рассеянные величины. Ведь история стран и изменение их площади – вроде бы атрибут анархических, т.е. неупорядоченных процессов. Но это не так. Возведем два в нулевую, в первую степень, в квадрат, в куб и т.д. Получится последовательность: 1,2,4,8,16,32,64,128,256,512,1024, 2048, 4096, … Подсчитано, что в этой бесконечной последовательности чисел, которые являются целыми степенями двойки, процентная частота появления на первом месте цифр от 1 до 9 такая: 30,17,12,10,8,7,6,5,5. Т.е. цифра 1 появляется в 30% случаев, а цифра 9 – в 6 раз реже. Недавно математики В.И.Арнольд и М.Б. Севрюк показали: в аналогичной последовательности распределены и первые цифры величин, выражающих население и площади стран мира. Причем числа остаются почти без изменений, если площади выражать в квадратных километрах, милях, футах – безразлично.

Особые свойства целых степеней двойки – тайна устойчивых частот появления на первом месте цифр от 1 до 9 для различных групп объектов - опираются на знаменитую теорему Вейля. Академик Арнольд говорит, что в эту ниспадающую последовательность частот первых цифр приближенно вписываются также длины рек и высоты гор. (В шутку можно сказать, что это вновь открытый закон «закон гор»).

И даже число страниц в книгах подчиняется тому же статистическому закону. Проверьте сами. В вашей библиотеке число книг с числом страниц от 10 до 19 (брошюры) и от 100 до 199 в сумме будет примерно в 6 раз больше, чем книг с числом страниц от 90 до 99 и от 900 до 999.

Однако в короткой заметке невозможно подробно рассмотреть причины этого явления. И, конечно, частные его проявления, замеченные совсем недавно, ещё нуждаются в глубоком анализе.

Глава 9. Логические задачи

«Умение решать задачи –

такое же практическое искусство,

как умение плавать или бегать.

Ему можно научиться только путем

подражания или упражнения»

Д. Пойя

Элементарные логические задачи – это задачи, требующие лишь находчивости, внимательности, здравого смысла и умения последовательно мыслить. Это задачи вида:

1. Грамматический вопрос. Если вы любите грамматику, то вас заинтересует вопрос: как правильно сказать: «не вижу белый желток» или «не вижу белого желтка»?

2. Как вы это объясните? Мистер Смит ехал на машине со своим сыном Артуром. Их машина попала в катастрофу. Отец погиб на месте, а сын в тяжелом состоянии был доставлен в больницу. Взглянув на пострадавшего, дежурный хирург побледнел и сказал: «Я не могу оперировать его. Ведь это же мой сын Артур!»

Более сложные логические задачи можно классифицировать по смысловому содержанию и логическим приемам решения.

1.Задачи с транзитивными отношениями

Между элементами множества существуют отношения. На множестве чисел – это отношения «больше», «меньше», «равно»; на множестве отрезков – отношения «короче», «длиннее», «равно»; на множестве людей – «моложе», «старше», «ровесники» и т.д. Отношение R называется транзитивным, если для любых элементов xRy и yRz, то xRz. Например, если a=b, b=c, то a=c

а) Для решения задач с транзитивными отношениями надо уметь переходить от отношений разного вида к отношениям одного вида. Например, если встречается в задаче отношения «легче» и «тяжелее», их заменяют «тяжелее» и «тяжелее». Такие задачи решают ученики начальной школы.

Пример. Что дороже?

Ручка дороже тетради, карандаш дешевле тетради. Что дороже?

Ответ: заменим утверждение «карандаш дешевле тетради» на утверждение «тетрадь дороже карандаша», в итоге получим: «ручка дороже тетради, тетрадь дороже карандаша» (РТ, ТК =РТК), т.е. самая дорогая ручка.

б) Есть задачи с некорректными условиями, где данных недостаточно или слишком много.

Пример: Мячи

Красный мяч тяжелее коричневого, а зеленый легче красного. Какой мяч тяжелее: коричневый или зеленый?

Ответ: нельзя ответить, так как не хватает условий.

в) в задачах с нетранзитивными отношениями вводят дополнительные ограничения, для того чтобы сделать вывод.

2.Задачи с использованием схем и таблиц.

Иногда задачи решаются быстрее, если представить исходные данные задачи в виде схем или таблиц. Наглядное графическое представление информации облегчает решение. Если в задаче 1-3 элемента, то решают ее с помощью схемы. Если количество элементов в условии задачи большое, то такие задачи лучше решать с помощью таблиц.

Пример. Детям купили мороженое. На обертках надписи: «сливочное», «малиновое или шоколадное», «шоколадное». Ни одна надпись не соответствует сорту мороженого. Какое мороженое находится в какой обертке?

Решение

Решим с помощью законов алгебры логики. Введем обозначения:

С – в обертке сливочное мороженое

М – в обертке малиновое мороженое

Ш- в обертке шоколадное мороженое

Так как ни одна надпись не соответствует сорту мороженого, то для второго высказывания будет истинен закон Моргана

Ш VМ=Ш&М значит в обертке сливочное мороженое

В третьей обертке не шоколадное мороженое, так как на ней надпись «шоколадное», (по условию) и не сливочное (по доказательству), значит там малиновое мороженое.

Во второй обертке сливочное мороженое, в третьей – малиновое, значит, в первой – шоколадное.

Пример. Коля, Боря, Вова, Юра заняли первые четыре места в спортивном соревновании. На вопрос, какие места они заняли, они честно ответили:

- Коля не занял ни первое, ни четвертое место;
- Боря занял второе место;
- Вова не был последним. Какое место занял каждый мальчик?

Решение.

По условию задачи имеем:

	1	2	3	4
Коля	-	-		-
Боря	-	+	-	-
Вова		-		-
юра		-		

Так как Коля не занял ни первое, ни четвертое место (п условию) и не занял второе место, которое занял Боря (по условию), значит, он занял третье место. Ставим в ячейку (Коля,3) знак «+». Значит, Вова и Юра не могут занимать третье место. Ставим в в ячейки (Вова,3) и (Юра,3) знаки «-«.

	1	2	3	4
Коля	-	-	+	-
Боря	-	+	-	-
Вова		-	-	-
юра		-	-	

Так как Вова не занял четвертое место (по условию), так как его занял Боря, и занял третье место (по доказательству), значит, он занял первое место, а Юра – четвертое.

	1	2	3	4

Коля	-	-	+	-
Боря	-	+	-	-
Вова	+	-	-	-
юра	-	-	-	+

Ответ: в соревнованиях Вова занял первое место, Боря –второе место, Коля – третье место, Юра – четвертое место.

Пример. Теперь мы можем решить задачу о пяти братьях, приведенную в предисловии.

Изобразим заявления братьев в виде таблицы

	Андрей	Витя	Толя	Дима	Юра
Андрей	-	+	-	+	-
Витя	+	-	-	+	-
Толя	+	+	-	-	+
Дима	-	+	-	+	-
Юра	-	-	+	-	+

Так как Андрей сказал: «Это или Витя, или Толя», то в столбце под буквой А плюсы стоят против букв В и Т. В столбце под буквой В минусы стоят только в строках В и Ю.

Чтобы заполнить столбец Т, надо разобраться, в каком случае Андрей и Витя оба неправы. Например, если окно разбил Андрей, то Витя окажется прав, так как он допускал это, и в столбце В напротив буквы А стоит плюс. Вообще, Андрей и Витя оба окажутся неправы, если окно разбил Юра, так как в строке Ю на первых двух местах стоят минусы. Значит, в столбце Т надо поставить плюс только против Ю.

Дима окажется прав, только если ровно один из первых двух братьев – Андрей и Витя – окажется прав, а другой неправ. Значит, в столбце Д плюс ставится только в тех строках, в которых на первых местах стоит один минус и один плюс.

Юра просто отрицает то, что сказал Дима; где в столбце Димы плюс, там у него минус, и наоборот. Таблица заполнена. Мы знаем, что не менее трех братьев сказали правду. Значит, надо искать строку, в которой не менее трех плюсов. Такая строка одна – Т.

Ответ: окно разбил Толя.

3. Задачи на переправу.

Особенность задач на переправу связана с тем,

а) что плавучее средство имеет ограничение в грузоподъемности

б) нельзя одновременно перевозить некоторых пассажиров

в) большое количество пассажиров

Пример. Поход.

Отец с двумя сыновьями отправился в поход. На их пути встретилась река, у берега которой находился плот. Он выдерживает на воде или отца, или двух сыновей. Как переправиться на другой берег отцу и сыновьям?

Решение.

Берег 1	Река	Берег 2
сын 1 (с1), сын 2 (с2), отец(о)		
О	с1, с2	
О	с1	с2

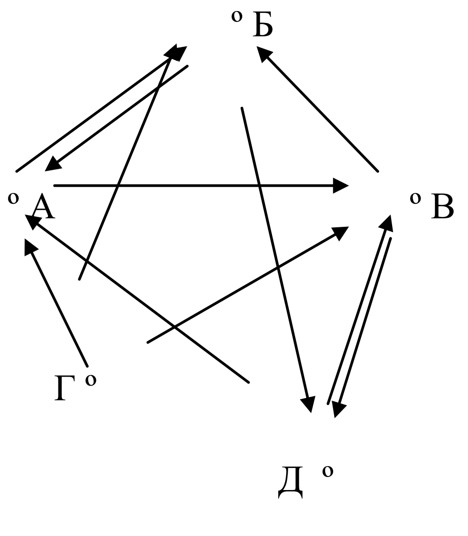
с1	о	с2
с1	с2	о
	с1, с2	о
		с1, с2, о

4. Задачи с использованием графов

Если на плоскости расположены несколько точек и линии, каждая из которых соединяет пару из наших точек, то говорят, что задан граф (от греческого слова «графо»-пишу). Точки называются вершинами графа, а линии – его ребрами. Ребра графа могут быть окрашены в несколько цветов, тогда его называют графом с цветными ребрами.

Задача. Однажды Андрей, Борис, Володя, Даша и Галя договорились вечером пойти в кино. Выбор кинотеатра они решили согласовать по телефону. Было также решено, что если с кем –то созвониться не удастся, то поход в кино отменяется. Вечером собрались у кинотеатра не все, и поэтому посещение кино сорвалось. На следующий день стали выяснять, кто кому звонил. Оказалось, что Андрей звонил Борису и Володе, Володя звонил Борису и Даше, Борис звонил Андрею и Даше, Даша звонила Андрею и Володе, а Галя звонила Андрею, Володе и Борису. Кто не пришёл к кинотеатру?

Решение. Каждому из ребят поставим в соответствие вершину графа. Соединим вершины попарно тех ребят, которые позвонили друг другу.



Не пришла Галя. Ей никто не звонил.

5. Задачи на перебор различных вариантов.

При решении задачи на перебор вариантов выдвигается гипотеза, которая опровергается или подтверждается в ходе решения. Гипотезы выдвигаются до тех пор, пока не найдется единственный верный вариант. Проверить правильность гипотезы можно с помощью основ алгебры логики.

Пример. Отдых в летнем лагере.

Три ученика из разных школ г.Новгорода приехали в летний лагерь. На вопрос вожатого: «В какой школе вы учитесь?» ребята дали такие ответы:

Петя: «Я учусь в школе № 24, а Лена в школе № 8»

Лена: «Я учусь в школе № 24, а Петя в школе № 30»

Коля: «Я учусь в школе № 24, а Петя в школе № 8».

Вожатый удивился расхождению в ответах, но позже ребята сознались, что в их ответах одно утверждение истинно, а другое ложно. Вожатый подумал и определил, в какой школе учится каждый из ребят.

Решение.

Способ 1.

1. Пусть утверждение Пети о том, что он учится в школе № 24, истинно. Тогда его утверждение, что Лена учится в школе № 8 ложно.

2. Из нашего предположения следует, что утверждение Лены о том, что она учится в школе № 24 ложно. Тогда её утверждение, что Петя учится в школе № 30 истинно, а оно противоречит нашему предположению. Значит, наше предположение неверно, т.е Петя не учится в школе № 24. Тогда второе утверждение Пети истинно и Лена учится в школе № 8.

3. Первое утверждение Лены неверно, второе истинно и Петя учится в школе № 30.

4. У Коли неверно второе утверждение, первое –истинно и Коля учится в школе № 24.

Ответ: Петя учится школе № 30, Лена в школе № 8, Коля учится школе № 24.

Способ 2.

1. Пусть утверждение Пети о том, что он учится в школе № 24, ложно. Тогда истинно его утверждение о том, что Лена учится в школе № 8.

2. Из истинности утверждения Пети о Лене истинно, то утверждение Лены о том, что она учится в школе №24, ложно, значит, её утверждение о том, что Петя учится в школе № 30 истинно.

3. Из вышеизложенного следует, что утверждение Коли о том, что Петя учится в школе № 8, ложно, а истинно его утверждение о том, что он сам учится в школе № 24.

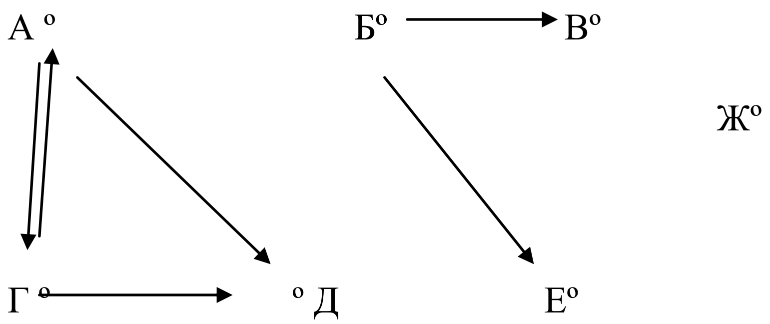
Вывод: Петя учится в школе № 30, Лена – в школе №8, Коля – в школе №24.

6.Занимательные задачи.

Занимательные задачи требуют остроумного рассуждения, умения глубоко вникнуть в ситуацию. Уже древние египтяне понимали, что в процессе обучения важную роль играет элемент занимательности. В известном «папирусе Ахмеса» было немало занимательных задач. Одна из них «задача о кошках» присутствует во многих сборниках занимательных задач в течение тысячелетий. *В каждом из 7 домов живет по 7 кошек; каждая кошка съела по 7 мышей; каждая мышка съела по 7 колосьев; из каждого колоса могло получиться 7 мер хлеба. Сколько предметов мы перечислили?*

Упражнения.

1.На рисунке задан граф «быть сестрой» на множестве детей нашего двора. Дети обозначены точками А, Б, В, Г, Д, Е, Ж. Определите, кто из них является девочкой, кто мальчиком. О ком ничего нельзя сказать по этому графу?



2. Для озеленения района по плану архитектора нужно посадить аллею саженцев, чередуя хвойные, лиственные деревья и кустарники. Были предложены три группы растений. В первую группу входят хвойные деревья: ель и сосна; во вторую группу – лиственные деревья: береза, дуб, липа; в третью группу – кустарники: жасмин, сирень, шиповник.

Найдите все варианты озеленения, если известно, что дуб плохо влияет на рост жасмина и сирени, липа – на рост шиповника. Несовместимы: сосна и береза, сосна и липа, ель и береза. Постройте граф по условию задачи.

3.Волк пересекал пустыню. К середине своего пути он так отощал, что не мог двигаться дальше. И тут он наткнулся на железную ограду, за которой паслись жирные овцы - увы, слишком жирные, чтобы пролезть между прутьями. Самому оголодавшему волку это бы удалось, но он понимает, что если пролезть в загон и наесться, то он растолстеет и уже не сможет выбраться из-за ограды, которая замкнута, слишком высока и прочна. Пастух придет на следующей неделе, а волку не выдержать уже такого голодания, как раньше. Какова наилучшая стратегия волка в данной ситуации?

4. На острове живут рыцари и лжецы. Рыцари говоря только правду, лжецы – только ложь.

Незнакомец встретил трех жителей A, B, C этого острова, разговаривающих между собой. Он спросил у A: «Вы рыцарь или лжец?» Тот ответил, но неразборчиво, ничего нельзя было понять. Тогда лжец спросил у B: «Что сказал A?» «A сказал, что он лжец», - ответил B. «Не верьте B! Он лжет!» - вмешался в разговор C.

Кто из островитян B и C рыцарь и кто – лжец?

5. В стране ZOZ живут три типа людей: рыцари, которые всегда говорят правду, лжецы, которые всегда говорят неправду, и гости , которые становятся теми, кем себя назовут. Однажды утром на главной площади собрались три группы людей по 30 человек. В одной группе были люди только одного типа, в другой объединились люди двух типов в равном соотношении, в третьей – всех трех типов поровну. Каждый член первой группы сказал: «Мы все рыцари», каждый человек из второй группы сказал: «Мы все лжецы», каждый член третьей группы сказал: «Мы все гости». Сколько на площади лжецов?

6.Два футбольных болельщика спорили между собой о результате чемпионата мира, прошедшего 8 лет назад. Первый болельщик говорил, что 8 лет назад чемпионом стала сборная Бразилии, а второе место заняла сборная Италии. Второй болельщик говорил, что первое место заняла сборная Англии, а второе – сборная Бразилии. На следующий день они встретились, уже зная, кто был чемпионом, и один из них заметил: «Каждый из нас был прав в своем утверждении наполовину». Можно ли установить, кто занял первое и второе место в чемпионате мира восьмилетней давности?

7.Пятеро выпускников школы заговорили однажды о том, кто кем станет. Андрей считал, что банкиром может стать любой из них, но только не Дмитрий. Виктор утверждал, что он приобретет профессию метрдотеля. А Дмитрий полагал, что самым подходящим кандидатом в метрдотели является Григорий. Борис говорил, что он никогда не станет врачом, утверждая при этом, что Андрей может стать врачом. Григорий же утверждал, что Борис может стать блистательным актером, а Андрей никогда не будет врачом. Жизнь у ребят сложилась по –разному. Оказалось, что те, кто стали учителем и метрдотелем, ошибались в своих суждениях. А актер, врач и банкир оказались правы. Установите, кто какую профессию выбрал.

Глава 10. Игры, головоломки

Измеряйте высоту вашего ума по тени, которую он отбрасывает…

Броунинг

Игры – дело серьезное: к такому выводу пришли математики, историки, философы и просто заядлые игроки, собравшиеся на Первом конгрессе Международной ассоциации интеллектуальных игр в Варшаве летом 1989 года. На конгрессе разговор шел о логических играх. Если вас спросят: «Какие логические игры вы знаете?», наверняка вы ответите: «Шахматы», дальше вы вспомните о шашках, домино, крестиках-ноликах. А между тем список логических игр постоянно пополняется, и в 21 век мы вошли с компьютерными играми: шахматами, «Вторая мировая война», «Александр Невский». То есть человечество играло во все времена и продолжает играть, получая удовольствие от игры. И не только: играя в историческую игру, мы узнаем о царствующих особах, выдающихся полководцах, государственном устройстве, крупных сражениях.

Составляя программы для компьютерных игр, программист использует кроме правил игры также и законы логики. Но не для всех игр возможно составить программу, например для игры го пока программа не составлена.

При игре следует продумать выигрышную стратегию. Вспомните задачу №2 в предисловии.

Решение. В первой партии Саша решил играть так, чтобы у него всегда было четное число камней и проиграл. Во второй партии стал брать камешки так, чтобы у него было четное число камней и опять проиграл. Проигрывать в третий раз Саша не захотел и решил попытаться понять смысл игры. И в первый раз, и во второй раз перед последним ходом у Саши оставалось 4 камня. Если он брал только один камень, то Коля забирал остальные три. Если же Саша брал два или три камня, то Коля забирал оставшиеся два или единственный камень. Как же поступить Саше, чтобы опять не остаться с четырьмя камнями? И тут Сашу осенило! Если игрок получает на своем ходе кучку камней, количество которых делится на 4, то после любого его хода количество оставшихся камней уже не сможет делиться на 4, а его партнер вновь может сделать ход, приводящий к кучке, количество камней в которой вновь делится на 4 и так далее. Например, в кучке 25 камней. Тогда Саше первым ходом надо взять 1 камень, а затем - столько камней, чтобы в сумме с камнями, взятыми Колей перед этим ходом получалось 4 камня и тогда Саша берет последний камень и выигрывает. Это выигрышная стратегия для игрока.

Одна из самых популярных логических игр – это игры со словами. Например, игра «наборщик». Игроки берут какое-нибудь слово, желательно подлиннее, и из его букв составляют новые слова. Выигрывает тот, у кого больше слов. Опытные наборщики отличаются эрудицией, имеют большой словарный запас, а также обладают комбинаторными навыками. Знатоки владеют разными секретами, один из них «анаграммы». Новое слово, составленное из всех букв данного, называется анаграммой. Например, *клоун-уклон-колун-кулон*, *коран-крона-норка, приказ-каприз.* Анаграммы были открыты в III веке до н.э. древнегреческим грамматиком и поэтом Ликофроном и до сих пор привлекают внимание языковедов, поэтов и любителей головоломок. С помощью анаграмм иногда образуются имена литературных героев и псевдонимы писателей. Например, баснописец Иван Крылов придумал себе псевдоним – анаграмму Нави Волырк.

Головоломка в отличие от задачи представляет нечто такое от решения чего вы получаете удовольствие - а иначе, зачем вы стали бы её решать? Головоломки из жизни вроде тех, где требуется найти преступника, зависят от обнаружения какого-то ключевого факта. Головоломка может быть коварной, с некоторым подвохом, но и в этом случае ответ должен быть достоверным.

Древним грекам мешал высочайший уровень строгости математических рассуждений, лишь на закате греческой цивилизации гениальный Диофант Александрийский стал собирать головоломки в своей «Арифметике». Россыпи головоломок представляют математические труды древней Индии, древнего Китая и арабских математиков.

В средние века математику учили по книге «Liber abaci» (1228 год) итальянского купца Леонардо Фибоначчи. В течение нескольких столетий происходили математические турниры, которые привели к дальнейшему развитию математики. Пример тому увлекательная задача Фибоначчи «о размножающихся кроликах», которая привела к созданию теории рекуррентных или возвратных последовательностей. В 16-17 в.в. сборники занимательных задач уже не являлись учебниками, но сборник «Приятных и занимательных задач» сира Баше де Мезирака (г.Лион, 1612 г) сыграл большую роль в создании и развитии теории чисел.

Нынешние ученики изучают математику по академично строгим пособиям А.Н.Колмогорова и других современных математиков. Но в свободное время им полезно обратиться к «приятным и занимательным» головоломкам таких мастеров как М.Гарднер, С.Барр.

Упражнения

1. **Игра «Наборщик»:**

а) вокруг М

Из слова **метрополитен** составить слова, начинающиеся на букву М. Допускается использовать буквы из данного слова. Множественное число можно применять, если нет единственного числа**.**

б) из слова **лекарство** составьте новые слова (на данное время рекорд 275 слов)

2. *Криптарифм* – головоломка, в которой над числами выполняются арифметические действия, но цифры в нем заменены буквами. Их расшифровка требует только одного- внимательности к очевидным арифметическим действиям.

В слове ДЕШИФРОВКА все буквы заменили цифрами от 0 до 9. Определите получившееся число, если известны соотношения:

Д*Е=ФИ, Е*Р=ВК, Ш*А=Ш, И*К=Д, Ф*Д=ВР, Р*К=ИК,О*К=О, В*Ш=АВ, А*О=О, В*Ф=ШВ

2.Зимняя фотография.

Безмолвный лес, и пасмурное небо,

И все деревья голы, только пихта,

Над всеми возвышаясь, зеленеет.

На ней ещё остались шапки снега:

На верхних веках больше, а на нижних

Его уж нет, как и на всех деревьях.

Так что же мы можем сказать о ветре -

Каков он был и был ли вообще

С тех пор, как выпал белый снег на землю?

3.Прозрачный предмет. Какой прозрачный предмет становится менее прозрачным, если его вытереть чистой тряпкой?

4.Сосульки. Кто вероятнее мог видеть сосульки длиной 5 см: королева Елизавета 1 (1533-1603) или женщина из племени американских индейцев, чей вигвам в те же годы находился на севере штата Нью –Йорк?

5.Какой физический фактор влияет на желание хозяйки иметь коробки, бутылки и т.п. (находящиеся вне холодильника) одинаковой высоты, а не длины и ширины?

Развивай внимание!

Мистер Джонс найден мертвым за письменным столом в своем кабинете. Причина смерти – пулевое ранение в голову. Прибывший на место происшествия детектив среди прочих обратил внимание на магнитофон, стоявший на столе. Включив магнитофон, он, к своему удивлению, услышал голос мистера Джонса:

-Говорит Джонс. Только что мне позвонил Смит. Он сказал, что едет сюда, чтобы пристрелить меня. Бежать бессмысленно, да и поздно. Если он всерьез решил осуществить свою угрозу, то через 10 минут я буду мертв. Эта запись поможет полиции найти убийцу. Я слышу его шаги на лестнице. Дверь открывается…

На этом запись оборвалась. Детектив выключил магнитофон.

- Может, арестовать Смита? – спросил лейтенант Вонг, помощник детектива.

- Нет, - отрезал детектив. – Убежден, что убийство совершил кто-то другой, умеющий хорошо подражать голосу Джонса. Запись сделана специально, чтобы направить расследование по ложному следу.
Как показали следующие события, детектив оказался прав. Что, по-вашему, заставило его заподозрить неладное в магнитофонной записи?

Глава 11.Софизмы

«Юноша, который заблуждается на собственном пути,

мне приятней того, кто верно следует по чужому пути»

И.В.Гёте

Софизмом называется умышленно ложное умозаключение, которое имеет видимость правильного. Каков ни был бы софизм, он содержит одну или несколько замаскированных ошибок. Но обман тонкий и завуалированный, так что не каждому и не сразу удаётся его раскрыть. Цель его – выдать ложь за истину. Прибегать к софизмам предосудительно, как и вообще обманывать, внушать ложную мысль, зная, в чем заключается истина.

Софизм следует отличать от *паралогизма* - непреднамеренной ошибки в рассуждении, вызванной нарушением законов и правил логики. Паралогизм является искренним заблуждением и не имеет умысла подменить истину ложью.

Чаще всего софизмы связаны с недостаточной самокритичностью ума и неспособностью сделать правильные выводы. Нередко софизм представляет защитную реакцию незнания и невежества, нежелающего признать своё бессилие и уступить знанию.

Софизмы обычно трактуются с осуждением. Чего стоит такое доказательство: «Для того чтобы видеть, необязательно иметь глаза, так как без правого глаза мы видим, без левого тоже видим; кроме правого и левого, других глаз у нас нет, поэтому ясно, что глаза не являются необходимым для зрения». Ещё в Древней Греции стал знаменитым софизм «рогатый», он считается «образцовым». С его помощью каждого можно уверить, что он рогат: «Что ты не терял, то имеешь; рога ты не терял; значит, у тебя рога».

Существуют софизмы уже более 2,5 тысяч лет, и когда они впервые формулировались о правилах логики ничего не было известно. Термин «софизм» впервые ввёл Аристотель, он охарактеризовал софистику как мнимую, а не действительную мудрость. Характерно, что для широкой публики софистами были и Сократ, и Аристотель, и Платон. Скорее всего, софизмы являлись обычным для многих школ античной философии стилем мышления, софизмы выражали дух своего времени.

Софисты придавали исключительное значение человеческому слову и первыми не только подчеркнули, но и показали его силу. «Слово, -говорил софист Горгий, - есть великий властелин, который, обладая весьма малым и совершенно незаметным телом, совершает чудеснейшие дела. Ибо оно может и страх изгнать, и печаль уничтожить, и радость вселить, и сострадание пробудить…»У софистов язык стал объектом исследования, и это послужило первым шагом в направлении создания науки логики. Они отрывают мысль от её объекта и замыкают мысль только на слове. На этом пути структурного восприятия языка и отвлечения от выражаемого им содержания и возникло центральное понятие логики – понятие о чистой, или логической, форме мысли.

Самостоятельно. Ознакомьтесь с софизмами «Апории Зенона», «Электра», «Покрытый»

Математические софизмы.

В математических софизмах содержатся одна или несколько замаскированных ошибок. Особенно часто в математических софизмах скрыто выполняются запрещенные действия, или не учитываются условия применимости теорем, формул и правил.

Разбор софизмов

- прививает необходимые в жизни навыки правильного мышления. Обнаружить ошибку в софизм - значит осознать её, а осознание ошибки предупреждает повторение её в дальнейшем;

- помогает сознательному усвоению изучаемого математического материала, развивает наблюдательность, вдумчивость и критическое отношение к тому, что изучается;

-увлекателен. Приятно обнаружить ошибку в математическом софизме и восстановить истину.

Упражнения.

Кто виноват? Некто купил шляпу, которая оказалась для него негодной, она была слишком мала. Кто виноват, шапка или голова? Шапка, во всяком случае, не виновата, так как если бы голова была меньше, она бы подошла. Следовательно, виновата голова! Но это тоже неверно. Если бы шапка была больше, то она была бы годна. Следовательно, ни шапка, ни голова не виноваты.

Лжец. Из древности к нам дошел софизм. Житель Крита Эпименид утверждает, что все критяне – лжецы. Но сам Эпименид –критянин, следовательно, он лжец. Поэтому его утверждение ложно, т.е. жители Крита не являются лжецами.

Процесс. Эвакл обучался у Протагора софистике. Было условлено, что за уроки он заплатит после того, как выиграет свой первый процесс. Эвакл никаких процессов не вел, поэтому естественно не платил Протагору условленного гонорара. Тогда Протагор подал на него жалобу в суд. Он сказал Эваклу: «Если я выиграю процесс, то ты должен будешь заплатить мне деньги согласно решению суда, если же ты выиграешь этот первый для тебя процесс, то ты уплатишь мне гонорар в силу условия». «Вовсе нет, - ответил Эвакл, - если я выиграю процесс, то, согласно приговору, я не должен буду платить тебе деньги; если же я проиграю мой первый процесс, то, согласно нашему условию, я опять же не должен буду платить тебе». Кто прав?

4 руб=40 000 коп. Возьмем верное равенство 2 руб.=200 коп. и возведем его по частям в квадрат. Получится 4 руб.=40 000 коп. В чем ошибка?

5=1. Желая доказать, что 5=1, будем рассуждать так. Из чисел 5 и 1 по отдельности вычтем одно и то же число 3. Получим числа 2 и -2. При возведении в квадрат этих чисел получаются равные числа 4 и 4. Значит, равны и исходные числа 5 и 1. Где ошибка?

Любое число равно половине его. Возьмем два равных числа a и b, a = b. Обе части этого равенства умножим на a и затем вычтем из них по b^2. Получим $a^2 - b^2 = ab - b^2$, или (a+b)(a-b)=b(a-b). Отсюда a +b=b, или a+a =a, так как a=b. Значит, 2a=a, или a=a/2. Какая ошибка допущена в рассуждении?

Глава 12. Диалог, спор, полемика

«Спорить гораздо легче, чем понимать»

Г.Флобер

Эристика (от греческого eristikos - спорящий) – искусство ведения спора. Эристика зародилась в Древней Греции в связи с распространением политической полемики. Она должна была учить умению убеждать других в истинности высказываемых взглядов и, соответственно, умению склонять людей к тому поведению, которое представляется целесообразным. Но постепенно она выродилась в обучение тому, как вести спор, чтобы достичь единственной цели – выиграть его любой ценой, совершенно не заботясь об истине и справедливости.

Спор можно назвать разговором между двумя или несколькими лицами, т.е. диалогом. Диалог предполагает атмосферу взаимного общения, обмена информацией и имеет общий предмет обсуждения. Существуют следующие виды диалогов: риторический, эристичекий и полемический. Эристический диалог, в котором спорящие стараются добиться победы любой ценой. Риторический диалог – спор ради спора, ради выяснения смысла понятий, слов. Полемический диалог спор для выяснения истинности той или иной позиции. Полемика может происходить в виде дискуссии и спора.

Дискуссия представляет собой диалог, в котором имеется явно обозначенная тема, а сам процесс обсуждения темы ведется с соблюдением логически корректных правил.

Спор не предполагает конкретной фиксации темы и подразумевает вседозволенность в аргументах.

Свара – ссора, перебранка, в которой логика уходит на второй план, ведущими элементами становятся эмоции.

Искусство спора предполагает знание правил спора, а также допустимых и недопустимых приемов его ведения.

Правила корректного спора:

- необходимо четко представлять предмет спора;
- спор теряет смысл, если отсутствуют несовместимые представления о предмете спора;
- в споре должны соблюдаться требования логики: её законы, правила аргументации, умозаключения и т.д.

Допустимые тактические приемы, помогающие выиграть спор, носят технический характер, в них есть элемент хитрости, но нет обмана. Спор – это борьба, а в любой борьбе очень ценна инициатива, нужно уметь повести спор по своему сценарию.

Рекомендуется наступать, заставить противника отвечать на выдвигаемые против него возражения. Предвидя его доводы, можно заранее их опровергнуть. Самые важные и неожиданные сведения выдвинуть в конце дискуссии.

Недопустимые методы ведения спора многообразны, но суть их одна – выдать недостоверное, непроверенное и ложное за истинное. К таким приемам относятся и *софизмы с паралогизмами*. Софизм мешает в споре, уводит рассуждения в сторону: вместо избранной темы приходится говорить о правилах и принципах логики .

Очень частый некорректный прием в споре – *подмена тезиса.* Вместо того чтобы обосновать выдвигаемое положение, приводятся аргументы в пользу другого утверждения. Есть ещё один некорректный прием – *использование ложных или недоказанных аргументов* в надежде, что противник не заметит этого.

Некоторые некорректные приемы ведения спора, применяемые довольно часто, получили собственные имена.

Аргумент к публике - вместо обоснования истинности или ложности тезисов объективными доводами пытаются опереться на мнения, чувства и настроения слушателей.

Аргумент к личности – противнику приписываются такие недостатки, реальные или только мнимые, которые представляют его в смешном виде, бросают тень на его умственные способности, подрывают доверие к его рассуждениям.

Аргумент к массам - попытка взволновать и наэлектризовать широкий круг людей, используя их групповой эгоизм, национальные или расовые предрассудки, лживые обещания;

Аргумент к человеку – в поддержку своей позиции приводятся основания, выдвигаемые противной стороной в споре или вытекающие из принимаемых ею положений;

Аргумент к тщеславию - расточение в споре неумеренных похвал оппоненту в надежде, что, тронутый комплиментами он станет мягче и покладистей;

Аргумент к авторитету – обращение в поддержку своих взглядов к идеям и именам тех, с кем противник не посмеет спорить;

Аргумент к физической силе – угроза неприятными последствиями, угроза насилия;

Аргумент к невежеству - ссылка на неосведомленность, а то и невежество противника в вопросах, относящихся к предмету спора; упоминание о фактах, которые нельзя проверить;

Аргумент к жалости – возбуждение в другой стороне жалости и сочувствия

Нельзя так же

- перебивать оппонента, различными способами мешать ему сосредоточиться;
- отвечать вопросом на вопрос;
- использовать психологические провокации- возбуждение гнева соперника, выведение из состояния равновесия;
- преднамеренно запутывать противника беспорядочными вопросами, неуместными аналогиями;

Упражнения.

1. **О каких сторонах общения, беседы, диалога говорится в следующих высказываниях?**

а) Слышал звон, да не знает где он.

б) Всяк кулик своё болото хвалит.

в) На вкус и цвет товарища нет.

г) Бабушка надвое сказала.

д) Молчание – знак согласия.

2. **Найдите тезис, аргументы и возможные ошибки в аргументации:**

а) Пьер Лефлер, конечно же, является остроумным и веселым человеком, так как он француз, а все французы веселы и остроумны.

б) Студенты Андреев К. и Филонов А. плохо подготовились к экзамену по экономической теории и не сдали его. Отсюда с очевидностью следует, что они не смогут сдать и зачёт по истории.

в) Если человек имеет неустойчивую нервную систему, то он способен совершить преступление. К. совершил преступление, значит, он имеет неустойчивую систему.

г) Семенов В. голубоглазый человек, поэтому можно со всей уверенностью сказать, что он уроженец севера, так как большинство северян – голубоглазые.

д) Если больному суждено умереть, то он умрет все равно – позовет он врача или нет; а если ему суждено выздороветь, то он выздоровеет все равно – позовет он врача или нет. Но так как ему суждено либо умереть, либо выздороветь, то не стоит звать врача.

Глава 13. Парадоксы и логика

Парадокс в широком смысле – это утверждение, резко расходящееся с общепринятыми, устоявшимися мнениями. В более узком и более современном смысле парадокс – это два противоположных утверждения, для каждого из которых имеются представляющиеся убедительные аргументы. Между парадоксами и софизмами нет строго определенного различия, поэтому приведённые выше софизмы об Эвакле и лжеце называют ещё парадоксом «Эвакла» и парадоксом «лжеца».

Парадокс «лжеца» имеет различные варианты: в самом простом варианте человек произносит «Я лгу». Если высказанное ложно, то говорящий сказал правду и, значит, сказанное им не является ложным. Если же высказывание истинно, то его высказывание ложно. Таким образом, если говорящий лжёт, то он говорит правду, и наоборот.

В средние века распространённой была другая формулировка:

- Сказанное Платоном – ложно, - говорит Сократ.

- То, что сказал Сократ, - истина, - говорит Платон.

Возникает вопрос, кто из них говорит правду, а кто лжёт?

!Найдите другие формулировки парадокса «лжеца».

Парадокс лжеца произвел большое впечатление на древних греков. Вопрос, который в нем ставится, кажется совсем простым: лжёт ли тот, кто говорит только то, что лжёт? Но ответ «да» приводит к ответу «нет», и наоборот. И размышление не приводит к ясности. За простотой вопроса скрывается неясная и неизмеримая глубина. Существует легенда, что некий Филит Косский, отчаявшись решить этот парадокс, покончил с собой.

В средние века парадокс отнесли к «неразрешимым предложениям» и сделали объектом систематического анализа.

В новое время «лжец» никого долго не привлекал и лишь в 20 веке, когда логика достигла высокого уровня развития, стало возможным сформулировать проблемы, стоящие за этим парадоксом, в строгих терминах. Теперь «лжец» - это типичный «бывший софизм» - «король логических парадоксов».

Причина возникновения подобных парадоксов кроется в смешении двух языков: «предметного языка» и «метаязыка». Предметный язык – это язык, на котором говорят о действительности, лежащей вне языка, а метаязык - это язык, на котором говорят о самом предметном языке. В повседневном языке нет различия между этими уровнями и о действительности, и о языке мы говорим на одном и том же языке. Например , для человека, говорящего на русском языке, нет разницы между утверждениями: «Стекло прозрачно» и «Верно, что стекло прозрачно», хотя одно из них говорит о стекле, а другое - о высказывании о стекле. В обычной жизни разграничивать эти два языка никому не приходит в голову. Но в науках, специально занимающихся, подобно логике, языками, разграничение языков по области применения оказывается полезным. Ясно, что если язык и метаязык разграничить, то утверждение «Я лгу» уже не может быть сформулировано. Оно говорит о ложности того, что сказано на предметном языке и должно быть высказано на метаязыке следующим образом: «Все сказанное мной на предметном языке ложно». Тогда в утверждении на метаязыке ничего не говорится о самом утверждении, поэтому никакого парадокса нет.

Различение языка и метаязыка помогает устранить парадокс «лжеца». Теперь можно без противоречий сформулировать классическое определение истины: истинным является высказывание, соответствующее описываемой им действительности. Таким образом, понятие истины всегда может быть отнесено к определенному языку. Как показал польский логик А.Тарский, классическое определение истины должно формулироваться в языке более широком, чем тот язык, для которого оно предназначено. Он ввел понятие с е м а н т и ч е с к и з а м к н у т о г о я з ы к а. Такой язык включает свои выражения, их имена, высказывания об истинности формулируемых в нём предложений. В этом языке нет границы между языком и метаязыком. Поэтому возникают парадоксы, подобные парадоксу «лжеца». Каждый естественный язык является семантически замкнутым. Согласно А.Тарскому, устранить парадоксы можно отказавшись от семантически замкнутого языка. Но это возможно лишь в искусственных, формализованных языках, допускающих деление на язык и метаязык. В естественных языках с их неясной структурой и возможностью говорить обо всем на одном и том же языке такой подход нереален. Богатство, выразительность естественного языка имеет обратную сторону – парадоксы.

Парадокс «Эвакла» был описан в сочинении Протагора «Тяжба о плате», но, к сожалению, оно не дошло до нас. Надо отдать должное Протагору, который за простым судебным казусом почувствовал проблему, требующую специального исследования. Известный математик Г.Лейбниц, сам юрист по образованию, тоже отнесся к этому спору всерьёз. В своей докторской диссертации «Исследование о запутанных казусах в праве» он пытался показать, что все случаи, даже самые запутанные, подобно тяжбе Протагора и Эвакла, должны находить правильное решение на основе здравого смысла. По мнению Лейбница, суд должен был отказать Протагору за несвоевременность предъявления иска, но оставить за ним право потребовать уплаты денег Эваклом позже, после первого выигранного им процесса. Это решение не совсем убедительно: ведь по сути Г.Лейбниц предлагает изменить формулировку договора задним числом и оговорить, что первым выигранным Эваклом процесс, не должен быть процесс по иску Протагора.

Существует множество других предложений по решению парадокса «Эвакла», но все они представляют собой уход от существа спора, являются софистическими уловками и хитростями в безвыходной и неразрешимой ситуации. Ни здравый смысл, ни общие принципы, касающиеся социальных отношений, не способны разрешить спор.

Для доказательства его неразрешимости достаточно простых средств логики. Они показывают, что договор внутренне противоречив. Он требует реализации логически невозможного положения: Эвакл должен одновременно и уплатить за обучение и вместе с тем и не платить. Спорить в таких ситуациях бессмысленно: спор неразрешим и победителя в нем не будет. Надо смириться с настоящим и позаботиться о будущем. Для этого надо переформулировать исходные соглашения или правила, чтобы они не заводили никого в безвыходную ситуацию.

! *Рассмотрите самостоятельно парадокс Рассела.*

! *Разберите понятие «псевдопарадокс» и приведите примеры псевдопарадоксов.*

Рассмотренные нами парадоксы – только часть из обнаруженных к нашему времени. Вполне вероятно, что будут обнаружены и другие и даже совершенно новые типы. Английский логик Ф.Рамсей в 30- е годы 20 века предложил разделить парадоксы на синтаксические и семантические. К первой группе он относит понятия, принадлежащие логике и математике, ко второй – понятия, относящиеся к лингвистике и теории познания. Но сейчас становится ясно, что деление расплывчато и опирается лишь на примеры парадоксов, а не на углубленный анализ двух групп парадоксов.

Вывод 1. Большое количество парадоксов говорит о силе логики как науки. Современная логика открыла проблему парадоксов, показала, что способы мышления, традиционно исследовавшиеся логикой, недостаточны для устранения парадоксов, и указала на принципиально новые приемы обращения с ними.

Вывод 2. Парадоксы играют роль фактора, контролирующего и ставящего ограничения на пути конструирования дедуктивных систем логики. Парадоксы играют роль эксперимента, проверяющего правильность гипотезы в физике и химии, и заставляющего вносить в эти гипотезы изменения. «Каждый раз, когда обнаруживается парадокс, - пишет А. Тарский, мы должны подвергнуть наши способы мышления основательной ревизии, отвергнуть какие-то посылки, в которые мы верили, и усовершенствовать способы аргументации, которыми пользовались».

Вывод 3. Без парадоксов теория окажется весьма слабой, неинтересной, представляющей лишь частный интерес.

Вывод 4. Изучение парадоксов показало, что не существует абсолютной истины, абсолютной строгости. Оно заставляет глубже проанализировать логические интуиции и заняться систематической переработкой основ науки логики.

Таким образом, можно заявить, что логика как и любая другая наука развивающаяся наука. Наука, имеющая свой особый мир, со своими законами, со своими условностями, традициями. То, о чем она говорит, знакомо и понятно каждому человеку. Но войти в её мир, понять его гармонию и динамику очень непросто.

Упражнения

1. Докажите парадоксальность утверждения: «Всякое утверждение ложно»
2. Прочтите рассказ о крокодиле и египтянке в конце пособия в разделе «Софизмы». С каким парадоксом он совпадает по своему содержанию? Возможно ли его решение?

Заключение.

Ребята, вы познакомились с особым миром логики, которая изучает вещи вам знакомые и близкие. Вы сможете, задав лишь один вопрос, узнать: обладает ли человек логикой. Возьмите в руки карандаш, покажите человеку и спросите: «Сколько?» Если он ответит: «Один», то скорее всего, его логика слабо развита; если он спросит «Сколько чего?», то с логикой у него в порядке. Ведь вопрос не звучал: «Сколько карандашей?», можно подразумевать «Сколько граней у карандаша?», «Сколько цветов у карандаша?» и тому подобное.

Можно прожить и без логики, как можно прожить и без многого другого. Однако человек всегда стремится к духовному совершенству и в этом логика является ничем не заменимым и важным компонентом. Логика развивает саму способность мышления, делая её более подвижной и гибкой. Логика отличается от других наук, она не создает материальные объекты, как например, развитие физики привело к научно-технической революции, облегчающей наш труд. В логике объектом исследования стало само мышление, оно как бы смотрится в зеркало и изучает через него свой собственный мир.

Изучив данный курс, ребята вы сможете приобрести не только логическое, но и критическое мышление, креативный настрой. Люди с критическим мышлением - это люди, которых нельзя побудить к действиям, просто выйдя на трибуны и прокричав лозунги. Вы сможете делать осознанный выбор, вы будете хорошо образованы, вами никто не сможет манипулировать. К сожалению, в нынешнем веке мы переходим от слова к мультимедийным средствам, заменяя слова символами, изображением, звуком и от этого деградируют участки мозга, связанные с речью и снижается способность к критически – аналитическому мышлению. Чтобы избежать этого негативного явления читайте больше: ваш язык станет богаче и участки мозга, занятые обработкой информации будут развиваться сильнее. И соответственно, логика ваша будет сильна.

Глоссарий

Высказывание - любое *повествовательное* предложение, относительно которого известно, что оно либо истинно, либо ложно.

Парадокс – утверждение, резко расходящееся с общепринятыми, устоявшимися мнениями.

Силлогизм – рассуждение, в котором из заданных двух суждений выводится третье, между двумя суждениями существует определенная логическая связь.

Софизм - умышленно ложное умозаключение, которое имеет видимость правильного.

Эристика (от греческого eristikos - спорящий) – искусство ведения спора.

Приложение

Логика и юмор

Смешной финал.

В каждом из пяти диалогов придумайте логичный и по возможности смешной финал.

1.–Не волнуйтесь, больной. У меня самого было это заболевание.

– Да, но у вас был ...

2. -Есть только один честный способ заработать миллион, - говорит один миллионер другому.

- Какой же?

- Я так и думал…

3. - Почему вы все время опаздываете?

- Видите, у лифта висит табличка «Только на 10 человек», и каждое утро я ...

4. -Каких вам сардин – португальских, испанских, французских?

-Какая разница! Я же не собираюсь…

5. – Что с тобой, ты весь забинтован?

-Столкнулся с летающей тарелкой.

- Где это случилось?

-Представь себе…

Диагноз без пациента.

Врачи всегда отличались повышенной наблюдательностью, особенно в те времена, когда научной диагностики практически не было. В городе Лидс в Йорк – Шире жил когда –то популярный целитель, не получивший никакого профессионального образования, но известный далеко за пределами своего города способностью диагностировать болезни пациента, которого в глаза не видел, по одному лишь образцу мочи больного.

Знаменитый врач, мистер Н., желая познакомиться с методами работы коллеги- самородка, однажды попросил разрешения присутствовать на приеме, и знахарь, польщенный вниманием столичной знаменитости, охотно согласился.

Вошла женщина с бутылочкой требуемой жидкости. Знахарь взглянул на неё, потом рассмотрел на свет бутылку и спросил:

- Вашего супруга?

- Да, сэр.

- Он порядком- таки старше вас?

- Да, сэр.

-По ремеслу – портной?

- Точно так, сэр.

-Хорошо. Вот вам пилюли, пусть принимает по одной на сон, а по утрам пускай выпивает большую кружку воды, и вскоре всё пройдет.

Едва женщина, рассыпавшись в благодарностях и вручив гонорар, скрылась за дверью, пораженный гость накинулся на целителя с вопросами.

- Видите ли, - объяснил знахарь, - эта женщина молода, кровь с молоком и выглядит совершенно здоровой, поэтому я решил, что она приехала не ради себя самой. По кольцу на пальце я определил, что она замужем, и подумал, что, она, скорее всего, радеет о муже. Будь он её ровесником, наверное, он был бы так же здоров, как она, отсюда я предположил, что он старше жены. Бутылочка была заткнута не пробкой, а тряпочкой, свернутой и перехваченной ниткой, причем узел на нитке – типичный портновский. А эта работа сидячая, поэтому у портных нередки запоры. Так что я дал ей слабительные пилюли и уверен, что они помогут.

Столичный врач мог лишь подивиться наблюдательности и логике целителя.

Лингвистические задачи

Черный кот и черный ящик.

Издавна люди пытались создать язык, который был бы понятен всем людям. Французский музыкант Жан Франсуа Сюдр предложил свой проект языка, слова которого составлены из семи нот и назвал его сольресоль. На протяжении всей жизни он указывал на преимущества языка перед другими естественными языками. На языке могут говорить даже немые люди, владеющие нотной грамотой и имеющие пол рукой небольшой музыкальный инструмент вроде флейты. Если же человек не знал нотной грамоты, то он мог слова изображать с помощью разноцветных мазков (каждой ноте ставя в соответствие один из семи цветов) или с помощью сигнальных разноцветных флажков. В 1902 году один из приверженцев языка составил его грамматику. Но широкого распространения язык не получил, не выдержав конкуренции с самым известным из искусственных языков – эсперанто.

Даны предложения на языке сольрельсоль и даны их переводы на русский язык (автор болгарский лингвист Тодор Червенков).

1. Редо фаресими сольдореля сольсидо фасимире. Мой черный кот быстро бежит.
2. Ля сольмисире сольдосольдо ремисифа реми рефаредо. Учитель медленно открывает твой буфет.
3. Рефа сольмисире сольфамидо ляредоля ля фаресими ляфамидо. Его старый учитель покупает маленького кота.
4. Ля ресольсольдо лядореля ресоль рефасире ляредосоль. Плотник продает наш белый ящик.
5. Ля дофареля силями ля сисифадо. Богач ненавидит адвоката.

Задание 1. Переведите на русский язык:

Реси сисифадо лядореля ля рефаредо домифаля.

Задание 2. Переведите на язык сольресоль.

Молодой плотник любит нашего кота. Бедняк быстро закрывает черный ящик.

«Французский – английский».

17-18 века – время норманнского завоевания Англии. Широкое распространение получил французский язык. Писателям разрешалось пользоваться английским языком, но только в том случае если они снабжали речь французскими словами. Но большое количество незнакомых, французских слов приводило к тому, что читатели не понимали, что имел в виду тот или иной автор. Как же поступить в такой ситуации английским писателям?»

Теория множеств

1. Из 64 студентов на вопрос, занимаются ли они в свободное время спортом, утвердительно ответили 40 человек; на вопрос, любят ли они слушать музыку, 30 человек ответили утвердительно, причем 21 студент занимаются спортом и любят слушать музыку. Сколько человек не увлекаются ни спортом, ни музыкой?

2. Правильно ли утверждение, имеющее форму: «Все x являются y и некоторые x являются z, значит, все y являются z»?

Элементарные логические задачи

1.Переправа. Двое подошли к реке. На берегу лежала лодка, вмещающая лишь одного человека, но, тем не менее, оба человека спокойно переправились через реку. Как это им удалось?

2.О женитьбе. Если вы что-нибудь знаете о католицизме, то ответите на этот вопрос: может ли католик жениться на сестре своей вдовы?

3.Наклон крыши. Крыша дома не симметрична: один скат её составляет с горизонталью угол 60 °, а другой - 70°. Предположим, что петух откладывает яйцо на гребень крыши. В какую сторону упадет яйцо – в сторону более пологого или крутого ската?

4.Находчивый шофер. Случилось это в Нью –Йорке. Некая дама остановила такси и попросила отвезти её домой. По дороге она без умолку болтала и довела шофера до исступления. Наконец шофер не выдержал и сказал: «Прошу прощения, мадам, но я не слышу ни одного слова из того, что вы говорите. Я глух, как телеграфный столб, а мой слуховой аппарат, как назло целый день не работает». Услышав это, дама смолкла. Но когда он вышла у своего дома и машина уже отъехала, дама вдруг сообразила, что шофер вовсе не был глух. Как дама догадалась, что шофер ей солгал?

5.Представьте себе, что вы водитель такси. Ваша машина выкрашена в черный и желтый цвета, и вы на ней ездите 7 лет. Один стеклоочиститель у машины сломан, карбюратор барахлит. Бак вмещает 20 галлонов бензина, но сейчас заполнен лишь на ¾. Сколько лет водителю такси?

6.Каверзные задачи-загадки.

а) На прошлой неделе я выключил свет и успел добраться до постели, прежде чем комната погрузилась в темноту. От выключателя до моей кровати -3 м. Как это мне удалось?

б) Однажды поздним вечером мой дядюшка читал книгу. Тетушка по рассеянности выключила свет, но хотя в комнате совсем стало темно, дядюшка, как ни в чем ни бывало, продолжал читать и дочитал книгу до конца.

в) Вчера мой отец попал под дождь. Ни шляпы, ни зонта он не взял с собой, укрыться от дождя было негде, и, когда отец добрался до дома, вода лилась ручьем с него, но ни один волос на голове не промок.

г) Сегодня утром я уронила серьгу в кофе, но хотя чашка до краев была полна, я смогла достать серьгу, не намочив пальцев. Как это могло быть?

Логические задачи.

*1.*Разбирается дело Иванова, Петрова, Сидорова. Один из них совершил преступление. На следствии каждый из них сделал по два заявления.

Иванов . «Я не делал этого. Это сделал Сидоров».

Петров. «Сидоров не виновен. Это сделал Иванов»

Сидоров. «Я не делал этого. Петров этого не делал»

Суд установил, что один из них дважды солгал, другой – один раз сказал правду, третий – один раз солгал, один раз сказал правду. Кто совершил преступление?

2.В королевстве жили незамужние принцессы и голодные тигры. Всякому узнику, осужденному на смерть, король давал шанс на спасение. Ему предлагалось войти в одну из трех комнат. В одной находилась принцесса, в другой – тигр, а третья комната была пустая. Если в комнате не оказывалось тигра, узник был спасен. Выбор надо было сделать на основании табличек на дверях комнат. На первой табличке было написано «Здесь находится принцесса или тигр», на второй табличке – «Здесь находится тигр», на третьей - -«Эта комната пуста». Узнику было известно, что таблички не соответствуют тому, что в них находится. Какие двери мог выбрать узник, чтобы остаться живым?

3.Пять друзей - Дима, Саша, Коля, Сережа и Юра решили купить удочки. Удочки были синего, красного, белого, зеленого и черного цветов. Известно, что:

1)Дима любит красный и синий цвет;

2) Сереже нравится синяя и зеленая удочки;

3) Юра отдал предпочтение красной, синей и черной удочкам;

4) Коля купил зеленую удочку. Кто какую удочку купил, если удочки у всех ребят разного цвета?

4. Четыре человека удили рыбу. Всего они поймали шесть рыб. Один поймал три рыбы, второй – две рыбы, третий – одну рыбу, четвертый – ни одной. Известно, что:

1) тот, кто поймал две рыбы, в качестве насадки пользовался не червяком и не живцом;

2) тот, кто ловил на живца, поймал рыб меньше, чем Федор;

3) лучшей насадкой в этот день оказались мухи – на них поймалось больше всего рыбы;

4)Толик пользовался в качестве насадки опарышами;

5) Сергей поймал в больше, чем тот, кто ловил на живца, но не больше всех;

6) Четвертого рыболова зовут Иван. Кто из них сколько поймал рыбы и что использовал в качестве насадки?

Головоломки

1. Ниже зашифровано высказывание великого английского ученого о допустимости отклонений в точных науках. Подберите ключ и запишите в ответ расшифрованную фразу, а также имя её автора.

031

012.062.102.121.142.191.202.231.251

011.031.162.171.181.191.231

061.091.131.151.301.331

011.021.041.063.151.171.182.201.301

011.051.061.081

011.101.142.191.291

061.102.121.131.142

011.021.102.121.141.161.261

Задача **Логика сна.**

В народной культуре, придающей большое значение снам, образы, которые видит человек во сне, получают то или иное толкование. Толкования эти, как правило, не произвольны, а построены на некоторых принципах логики: например:

Принцип тождества:

видеть во сне болеющего родственника – к болезни родственника

Принцип антонимии:

Видеть во сне ругань- к ласке

Видеть во сне деньги- к нужде

Принцип созвучия:

Ложь – лошадь

Даны ещё некоторые образы, встречающиеся во снах, и их традиционные толкования, основанные как на приведенных выше, так и на других принципах, в перепутанном порядке:

Образ	**толкование**
Белые гуси	К встрече с суженым
Встреча с суженым	К горю
Гора	К гостям
Дождь	К грех
Кольцо	К гробу, смерти
Лошадь	К дороге
монахини	Ко лжи
полотенце	К радости

помидоры	К свадьбе
слёзы	К слезам
Строгать доски	К снегу
тарелки	К стыду

Задание 1. Установите соответствие между образами и толкованиями

Задание 2. Укажите, какие принципы, кроме приведенных выше используются при соотнесении образов и толкований.

Задание 3. Объясните, каким образом могли возникнуть следующие толкования: пьяный – к чьей-то вине, парень – к хлопотам.

Софизмы

Покупка. Некто купил в магазине картину за 15 марок. На другой день покупатель возвращается в магазин: он хочет поменять картину. Покупатель выбирает новую картину стоимостью в 30 марок. Не платя денег, он хочет уйти. Владелец магазина возвращает покупателя назад. «Позвольте, –возражает хитрец ,– я ведь вернул Вам картину стоимостью 15 марок, да ещё вчера заплатил 15 марок. Вместе это составит 30 марок. Итак, мы квиты!»

Крокодил. У одной египтянки крокодил похитил ребенка. Египтянка просила вернуть ребенка, и крокодил обещал ей это, если она правильно скажет, как поступит крокодил. Мать ребенка сказала: «Ты не возвратишь мне ребенка». На это крокодил ответил: «Если ты действительно права, то ты, как сама говоришь, не получишь назад ребенка; если же твое высказывание неверно, то, согласно нашему уговору, ты не получишь ребенка. В любом случае ребенок должен остаться у меня». «Наоборот, - возразила женщина, - если мое высказывание верно, то я получу ребенка назад в силу нашего условия; если же я ошиблась, то это означает , что ты сам вернешь мне ребенка. В каждом из случаев я получу ребенка назад». Кто из них прав?

В чем ошибка? Один отец оставил после своей смерти 3 сыновьям 17 верблюдов. Он завещал разделить этих верблюдов так, чтобы старший сын получал половину, средний сын –треть, а младший сын – десятую часть верблюжьего стада. В то время как озадаченные сыновья спорили по поводу раздела наследства, к ним подошел старик со своим старым загнанным верблюдом. Он сразу взялся разделить стадо и предоставил для этого в распоряжение своего собственного верблюда. Таким образом, старший сын получил 9 верблюдов, второй – 6 верблюдов, третий сын получил 2 верблюдов. Один верблюд остался лишним. Он оказался не старым верблюдом старика, а одним из упитанных верблюдов умершего. С этим верблюдом довольный старик продолжил свой путь.

Файнворды

Не любил самолетов

Найдите 10 названий шахматных фигур.

Артист Шкандыбин собирался ехать на гастроли. Лететь предстояло самолетом, хотя наш герой предпочел бы уютное купе. Шкандыбин отправлялся далеко - Нью-Йорк ждал его. Ой, не любил артист летать! А надо – с какой стороны ни крути, без Аэрофлота не обойтись.

«И куда тебя понесло, несчастный?- рассуждал Шкандыбин.- То ли дело- театральная премьера с приехавшим на неё правительством, а ты в главной роли. Потрясающий успех! Цветы к ногам. Битый час публика не отпускает со сцены. Режиссер за кулисами обнимает: «Ну, ты, братец, хорош! Ах, как хорош!.. А ведь поставили мы всем традиция наперекор. Ольга, жена моя, на что искушенный зритель, и то прослезилась…»

Поразмышлял так Шкандыбин и вслух сказал:

- А, дьявольщина, какая! Не полечу, откажусь. После хоть потоп, а там видно будет …И не полетел. Очень уж не любил Шкандыбин самолетов.

Лекарь

Жил у нас в деревне старик Иван Ткач. Любил говаривать: «И волки сыты, и овцы целы. Жить надо правильно». Он все знал, он все умел. Заболеет у кого конь – к Ивану шли: помоги. Он давал отвар из конского щавеля с заячьей капустой, добавлял туда тертый каштан. Гастрономия эта, как ни странно помогала. Случалось, деревенский ребенок подхватывал коклюш, кашель или ангину- родители торопились к деду Ивану. И опять же- во всей, так сказать, красе Ткач выступал. Излечивал: давал какое- то варево ландышевое. Правда, дедов сосед не верил в способности Ивана. «Слушай, бабушкины сказки все это. Эх, вы, люди!»- с кислым выражением лица внушал он. Иван, пожимая плечами, пояснял нам я чем –то не угодил ему. В ответ мы ободряюще улыбались: мол о тебе, Иван, добрая слава идет не стоит беспокоиться. И тогда он приглашал нас отведать липового меда с мятным чаем. После чая люди говорили: «Стар, а пир, ах, какой устроил!»

В этом рассказе спрятаны 11 названий спортивного инвентаря.

Булыжник и алмаз

По мотивам одноименной басни И.А.Крылова.

Найдите спрятанные в тексте 12 названий ювелирных и поделочных камней. Буквы идут подряд в слове или в соседних словах.

Нашёл как-то бродяга на дороге сверкающий камень. Вдруг, думает, это…страшно сказать? Попробуем-ка порезать им стекло - режет! А теперь порежем чугунную сковородку - режет! Порежем-ка мрамор. И он не выдерживает -отрезался шматок! И продал мазурик этот Камень купцу – антиквару за 1000 рублей. И наш антиквар е пожадничал. Решил антиквар царю поднести сей драгоценный Камень. Велел изготовить из него бриллиант и огранить в стиле ампир. Опилили Камень, отполировали, оправили в золото и отправили к царю. А булыжник, что раньше лежал рядом с Камнем, завидует ему. Тот ко двору попал, а мне мол, здесь лежать в грязи, хуже негра, на телеги оборачиваться да на лошадей с копытами подкованными: цок –цок по мне, топ-топ… А за ними рота солдат сапогами: бац-бац! И просит как-то булыжник мужика доставить и его во дворец. Я, мол, все ж таки побольше размером. Вот засяду у царя за столом с тем выскочкой. Привез его мужик в город. И верно: не пропал булыжник. Был взят для мостовой. Хорошо по ней шагать!

Подсказка. Число букв в нужных словах в порядке появления в тексте: 6,6,4,5,5,3,5,5,6,5,4,4

Список использованной литературы

1. Барр С. Россыпи головоломок: пер. с англ./ 2-е изд., стереотип.- М.: Мир. 1984. -354 с., ил.

2. Богомолова О.Б. Логические задачи/-3-е изд.- М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009.- 271 с.: ил.

3. Гарднер М. Есть идея!: Пер. с англ./перевод Данилова Ю.А.-М.; Мир, 1982.- 305 с., ил.

4. Гриценко В.П. Логика. Пособие для студентов. Краснодар, республиканское издательско-полиграфическое издательство «Адыгея», 1997. – 265 с.

5. Ивин А.А. По законам логики.- М.: Мол.гвардия, 1983.-208 стр., ил.

6. Кутасов А.Д. Элементы математической логики. Пособие для учащихся 9-10 кл. М., Просвещение, 1977. – 63 с.

7. Литцман В. Где ошибка?: пер. с немец./ пер. Виленской Б.С.-М.; Физматгиз, 1962. – 192 с., ил.